

Bloque 4. Cálculo

Tema 1 Valor absoluto

Ejercicios resueltos

4.1-1 Resolver las siguientes desigualdades:

$$\begin{array}{lll} a) \ x - 5 \geq 7; & b) \ 4x + 1 < 2x; & c) \ 2x - 1 \geq 0; \\ d) \ 4 - 2x < 3x - 1; & e) \ \frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 5; & f) \ -4 < 2x - 3 < 4 \end{array}$$

Solución

a) $x - 5 \geq 7 \Rightarrow x \geq 12 \Rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 12\} = [12, \infty)$

b)

$$4x + 1 < 2x \Rightarrow x < -\frac{1}{2} \Rightarrow S = \left\{x \in \mathbb{R} / x < -\frac{1}{2}\right\} = \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$$

c) $2x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow S = \left\{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{1}{2}\right\} = \left[\frac{1}{2}, \infty\right)$

d)

$$4 - 2x < 3x - 1 \Rightarrow 5 < 5x \Rightarrow 1 < x \Rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\} = (1, \infty)$$

e)

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 5 \Rightarrow 3x + 2x > 6 \cdot 5 \Rightarrow x > 6 \Rightarrow S = \{x \in \mathbb{R} / x > 6\} = (6, \infty)$$

f)

$$\begin{aligned} -4 < 2x - 3 < 4 &\Rightarrow -4 + 3 < 2x < 4 + 3 \Rightarrow -1 < 2x < 7 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2} \\ &\Rightarrow S = \left\{x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\right\} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right) \end{aligned}$$

4.1-2 Resolver: $18x - 3x^2 > 0$

Solución

$$18x - 3x^2 > 0 \Rightarrow 3x(6 - x) > 0$$

Resolvemos $3x(6 - x) = 0$ para ver los intervalos que tenemos y sus límites:

$$3x(6 - x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

Para ver donde se verifica la inecuación hacemos la tabla siguiente y vemos como son los signos de los diferentes factores en cada uno de los intervalos:

	$-\infty$	0	6	∞
x	-	+	+	
$6 - x$	+	+	-	
$3x(6 - x) > 0$	-	+	-	
	NO sirve	SI sirve	NO sirve	

$$S = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 6\} = (0, 6)$$

4.1-3 Resolver: $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 < 0$

Solución

Descomponemos en factores:

$$x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Con lo cual la inecuación se puede escribir como:

$$(x + 3)(x - 2)(x - 4) < 0$$

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-3	2	4	∞
$x+3$	-	+	+	+	
$x-2$	-	-	+	+	
$x-4$	-	-	-	+	
$(x+3)(x-2)(x-4) < 0$	-	+	-	+	
	SI sirve	NO sirve	SI sirve	NO sirve	

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -3 \cup 2 < x < 4\} = (-\infty, -3) \cup (2, 4)$$

4.1-4 Resolver: $\frac{2x+1}{x+3} > 3$

Solución

Debemos realizar las siguientes operaciones para no perder soluciones:

$$\frac{2x+1}{x+3} > 3 \Rightarrow \frac{2x+1}{x+3} - 3 > 0 \Rightarrow \frac{2x+1 - 3x - 9}{x+3} > 0 \Rightarrow \frac{-x - 8}{x+3} > 0 \Rightarrow \frac{x+8}{x+3} < 0$$

Para ver los límites de los intervalos igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8$ y $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ este valor nunca lo podrá tomar x pues algo dividido por 0 no existe.

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-8	-3	∞
$x+8$	-	+	+	
$x+3$	-	-	+	
$\frac{x+8}{x+3} < 0$	+	-	+	
	NO sirve	SI sirve	NO sirve	

$$S = \{x \in \mathbb{R} / -8 < x < -3\} = (-8, -3)$$

4.1-5 Resolver: $\frac{2x-1}{x} < 3$

Solución

Debemos realizar las siguientes operaciones para no perder soluciones:

$$\frac{2x-1}{x} < 3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{-x-1}{x} < 0 \Rightarrow \frac{x+1}{x} > 0$$

Para ver los límites de los intervalos igualamos a cero el numerador y denominador de la expresión anterior:

$x+1 = 0 \Rightarrow x = -1$ y $x = 0$ este valor nunca lo podrá tomar x pues algo partido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-1	0	∞
$x+1$	—	+	+	
x	—	—	+	
$\frac{x+1}{x} > 0$	+	—	+	
	SI sirve	NO sirve	SI sirve	

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < -1 \cup 0 < x\} = (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

4.1-6 Resolver: $|2x+1| < 5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones. El valor absoluto de un número coincide con él si es positivo y es menos ese número si es negativo. Por lo tanto:

$$|2x+1| = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } 2x+1 \text{ es positivo} \\ -2x-1 & \text{si } 2x+1 \text{ es negativo} \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|2x+1| < 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1 < 5 & \text{si } x \geq -1/2 \\ \cup \\ -2x-1 < 5 & \text{si } x \leq -1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 & \text{si } x \geq -1/2 \\ \cup \\ -3 < x & \text{si } x \leq -1/2 \end{cases}$$

Se deben verificar las dos inecuaciones, la solución será el conjunto de los valores comunes:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / -1/2 \leq x < 2 \cup -3 < x \leq -1/2\} = (-3, -1/2] \cup [-1/2, 2) = (-3, 2)$$

4.1-7 Resolver: $|x+2| \geq 5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 & \text{si } x+2 \text{ es positivo} \\ -x-2 & \text{si } x+2 \text{ es negativo} \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x+2| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} x+2 \geq 5 & \text{si } x \geq -2 \\ \cup \\ -x-2 \geq 5 & \text{si } x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 & \text{si } x \geq -2 \\ \cup \\ -7 \geq x & \text{si } x \leq -2 \end{cases}$$

Como se deben verificar las dos inecuaciones, la solución será:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x \cup x \leq -7\} = (-\infty, -7] \cup [3, \infty)$$

4.1-8 Resolver: $|5+x^{-1}| < 1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|5+x^{-1}| = \left| 5 + \frac{1}{x} \right| = \begin{cases} 5 + \frac{1}{x} & \text{si } 5 + \frac{1}{x} \text{ es positivo} \\ -5 - \frac{1}{x} & \text{si } 5 + \frac{1}{x} \text{ es negativo} \end{cases}$$

$$5 + \frac{1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{5x+1}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5x+1 \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq -1/5 \\ x > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 5x+1 \leq 0 \\ x < 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (-\infty, -1/5] \cup (0, +\infty)$$

$$5 + \frac{1}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{5x+1}{x} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5x+1 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq -1/5 \\ x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 5x+1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow [-1/5, 0)$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left| 5 + \frac{1}{x} \right| < 1 \Rightarrow \begin{cases} 5 + \frac{1}{x} < 1 & \text{si } x \in (-\infty, -1/5] \cup (0, +\infty) \\ -5 - \frac{1}{x} < 1 & \text{si } x \in [-1/5, 0) \end{cases}$$

$$\left| 5 + \frac{1}{x} \right| < 1 \Rightarrow \begin{cases} 4 + \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow \frac{4x+1}{x} < 0 & \text{si } x \in (-\infty, -1/5] \cup (0, +\infty) \\ -6 - \frac{1}{x} < 0 \Rightarrow \frac{6x+1}{x} > 0 & \text{si } x \in [-1/5, 0) \end{cases}$$

Calculemos las soluciones de las diferentes inecuaciones.

Solución de $\frac{4x+1}{x} < 0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos, para lo cual igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$4x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{4}$, $x=0$ este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe. Con estos datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	0	∞
$4x+1$	-	+	+	
x	-	-	+	
$\frac{4x+1}{x} < 0$	+	-	SI sirve	+
		NO sirve		NO sirve

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / -\frac{1}{4} < x < 0 \right\} = \left(-\frac{1}{4}, 0 \right)$$

Como $x \in (-\infty, -1/5] \cup (0, +\infty)$, se tiene que: $x \in \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{5} \right]$

Solución de $\frac{6x+1}{x} > 0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos, para lo cual igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$6x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{6}$, por otro lado $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe. Con estos datos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	$-\frac{1}{6}$	0	∞
$6x+1$	-	+	+	
x	-	-	+	
$\frac{6x+1}{x} > 0$	+	-	NO sirve	+
		SI sirve		SI sirve

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x < -\frac{1}{6} \cup 0 < x \right\} = \left(-\infty, -\frac{1}{6} \right) \cup (0, \infty)$$

$$\text{Como } x \in [-1/5, 0), \text{ se tiene que: } x \in \left[-\frac{1}{5}, -\frac{1}{6} \right)$$

Resumiendo tenemos:

$$\text{Solución de } \frac{4x+1}{x} < 0: \quad x \in \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{5} \right]$$

$$\text{Solución de } \frac{6x+1}{x} > 0: \quad x \in \left[-\frac{1}{5}, -\frac{1}{6} \right)$$

La solución de nuestro problema $|5+x^{-1}| < 1$ debe verificar alguna de las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \in \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{5} \right] \cup x \in \left[-\frac{1}{5}, -\frac{1}{6} \right) \right\} = \left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{6} \right)$$

4.1-9 Resolver: $\left| \frac{2}{x} - 3 \right| < 5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$\left| \frac{2}{x} - 3 \right| = \begin{cases} \frac{2}{x} - 3 \text{ si } \frac{2}{x} - 3 \text{ es positivo} \\ -\frac{2}{x} + 3 \text{ si } \frac{2}{x} - 3 \text{ es negativo} \end{cases}$$

Esto es:

$$\frac{2}{x} - 3 \geq 0 \Rightarrow \frac{2-3x}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} 2-3x \leq 0 \\ x < 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq 2/3 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq 2/3 \\ x < 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (0, 2/3]$$

$$\frac{2}{x} - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{2-3x}{x} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2-3x \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \leq 2/3 \\ x < 0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} 2-3x \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq 2/3 \\ x > 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 0) \cup [2/3, +\infty)$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left| \frac{2}{x} - 3 \right| < 5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - 3 < 5 & \text{si } x \in (0, 2/3] \\ \cup \\ -\frac{2}{x} + 3 < 5 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \cup [2/3, +\infty) \end{cases}$$

$$\left| \frac{2}{x} - 3 \right| < 5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} - 8 < 0 \Rightarrow \frac{2-8x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{8x-2}{x} > 0 & \text{si } x \in (0, 2/3] \\ \cup \\ -\frac{2}{x} - 2 < 0 \Rightarrow \frac{-2-2x}{x} < 0 \Rightarrow \frac{2x+2}{x} > 0 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \cup [2/3, +\infty) \end{cases}$$

Calculemos las soluciones de las diferentes inecuaciones.

Solución de $\frac{8x-2}{x} > 0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos. Igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$8x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$ y $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo dividido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	∞
$8x-2$	-	-	+	
x	-	+	+	
$\frac{8x-2}{x} > 0$	+	-	+	
		SI sirve	NO sirve	SI sirve

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x < 0 \cup \frac{1}{4} < x \right\} = (-\infty, 0) \cup \left(\frac{1}{4}, \infty \right)$$

Como $x \in (0, 2/3]$, se tiene que: $x \in (1/4, 2/3]$

Solución de $\frac{2x+2}{x} > 0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos. Igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$2x+2=0 \Rightarrow x=-1$, por otro lado $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo dividido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-1	0	∞
$2x+2$	-	+	+	
x	-	-	+	
$\frac{2x+2}{x} > 0$		+	-	+
		SI sirve	NO sirve	SI sirve
	+			

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x < -1 \cup 0 < x \right\} = (-\infty, -1) \cup (0, \infty)$$

Como $x \in (-\infty, 0) \cup [2/3, +\infty)$, se tiene que: $x \in (-\infty, -1) \cup [2/3, +\infty)$

Resumiendo tenemos:

Solución de $\frac{8x-2}{x} > 0$: $x \in (1/4, 2/3]$

Solución de $\frac{2x+2}{x} > 0$: $x \in (-\infty, -1) \cup [2/3, +\infty)$

La solución de nuestro problema $\left| \frac{2}{x} - 3 \right| < 5$ debe verificar alguna de las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R} / x \in (1/4, 2/3] \cup x \in (-\infty, -1) \cup [2/3, +\infty) \right\} = (-\infty, -1) \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty \right)$$

4.1-10 Resolver: $|x-5| < x+1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x-5| = \begin{cases} x-5 & \text{si } x-5 \text{ es positivo} \\ -x+5 & \text{si } x-5 \text{ es negativo} \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x-5| < x+1 \Rightarrow \begin{cases} x-5 < x+1 & \text{si } x \geq 5 \\ -x+5 < x+1 & \text{si } x \leq 5 \end{cases}$$

$$|x-5| < x+1 \Rightarrow \begin{cases} -6 < 0 & \text{si } x \geq 5 \\ 4 < 2x \Rightarrow x > 2 & \text{si } x \leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ (2, 5] \end{cases}$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 5 \cup x \in (2, 5]\} = (2, \infty)$$

4.1-11 Resolver: $|x^2 - 2| \leq 1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x^2 - 2| = \begin{cases} x^2 - 2 & \text{si } x^2 - 2 \text{ es positivo} \\ -x^2 + 2 & \text{si } x^2 - 2 \text{ es negativo} \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x^2 - 2| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2 \leq 1 & \text{si } x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty) \\ -x^2 + 2 \leq 1 & \text{si } x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \end{cases}$$

$$|x^2 - 2| \leq 1 = \begin{cases} x^2 \leq 3 & \text{si } x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty) \\ \cup \\ 1 \leq x^2 & \text{si } x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \end{cases}$$

Debemos resolver las dos inecuaciones, para lo cual debemos tener en

cuenta que: $|x| = \sqrt{x^2} = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0 \end{cases}$

La inecuación $x^2 \leq 3$ se convierte:

$$x^2 \leq 3 \Rightarrow \sqrt{x^2} \leq \sqrt{3} \Rightarrow |x| \leq \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} x \leq \sqrt{3} & \text{si } x \geq 0 \\ \cup \\ -\sqrt{3} \leq x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$x \in [0, \sqrt{3}] \cup [-\sqrt{3}, 0] = [-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$$

La solución de la inecuación $x^2 \leq 3$ será:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in [-\sqrt{3}, \sqrt{3}] \cap x \in (-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)\} = [-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$$

La inecuación $1 \leq x^2$ se convierte:

$$1 \leq x^2 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{x^2} \Rightarrow 1 \leq |x| \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq x & \text{si } x \geq 0 \\ \cup \\ x \leq -1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x \in [1, +\infty) \cup (-\infty, -1]$$

La solución de la inecuación $1 \leq x^2$ será:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \cap x \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]\} = [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]$$

La solución de nuestro problema $|x^2 - 2| \leq 1$ deberá satisfacer alguna de las dos inecuaciones anteriores por lo tanto será:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in [-\sqrt{3}, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}] \cup [-\sqrt{2}, -1] \cup [1, \sqrt{2}]\} = [-\sqrt{3}, -1] \cup [1, \sqrt{3}]$$

4.1-12 Resolver: $\left| \frac{2x-1}{x} \right| > 2$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$\left| \frac{2x-1}{x} \right| > 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x} > 2 & \text{si } \frac{2x-1}{x} \text{ es positivo} \\ \cup \\ -\frac{2x-1}{x} > 2 & \text{si } \frac{2x-1}{x} \text{ es negativo} \end{cases}$$

Esto es:

$$\frac{2x-1}{x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq 1/2 \\ x > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ x < 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (-\infty, 0) \cup [1/2, +\infty)$$

$$\frac{2x-1}{x} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ x < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} x \geq 1/2 \\ x < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (0, 1/2]$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left| \frac{2x-1}{x} \right| > 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x} > 2 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \cup [1/2, +\infty) \\ \cup \\ -\frac{2x-1}{x} > 2 & \text{si } x \in (0, 1/2] \end{cases}$$

$$\left| \frac{2x-1}{x} \right| > 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{-1}{x} > 0 & \text{si } x \in (-\infty, 0) \cup [1/2, +\infty) \\ \cup \\ -\frac{2x-1}{x} - 2 > 0 \Rightarrow \frac{-4x+1}{x} > 0 & \text{si } x \in (0, 1/2] \end{cases}$$

Solución de $\frac{-1}{x} > 0$:

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x < 0 \cap x \in (-\infty, 0) \cup [1/2, +\infty)\} = (-\infty, 0)$$

Solución de $\frac{-4x+1}{x} < 0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos. Igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$4x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$ y $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo dividido por 0 no existe.

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	∞
$4x-1$	-	-	+	
x	-	+	+	
$\frac{4x-1}{x} < 0$	+	-	+	
	NO sirve	SI sirve	NO sirve	

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in (0, 1/4) \cap x \in (0, 1/2]\} = \left(0, \frac{1}{4}\right)$$

La solución de nuestro problema debe verificar alguna de las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$$S = (-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{1}{4}\right)$$