Ejercicios propuestos

4.4-1 Resolver los siguientes límites aplicando la regla de L'Hôpital:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{senx - x\cos x}{x(1-\cos x)};\quad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{a-\sqrt{a^2-x^2}}{x^2};\quad c)\ \lim_{x\to 0}\frac{e^x - e^{senx}}{x^3};$$

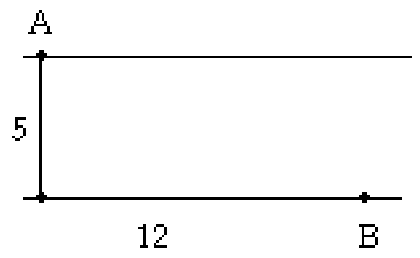
$$d)\ \lim_{x\to 1}\frac{a^{\ln x}-x}{\ln x};\quad e)\ \lim_{x\to\infty}\frac{\ln(1+e^x)}{x};\quad f)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{sen^2x}-\frac{1}{x^2}\right)$$

4.4-2 Determinar las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5 metros respectivamente, con un lado del rectángulo apoyándose en la hipotenusa del triángulo.

4.4-3 Se desea construir un recipiente con la forma de un cilindro circular sin tapa con un volumen de 24 π m^3. El precio del material que se usa para el fondo es el triple que el material que se usa para la parte curva. Hallar las dimensiones del recipiente para las cuales el coste del recipiente sea mínimo.

4.4-4 Los gastos por hora de vuelo de un cierto dirigible son proporcionales a $\mathbf{v}^3$, siendo **v** su velocidad respecto del aire expresada en km/hora. Hallar la duración más económica de un viaje de 400 kilómetros con un viento en contra de 35 km/hora.

4.4-5 Dos pueblos A y B están en distintas orillas de un río de 5 km. de ancho, en la situación de la figura. Un muchach@ que vive en A tiene su novi@ en el pueblo B y quiere llegar a verl@ en un tiempo mínimo. Sabiendo que nada a una velocidad v_1 km/h y anda a v_2 km/h, hallar el camino óptimo que debe seguir el muchach@. Discutir según los valores de v_1 y v_2.

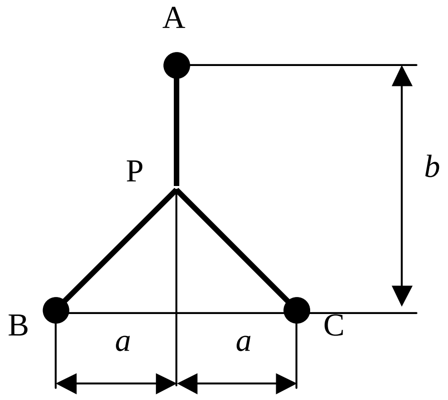


4.4-6 Hallar la forma más económica de una tienda de campaña cónica sin suelo, para un volumen dado.

4.4-7 Demostrar que entre todos los rectángulos de perímetro dado, el cuadrado es el de mayor área.

4.4-8 Demostrar que la media geométrica de dos números positivos no excede a su media aritmética. Esto es, $\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$

4.4-9 Se desea proyectar el trazado de un sistema de tuberías para transportar agua desde un punto **A** hasta dos puntos **B** y **C**, situados como se representa en la figura. Determinar la posición del punto de bifurcación P para que la longitud total de tubería sea mínima.

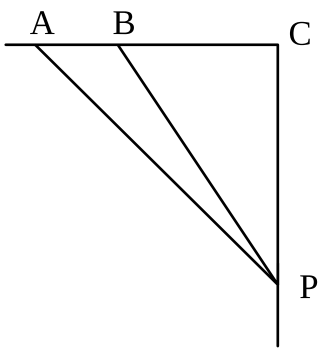


4.4-10 Hallar la longitud de los lados de un triángulo isósceles de área máxima cuyo perímetro sea 60 m.

4.4-11 Con una alambre de 60 m., formar un rectángulo que, al girar alrededor de uno de sus lados, engendre un cilindro de área total (área lateral + área de las bases) máxima.

4.4-12 Hallar el valor de CP para que un futbolista moviéndose sobre CP lance el balón en condiciones óptimas de marcar gol en la portería AB.

Nota: las dimensiones de la portería se suponen constantes, así como la distancia de la portería a cada una de las esquinas.



4.4-13 El combustible consumido por un barco por unidad de tiempo es proporcional al cubo de la velocidad relativa con respecto al agua.
El barco sube por un río cuya corriente tiene una velocidad **a**. ¿Cuál ha de ser la velocidad relativa **v** para que el viaje se haga con el mínimo consumo?

4.4-14 El gasto de un cierto barco expresado en euros por hora es $G = 3{,}2 + \dfrac{v^3}{2200}$ viniendo la velocidad, v, en nudos. Hallar el valor de v que hace mínimo el coste de un viaje cualquiera.

4.4-15 Los centros de tres bolas de billar **A**, **B** y **C** están situados en línea recta. La bola **A**, de masa m_a, choca a una velocidad v con la bola **B**, la cual choca a su vez con la **C** de masa m_c. Se supone que ambos choques son completamente elásticos. ¿Qué masa deberá tener la bola **B** para que la velocidad de **C** sea máxima?
Nota: La velocidad V que adquiere una bola inmóvil de masa M al producirse un choque elástico con una bola de masa m que se movía con una velocidad v es: $V = \dfrac{2mv}{m+M}$