

### Ejercicios propuestos para el cálculo de longitudes de curva

- 1) Calcular la longitud del arco de curva  $y = 2x\sqrt{x}$ , entre  $x = 0, x = 2$ .

$$\text{Solución: } L = \frac{2}{27}(\sqrt{19^3} - 1)$$

- 2) Calcular la longitud del arco de curva  $y = \text{Log} \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ , entre  $x = 2, x = 4$ .

$$\text{Solución: } L = -2 + \text{Log} \frac{e^8 - 1}{e^4 - 1}$$

- 3) Calcular la longitud del arco de parábola  $y = 2\sqrt{x}$ , desde  $x = 0$  hasta  $x = 1$ .

$$\text{Solución: } L = \sqrt{2} + \text{Log}(1 + \sqrt{2})$$

- 4) Calcular la longitud del arco de la curva  $y = \text{Log} x$ , desde  $x = \sqrt{3}$  hasta  $x = \sqrt{8}$ .

Aplicaciones geométricas y mecánicas de la integral definida

$$\text{Solución: } L = 1 + \frac{1}{2} \text{Log} \frac{3}{2}$$

- 5) Calcular la longitud del arco de una parábola semicúbica  $ay^2 = x^3$ , comprendido entre el origen de coordenadas y el punto  $x = 5a$ .

$$\text{Solución: } L = \frac{335}{27} a$$

- 6) Hallar la longitud del arco de la catenaria  $y = \frac{a}{2}(e^{x/a} + e^{-x/a})$ , comprendido entre el origen de coordenadas y el punto  $(x_0, y_0)$ .

$$\text{Solución: } L = \frac{a}{2}(e^{x_0/a} - e^{-x_0/a})$$

- 7) Hallar la longitud del arco de la curva  $y = 1 - \text{Log}(\cos x)$ , entre los límites  $x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ .

$$\text{Solución: } L = \frac{1}{2} \text{Log} \left( \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \right)$$

- 8) Hallar la longitud de un arco de la cicloide  $\begin{cases} x = a(t - \text{sent}) \\ y = a(1 - \text{cost}) \end{cases}$ .

$$\text{Solución: } L = 8a$$

- 9) Calcular la longitud de la astroide  $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$ .

$$\text{Solución: } L = 6a$$

- 10) Hallar la longitud de la curva  $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ , entre  $t = 0, t = 4$ .

$$\text{Solución: } L = \sqrt{2}(e^4 - 1)$$

- 11) Calcular la longitud de la cardioide  $\rho = a(1 + \cos\theta)$ .

*Introducción al cálculo integral*

*Solución:*  $L = 8a$

- 12) Hallar la longitud de la primera espira de la espiral de Arquímedes  $\rho = a\theta$ , a partir del polo.

*Solución:*  $L = a\pi\sqrt{1+4\pi^2} + \frac{a}{2}\text{Log}\left(2\pi + \sqrt{1+4\pi^2}\right)$

- 13) Hallar la longitud de la espiral logarítmica  $\rho = e^{a\theta}$ , desde el polo hasta el punto  $(\rho_0, \theta_0)$ .

*Solución:*  $L = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a}(\rho_0 - 1)$

- 14) Calcular la longitud de la cardioide  $\rho = 2a(1 + \cos\theta)$ .

*Solución:*  $L = 16a$

- 15) Calcular la longitud de la curva  $\rho = a\text{sen}^3\left(\frac{\theta}{2}\right)$ .

*Solución:*  $L = \frac{3a\pi}{2}$