Ejercicios resueltos

I.1-1 Resolver las siguientes desigualdades:

$a)\ x-5\geq 7;\quad b)\ 4x+1<2x;\quad c)\ 2x-1\geq 0;$

$d)\ 4-2x<3x-1;\quad e)\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}>5;\quad f)\ -4<2x-3<4$

Solución

a) $x-5\geq 7 \Rightarrow x\geq 12 \Rightarrow S=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq 12\}=[12,\infty)$

b)

$$4x+1<2x \Rightarrow x<-\frac{1}{2} \Rightarrow S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<-\frac{1}{2}\right\}=\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$$

c) $2x-1\geq 0 \Rightarrow x\geq \dfrac{1}{2} \Rightarrow S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\geq \dfrac{1}{2}\right\}=\left[\dfrac{1}{2},\infty\right)$

d)

$$4-2x<3x-1 \Rightarrow 5<5x \Rightarrow 1<x \Rightarrow S=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x>1\}=(1,\infty)$$

e)

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}>5 \Rightarrow 3x+2x>6\cdot 5 \Rightarrow x>6 \Rightarrow S=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x>6\}=(6,\infty)$$

f)

$$-4<2x-3<4 \Rightarrow -4+3<2x<4+3 \Rightarrow -1<2x<7 \Rightarrow -\frac{1}{2}<x<\frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/-\frac{1}{2}<x<\frac{7}{2}\right\}=\left(-\frac{1}{2},\frac{7}{2}\right)$$

Ana Isabel Allueva Pinilla –José Luis Alejandre Marco MATEMÁTICA APLICADA - Universidad de Zaragoza

I.1-2 Resolver: $18x - 3x^2 > 0$

Solución

$18x - 3x^2 > 0 \Rightarrow 3x(6-x) > 0$

Resolvemos $3x(6-x)=0$ para ver los intervalos que tenemos y sus límites:

$$3x(6-x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=6 \end{cases}$$

Para ver donde se verifica la inecuación hacemos la tabla siguiente y vemos como son los signos de los diferentes factores en cada uno de los intervalos:

	$-\infty$ a 0	0 a 6	6 a ∞
x	$-$	$+$	$+$
$6-x$	$+$	$+$	$-$
$3x(6-x)>0$ $+$	$-$ NO sirve	$+$ SI sirve	$-$ NO sirve

$$S = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 6\} = (0,6)$$

I.1-3 Resolver: $x^3 - 3x^2 - 10x + 24 < 0$

Solución

Descomponemos en factores:

$$x^3 - 3x^2 - 10x + 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

Con lo cual la inecuación se puede escribir como:

$(x+3)(x-2)(x-4) < 0$

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-3	2	4 ∞
$x+3$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x-4$	$-$	$-$	$-$	$+$
$(x+3)(x-2)(x-4)<0$ $-$	$-$ SI sirve	$+$ NO sirve	$-$ SI sirve	$+$ NO sirve

$$S=\{x\in\mathbb{R}/x<-3\ \cup\ 2<x<4\}=(-\infty,-3)\cup(2,4)$$

I.1-4 Resolver: $\dfrac{2x+1}{x+3}>3$

Solución

Debemos realizar las siguientes operaciones para no perder soluciones:

$$\frac{2x+1}{x+3}>3\Rightarrow\frac{2x+1}{x+3}-3>0\Rightarrow\frac{2x+1-3x-9}{x+3}>0\Rightarrow\frac{-x-8}{x+3}>0\Rightarrow\frac{x+8}{x+3}<0$$

Para ver los límites de los intervalos igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$x+8=0\Rightarrow x=-8$ y $x+3=0\Rightarrow x=-3$ este valor nunca lo podrá tomar x pues algo partido por 0 no existe.

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$	-8	-3 ∞
$x+8$	$-$	$+$	$+$
$x+3$	$-$	$-$	$+$
$\dfrac{x+8}{x+3}<0$ $-$	$+$ NO sirve	$-$ SI sirve	$+$ NO sirve

$$S=\{x\in\mathbb{R}/-8<x<-3\}=(-8,-3)$$

I.1-5 Resolver: $\dfrac{2x-1}{x}<3$

Solución

Debemos realizar las siguientes operaciones para no perder soluciones:

$$\frac{2x-1}{x}<3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x}-3<0 \Rightarrow \frac{2x-1-3x}{x}<0 \Rightarrow \frac{-x-1}{x}<0 \Rightarrow \frac{x+1}{x}>0$$

Para ver los límites de los interval os igual amos a cero el nume rador y denominador de la expresión anterior:

$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ y $x=0$ este valor nunca lo po drá tomar x pues algo partido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$ a -1	-1 a 0	0 a ∞
$x+1$	$-$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$+$
$\dfrac{x+1}{x}>0$ $+$	$+$ SI sirve	$-$ NO sirve	$+$ SI sirve

$$S=\{x\in\mathbb{R} / x<-1 \ \cup \ 0<x\}=(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$$

I.1-6 Resolver: $|2x+1|<5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la def inición de valor a bsoluto y después resolver las inecuaciones. El valor absolut o de un número coincide con él si es positivo y es menos ese número s i es negati vo. Por lo tanto:

$$|2x+1|=\begin{cases} 2x+1 \ si \ 2x+1 \ es \ positivo \\ \\ -2x-1 \ si \ 2x+1 \ es \ negativo \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|2x+1|<5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1<5 & \textbf{si } \ x \geq -1/2 \\ \cup & \\ -2x-1<5 & \textbf{si } \ x \leq -1/2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2 & \textbf{si } \ x \geq -1/2 \\ \cup & \\ -3<x & \textbf{si } \ x \leq -1/2 \end{cases}$$

Se deben verificar las dos inecuaciones, la solución será el conjunto de los valores comunes:

$$S=\{x \in \mathbb{R} \,/\, -1/2 \leq x < 2 \cup -3 < x \leq -1/2 \ \} = (-3,-1/2] \cup [-1/2,2) = (-3,2)$$

I.1-7 Resolver: $|x+2| \geq 5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la def inición de valor a bsoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x+2| = \begin{cases} x+2 \ si \ x+2 \ es \ positivo \\ \\ -x-2 \ si \ x+2 \ es \ negativo \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x+2| \geq 5 \Rightarrow \begin{cases} x+2 \geq 5 & \textbf{si } \ x \geq -2 \\ \cup & \\ -x-2 \ \geq 5 & \textbf{si } \ x \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 & \textbf{si } \ x \geq -2 \\ \cup & \\ -7 \geq x & \textbf{si } \ x \leq -2 \end{cases}$$

Como se deben verificar las dos inecuaciones, la solución será:

$$S=\{x \in \mathbb{R} \,/\, 3 \leq x \ \ \cup \ \ x \leq -7\} = (-\infty,-7] \cup [3,\infty)$$

I.1-8 Resolver: $\left|5+x^{-1}\right|<1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la def inición de valor a bsoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$\left|5+x^{-1}\right|=\left|5+\frac{1}{x}\right|=\begin{cases} 5+\dfrac{1}{x} & si\ 5+\dfrac{1}{x}\ es\ positivo \\ \\ -5-\dfrac{1}{x} & si\ 5+\dfrac{1}{x}\ es\ negativo \end{cases}$$

$$5+\frac{1}{x}\geq 0 \Rightarrow \frac{5x+1}{x}\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5x+1\geq 0 \\ x>0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} 5x+1\leq 0 \\ x<0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x\geq -1/5 \\ x>0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} x\leq -1/5 \\ x<0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (-\infty,-1/5]\cup(0,+\infty)$$

$$5+\frac{1}{x}\leq 0 \Rightarrow \frac{5x+1}{x}\leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5x+1\geq 0 \\ x<0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} 5x+1\leq 0 \\ x>0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x\geq -1/5 \\ x<0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} x\leq -1/5 \\ x>0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow [-1/5,0)$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left|5+\frac{1}{x}\right|<1 \Rightarrow \begin{cases} 5+\dfrac{1}{x}<1 \quad \textbf{si} \quad x\in(-\infty,-1/5]\cup(0,+\infty) \\ \cup \\ -5-\dfrac{1}{x}<1 \quad \textbf{si} \quad x\in[-1/5,0) \end{cases}$$

$$\left|5+\frac{1}{x}\right|<1 \Rightarrow \begin{cases} 4+\dfrac{1}{x}<0 \Rightarrow \dfrac{4x+1}{x}<0 \qquad \textbf{si} \ \ x\in(-\infty,-1/5]\cup(0,+\infty) \\ \cup \\ -6-\dfrac{1}{x}<0 \Rightarrow \dfrac{6x+1}{x}>0 \qquad \textbf{si} \ \ x\in[-1/5,0) \end{cases}$$

Calculemos las soluciones de las diferentes inecuaciones.

Solución de $\dfrac{4x+1}{x}<0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos, para lo cual igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$4x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{4}$, $x=0$ este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe. Con estos datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

$$-\infty \qquad -\frac{1}{4} \qquad 0 \qquad \infty$$

$4x+1$	$-$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$+$
$\frac{4x+1}{x}<0$ $-$	$+$ NO sirve	$-$ SI sirve	$+$ NO sirve

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/-\frac{1}{4}<x<0\right\}=\left(-\frac{1}{4},0\right)$$

Como $x\in(-\infty,-1/5]\cup(0,+\infty)$, se tiene que: $x\in\left(-\dfrac{1}{4},-\dfrac{1}{5}\right]$

Solución de $\dfrac{6x+1}{x}>0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos, para lo cual igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$6x+1=0 \Rightarrow x=-\dfrac{1}{6}$, por otro lado $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe. Con estos datos escribimos la siguiente tabla:

$$-\infty \qquad -\frac{1}{6} \qquad 0 \qquad \infty$$

$6x+1$	$-$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$+$
$\frac{6x+1}{x}>0$ $+$	$+$ SI sirve	$-$ NO sirve	$+$ SI sirve

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<-\frac{1}{6}\quad\cup\quad 0<x\right\}=\left(-\infty,-\frac{1}{6}\right)\cup(0,\infty)$$

Como $x\in[-1/5,0)$, se tiene que: $x\in\left[-\frac{1}{5},-\frac{1}{6}\right)$

Resumiendo tenemos:

Solución de $\frac{4x+1}{x}<0$: $\qquad x\in\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{5}\right]$

Solución de $\frac{6x+1}{x}>0$: $\qquad x\in\left[-\frac{1}{5},-\frac{1}{6}\right)$

La solu ción d e nu estro p roblema $\left|5+x^{-1}\right|<1$ debe verificar las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{5}\right]\cup x\in\left[-\frac{1}{5},-\frac{1}{6}\right)\right\}=\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{6}\right)$$

I.1-9 Resolver: $\left|\frac{2}{x}-3\right|<5$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$\left|\frac{2}{x}-3\right|=\begin{cases}\frac{2}{x}-3\ si\ \frac{2}{x}-3\ es\ positivo\\[2ex]-\frac{2}{x}+3\ si\ \frac{2}{x}-3\ es\ negativo\end{cases}$$

Esto es:

$$\frac{2}{x}-3\geq 0\Rightarrow\frac{2-3x}{x}\geq 0\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}2-3x\geq 0\\ x>0\end{cases}\\ \cup\\ \begin{cases}2-3x\leq 0\\ x<0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}x\leq 2/3\\ x>0\end{cases}\\ \cup\\ \begin{cases}x\geq 2/3\\ x<0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow(0,2/3]$$

$$\frac{2}{x}-3\le 0 \Rightarrow \frac{2-3x}{x}\le 0 \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2-3x\ge 0 \\ x<0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} 2-3x\le 0 \\ x>0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x\le 2/3 \\ x<0 \end{cases} \\ \cup \\ \begin{cases} x\ge 2/3 \\ x>0 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow (-\infty,0)\cup[2/3,+\infty)$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left|\frac{2}{x}-3\right|<5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x}-3<5 \quad \textbf{si} \quad x\in(0,2/3] \\ \cup \\ -\frac{2}{x}+3<5 \quad \textbf{si} \quad x\in(-\infty,0)\cup[2/3,+\infty) \end{cases}$$

$$\left|\frac{2}{x}-3\right|<5 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{x}-8<0 \Rightarrow \frac{2-8x}{x}<0 \Rightarrow \frac{8x-2}{x}>0 \quad \textbf{si} \quad x\in(0,2/3] \\ \cup \\ -\frac{2}{x}-2<0 \Rightarrow \frac{-2-2x}{x}<0 \Rightarrow \frac{2x+2}{x}>0 \quad \textbf{si} \quad x\in(-\infty,0)\cup[2/3,+\infty) \end{cases}$$

Calculemos las soluciones de las diferentes inecuaciones.

Solución de $\frac{8x-2}{x}>0$:

Veamos cuales son lo s límites de los intervalos. I gualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$8x-2=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$ y $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$ … 0	0 … $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$ … ∞
$8x-2$	$-$	$-$	$+$
x	$-$	$+$	$+$
$\frac{8x-2}{x}>0$ $+$	$+$ SI sirve	$-$ NO sirve	$+$ SI sirve

$S=\left\{x\in\mathbb{R} / x<0 \cup \frac{1}{4}<x\right\}=(-\infty,0)\cup\left(\frac{1}{4},\infty\right)$

Como $x\in(0,2/3]$, se tiene que: $x\in(1/4,2/3]$

Solución de $\frac{2x+2}{x}>0$:

Veamos cuales son lo s límites de los intervalos. I gualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$2x+2=0\Rightarrow x=-1$, por otro lado $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

	$-\infty$ a -1	-1 a 0	0 a ∞
$2x+2$	$-$	$+$	$+$
x	$-$	$-$	$+$
$\frac{2x+2}{x}>0$ $+$	$+$ SI sirve	$-$ NO sirve	$+$ SI sirve

$S=\{x\in\mathbb{R} / x<-1 \cup 0<x\}=(-\infty,-1)\cup(0,\infty)$

Como $x\in(-\infty,0)\cup[2/3,+\infty)$, se tiene que: $x\in(-\infty,-1)\cup[2/3,+\infty)$

Resumiendo tenemos:

Solución de $\frac{8x-2}{x}>0$: $x\in(1/4,2/3]$

Solución de $\frac{2x+2}{x}>0$: $x\in(-\infty,-1)\cup[2/3,+\infty)$

La solució n de nuestro problema $\left|\frac{2}{x}-3\right|<5$ debe verificar las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$S=\{x\in\mathbb{R} / x\in(1/4,2/3]\cup x\in(-\infty,-1)\cup[2/3,+\infty)\}=(-\infty,-1)\cup\left(\frac{1}{4},+\infty\right)$

I.1-10 Resolver: $|x-5|<x+1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x-5|=\begin{cases} x-5 \ si \ x-5 \ es \ positivo \\ \\ -x+5 \ si \ x-5 \ es \ negativo \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x-5|<x+1 \Rightarrow \begin{cases} x-5<x+1 & \textbf{si} & x\geq 5 \\ -x+5<x+1 & \textbf{si} & x\leq 5 \end{cases}$$

$$|x-5|<x+1 \Rightarrow \begin{cases} -6<0 & \textbf{si} & x\geq 5 \\ 4<2x \Rightarrow x>2 & \textbf{si} & x\leq 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x\geq 5 \\ (2,5] \end{cases}$$

$$S=\{x\in\mathbb{R} / x\geq 5 \cup x\in(2,5]\}=(2,\infty)$$

I.1-11 Resolver: $|x^2-2|\leq 1$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la definición de valor absoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$|x^2-2|=\begin{cases} x^2-2 \ si \ x^2-2 \ es \ positivo \\ \\ -x^2+2 \ si \ x^2-2 \ es \ negativo \end{cases}$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$|x^2-2|\leq 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2-2\leq 1 & \textbf{si} & x\in\left(-\infty,-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},+\infty\right) \\ \cup \\ -x^2+2\leq 1 & \textbf{si} & x\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right] \end{cases}$$

$$\left|x^2-2\right|\le 1=\begin{cases} x^2\le 3 & \textbf{si} \quad x\in\left(-\infty,-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},+\infty\right) \\ \cup & \\ 1\le x^2 & \textbf{si} \quad x\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right] \end{cases}$$

Debemos resolver las dos inecuaciones, para lo cual debemos tener en cuenta que: $|x|=\sqrt{x^2}=\begin{cases} x \ si \ x\ge 0 \\ -x \ si \ x<0 \end{cases}$

La inecuación $x^2\le 3$ se convierte:

$$x^2\le 3\Rightarrow\sqrt{x^2}\le\sqrt{3}\Rightarrow|x|\le\sqrt{3}\Rightarrow\begin{cases} x\le\sqrt{3} & \textbf{si} \quad x\ge 0 \\ \cup & \\ -\sqrt{3}\le x & \textbf{si} \quad x\le 0 \end{cases}$$

$$x\in\left[0,\sqrt{3}\right]\cup\left[-\sqrt{3},0\right]=\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]$$

La solución de la inecuación $x^2\le 3$ será:

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\left[-\sqrt{3},\sqrt{3}\right]\cap x\in\left(-\infty,-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},+\infty\right)\right\}=\left[-\sqrt{3},-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},\sqrt{3}\right]$$

La inecuación $1\le x^2$ se convierte:

$$1\le x^2\Rightarrow 1\le\sqrt{x^2}\Rightarrow 1\le|x|\Rightarrow\begin{cases} 1\le x & \textbf{si} \quad x\ge 0 \\ \cup & \\ x\le -1 & \textbf{si} \quad x\le 0 \end{cases}\Rightarrow x\in[1,+\infty)\cup(-\infty,-1]$$

La solución de la inecuación $1\le x^2$ será:

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in(-\infty,-1]\cup[1,\infty)\cap x\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]\right\}=\left[-\sqrt{2},-1\right]\cup\left[1,\sqrt{2}\right]$$

La solución de nuestro problema $\left|x^2-2\right|\le 1$ deberá satisfacer las dos inecuaciones anteriores por lo tanto será:

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in\left[-\sqrt{3},-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},\sqrt{3}\right]\cup\left[-\sqrt{2},-1\right]\cup\left[1,\sqrt{2}\right]\right\}=\left[-\sqrt{3},-1\right]\cup\left[1,\sqrt{3}\right]$$

I.1-12 Resolver: $\left|\dfrac{2x-1}{x}\right|>2$

Solución

Debemos aplicar en primer lugar la def inición de valor a bsoluto y después resolver las inecuaciones a que da lugar:

$$\left|\frac{2x-1}{x}\right|>2\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2x-1}{x}>2 \quad \textbf{si} \ \dfrac{2x-1}{x} \ \textit{es positivo}\\ \cup \\ -\dfrac{2x-1}{x}>2 \quad \textbf{si} \ \dfrac{2x-1}{x} \ \textit{es negativo}\end{cases}$$

Esto es:

$$\frac{2x-1}{x}\geq 0\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}2x-1\geq 0\\ x>0\end{cases}\\ \cup \\ \begin{cases}2x-1\leq 0\\ x<0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}x\geq 1/2\\ x>0\end{cases}\\ \cup \\ \begin{cases}x\leq 1/2\\ x<0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow(-\infty,0)\cup[1/2,+\infty)$$

$$\frac{2x-1}{x}\leq 0\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}2x-1\geq 0\\ x<0\end{cases}\\ \cup \\ \begin{cases}2x-1\leq 0\\ x>0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\begin{cases}x\geq 1/2\\ x<0\end{cases}\\ \cup \\ \begin{cases}x\leq 1/2\\ x>0\end{cases}\end{cases}\Rightarrow(0,1/2]$$

Por lo tanto nuestro problema se convierte en:

$$\left|\frac{2x-1}{x}\right|>2\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2x-1}{x}>2 \qquad \textbf{si} \qquad x\in(-\infty,0)\cup[1/2,+\infty)\\ \cup \\ -\dfrac{2x-1}{x}>2 \qquad \textbf{si} \qquad x\in(0,1/2]\end{cases}$$

$$\left|\frac{2x-1}{x}\right|>2\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{2x-1}{x}-2>0\Rightarrow\dfrac{-1}{x}>0 & \textbf{si} \quad x\in(-\infty,0)\cup[1/2,+\infty)\\ \cup & \\ -\dfrac{2x-1}{x}-2>0\Rightarrow\dfrac{-4x+1}{x}>0 & \textbf{si} \quad x\in(0,1/2]\end{cases}$$

Solución de $\frac{-1}{x}>0$:

$$S=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x<0\cap x\in(-\infty,0)\cup[1/2,+\infty)\}=(-\infty,0)$$

Solución de $\frac{4x-1}{x}<0$:

Veamos cuales son los límites de los intervalos. Igualamos a cero el numerador y el denominador de la expresión anterior:

$4x-1=0\Rightarrow x=\frac{1}{4}$ y $x=0$, este valor no puede estar en la solución porque algo partido por 0 no existe.

Con los datos obtenidos escribimos la siguiente tabla:

$$-\infty \qquad 0 \qquad \frac{1}{4} \qquad \infty$$

$4x-1$	$-$	$-$	$+$
x	$-$	$+$	$+$
$\frac{4x-1}{x}<0$ $-$	$+$ NO sirve	$-$ SI sirve	$+$ NO sirve

$$S=\{x\in\mathbb{R}\,/\,x\in(0,1/4)\cap x\in(0,1/2]\}=\left(0,\frac{1}{4}\right)$$

La solución de nuestro problema debe verificar las dos inecuaciones anteriores, por lo tanto la solución será:

$$S=(-\infty,0)\cup\left(0,\frac{1}{4}\right)$$