

Bloque IV. Ecuaciones Diferenciales de primer orden

Tema 3 Aplicaciones de E. D. de primer orden

Ejercicios propuestos

- IV.3-1 Se disuelve inicialmente 50kg de sal en un gran depósito que contiene 300L de agua. Se bombea salmuera al depósito a razón de 3L/min., y luego la solución adecuadamente mezclada se bombea fuera del depósito también a razón de 3L/min. Si la concentración de la solución que entra es de 2kg/L, determinar la cantidad de sal que hay en el interior del depósito en un instante cualquiera. ¿Cuánta sal hay después de 50 minutos? ¿Cuánta después de un largo tiempo? ¿Qué ocurre si la solución adecuadamente mezclada se bombea hacia fuera con una velocidad de 2L/min.?
- IV.3-2 Un depósito contiene 200 litros de un líquido en el cual se disuelven 30 gramos de sal. Una salmuera que contiene 1 gramo de sal por litro se bombea al depósito con una velocidad de 4L/min. La solución adecuadamente mezclada se bombea hacia fuera con la misma rapidez. Encontrar el número de gramos de sal que hay en el depósito en un instante cualquiera. ¿Cómo varía la respuesta si se bombea agua pura al interior del depósito?
- IV.3-3 Un gran depósito está parcialmente lleno con 100 litros de líquido en los cuales se disuelven 10 gramos de sal. Una salmuera que contiene 0.5 gramos de sal por litro se bombea al tanque con una velocidad de 6L/min. La solución adecuadamente mezclada se bombea en seguida hacia fuera con una rapidez menor, de 4L/min. Hallar el número de gramos de sal que hay en el depósito después de 30 minutos.
- IV.3-4 Se bombea cerveza con un contenido de 6% de alcohol por litro a un depósito que inicialmente contiene 400 litros de cerveza con un 3% de alcohol. La cerveza se bombea hacia el interior con una velocidad de 3L/min., en tanto que el líquido mezclado se extrae con una velocidad de 4L/min. Obtener el número de litros de alcohol que hay en el interior en un instante cualquiera. ¿Cuál es el porcentaje de alcohol que hay después de 60 minutos? ¿Cuánto tardará en vaciarse el tanque?
- IV.3-5 Se bombea aire con un contenido de 0.06% de dióxido de carbono a una habitación cuyo volumen es de 8.000m^3 . La rapidez con que el aire se bombea es de $2000\text{m}^3/\text{min.}$; después, el aire circula y se bombea hacia fuera de la habitación con la misma rapidez. Si hay una concentración inicial de 0.2 % de dióxido de carbono, determinar la cantidad que habrá posteriormente en la habitación en un instante cualquiera. ¿Cuál es la concentración después de 10 minutos? ¿Cuál es la concentración de dióxido de carbono correspondiente al estado estacionario o estado de equilibrio?

- IV.3-6 Una solución de salmuera de sal fluye a razón constante de 8 L/min hacia el interior de un gran tanque que inicialmente contiene 100 L de solución de salmuera en la cual estaban disueltos 5 Kg. de sal. La solución en el interior del tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior con la misma rapidez. Si la concentración de sal en la salmuera que entra al tanque es de 0.5 Kg./L, determinar la cantidad de sal presente en el tanque al cabo de t minutos. ¿Cuándo alcanzará la concentración de sal en el tanque el valor de 0.2 Kg./L?
- IV.3-7 Una solución de ácido nítrico fluye a razón constante de 6 L/min. hacia el interior de un gran tanque que inicialmente contiene 200 L de una solución de ácido nítrico al 0.5 %. La solución contenida en el tanque se mantiene bien agitada y fluye hacia el exterior del mismo a razón de 8 L/min. Si la solución que entra en el tanque es de 20 % de ácido nítrico, determinar la cantidad de ácido nítrico presente en el tanque al cabo de t minutos. ¿En qué momento el porcentaje de ácido nítrico contenido en el tanque será del 10 %?
- IV.3-8 Se sabe que un cultivo de bacterias crece proporcionalmente a la cantidad presente. Después de una hora se observan en el cultivo 1.000 familias de la bacteria y después de cuatro horas, 3.000 familias. Encontrar:
- la expresión para el número de bacterias presentes en el cultivo en un momento t
 - el número de bacterias que había originalmente en el cultivo.
- IV.3-9 En un cierto cultivo de bacterias la velocidad de aumento es proporcional al número presente.
- Si se ha hallado que el nº se duplica en 4 horas, ¿qué nº se debe esperar al cabo de 12 horas?
 - Si hay 10^4 al cabo de 3 horas y $4 \cdot 10^4$ al cabo de 5 horas, ¿cuántas había en un principio?
- IV.3-10 Un camarero introduce en un vaso de "cuba-libre" un cubito de hielo de 3 cms de lado. Al cabo de un minuto su lado es de 2,5 cms. Suponiendo que se deshace a un ritmo proporcional al de su lado, ¿cuánto tiempo tardará en deshacerse el cubo de hielo?
- IV.3-11 Bajo ciertas condiciones, la caña de azúcar en agua, se convierte en dextrosa a un ritmo proporcional a la cantidad que está en ese momento sin convertir. Si de 75 gramos en $t = 0$ se han convertido 8 gramos en los primeros 30 minutos, hallar la cantidad transformada en hora y media.
- IV.3-12 Se sabe que un material radiactivo se desintegra proporcionalmente a la cantidad presente. Si inicialmente hay 100 miligramos de material presente y si después de dos años se observa que el 5% de la masa original se ha desintegrado, hallar:
- una expresión para la masa en un momento t
 - el tiempo necesario para que se haya desintegrado el 10% de la masa original.

- IV.3-13 Una barra metálica a una temperatura de 100°F se pone en un cuarto a una temperatura constante de 0°F . Si después de 20 minutos la temperatura de la barra es de 50°F , halla:
- el tiempo para que la barra tenga una temperatura de 25°F
 - la temperatura de la barra después de 10 minutos.
- IV.3-14 Un cuerpo a una temperatura desconocida se coloca en un cuarto que se mantiene a 30°F . Si después de 10 minutos la temperatura del cuerpo es de 0°F y después de 20 es de 15°F , hallar la temperatura inicial del cuerpo.
- IV.3-15 Un cuerpo a una temperatura de 50°F se pone en un horno cuya temperatura se mantiene a 150°F . Si después de 10 minutos la temperatura del cuerpo es de 75°F , hallar el tiempo requerido por el cuerpo para llegar a una temperatura de 100°F .
- IV.3-16 Un cuerpo de masa 2 Kg. se deja caer sin velocidad inicial y encuentra una resistencia del aire que es proporcional (con constante igual a 2) al cuadrado de su velocidad. Hallar una expresión para la velocidad del cuerpo en un momento t .
- IV.3-17 Un cuerpo de masa 1 Kg. se suelta con una velocidad inicial de 1 metro/segundo y encuentra una fuerza debida a la resistencia del aire dada exactamente por $-8v^2$. Hallar la velocidad para cualquier momento t .
- IV.3-18 Un objeto con masa de 5 Kg. se suelta a partir del reposo, a 1.000 m. arriba del suelo, y se deja caer bajo la influencia de la gravedad. Suponiendo que la fuerza debida a la resistencia del aire es proporcional a la velocidad del objeto con constante de proporcionalidad $k = 50 \text{ Kg./seg.}$, determinar la ecuación de movimiento del objeto. ¿En qué momento se producirá el impacto del objeto contra el suelo?
- IV.3-19 Se sabe que la población de un estado crece a una razón proporcional al número de habitantes que viven actualmente en el estado. Si después de 10 años la población se ha triplicado y después de 20 años la población es de 150.000 habitantes, hallar el número de habitantes que había inicialmente en el estado.
- IV.3-20 Un cultivo tiene inicialmente una cantidad N_0 de bacterias. Para $t = 1$ hora, el número de bacterias medido es $3/2N_0$. Si la rapidez de multiplicación es proporcional al número de bacterias presentes, determinar el tiempo necesario para que el número de bacterias se triplique.