

Ejercicios propuestos para el cálculo de áreas laterales

- 1) Calcular el área lateral de la superficie engendrada por la revolución alrededor del eje OX de la parábola $y^2 = 4x$, entre los valores $x = 0$, $x = 2$.

$$\text{Solución: } S = \frac{8\pi}{3}(3\sqrt{3} - 1)$$

- 2) Calcular el área lateral de la superficie engendrada por la revolución de la curva $y = x^3$, entre los valores $x = 0$, $x = 3$, alrededor del eje OX .

$$\text{Solución: } S = \frac{\pi}{27}(730\sqrt{730} - 1)$$

- 3) Hallar el área lateral de la superficie obtenida por la revolución de la parábola $y^2 = 4ax$, alrededor del eje OX , desde el origen hasta el punto $x = 3a$.

$$\text{Solución: } S = \frac{56}{3}\pi a^2$$

- 4) Hallar el área lateral de la superficie del cono engendrado por la revolución de un segmento de la recta $y = 2x$, limitado por $x = 0$, $x = 2$, alrededor del eje OX .

$$\text{Solución: } S = 8\pi\sqrt{5}$$

- 5) Hallar el área lateral de la superficie de revolución engendrada por el círculo $x^2 + (y - b)^2 = a^2$ ($b > a$) al girar alrededor del eje OX .

$$\text{Solución: } S = 4\pi^2 ab$$

- 6) El arco de la senoide $y = \text{sen}x$, desde $x = 0$ hasta $x = 2\pi$, gira alrededor del eje OX . Hallar el área lateral del cuerpo de revolución engendrado.

$$\text{Solución: } S = 4\pi[\sqrt{2} + \text{Log}(\sqrt{2} + 1)]$$

Aplicaciones geométricas y mecánicas de la integral definida

- 7) La elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$) gira alrededor del eje OX . Hallar el área lateral del cuerpo de revolución engendrado.

$$\text{Solución: } S = 2\pi b^2 + 2\pi ab \frac{\text{arcsene } e}{e} \quad \left(\text{donde } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \right)$$

- 8) Calcular el área lateral de la superficie engendada por la revolución alrededor del eje OY del arco de la curva $x = y^3$, entre los valores $y = 0$, $y = 1$.

$$\text{Solución: } S = \frac{\pi}{27} (10\sqrt{10} - 1)$$

- 9) Calcular el área lateral de la superficie engendada por la revolución de la curva $y = \frac{x^3}{3}$, entre los valores $x = 0$, $x = 3$, alrededor del eje OX .

$$\text{Solución: } S = \frac{\pi}{9} (82\sqrt{82} - 1)$$

- 10) Calcular el área lateral de la superficie engendada por la revolución alrededor del eje OX de la cardioide $\begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t) \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}$.

$$\text{Solución: } S = \frac{128}{5} \pi a^2$$

- 11) Hallar el área lateral de la superficie del cuerpo obtenido por la revolución de un arco de la cicloide $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, alrededor del eje OX .

$$\text{Solución: } S = \frac{64}{3} \pi a^2$$

- 12) Hallar el área lateral de la superficie del cuerpo obtenido por la revolución de un arco de la cicloide $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$, alrededor del eje OY .

$$\text{Solución: } S = 16\pi^2 a^2$$

- 13) El astroide $\begin{cases} x = a\cos^3 t \\ y = a\sin^3 t \end{cases}$ gira alrededor del eje OX . Hallar el área lateral del cuerpo de revolución engendrado.

Solución: $S = \frac{12}{5}\pi a^2$

- 14) Calcular el área lateral engendada por la curva $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$, al girar alrededor del eje OX , entre los valores $t = 0, t = \frac{\pi}{2}$.

Solución: $S = \frac{2\pi\sqrt{2}}{5}(e^\pi - 2)$