

1. PLANTEAR como un problema de P.L.:

Acaban de diagnosticar que MARY, una perrita de compañía muy querida para sus dueños, tiene cáncer en una etapa bastante avanzada. Específicamente, tiene un tumor grande en el área de la vejiga.

Mary recibirá los cuidados veterinarios más avanzados disponibles en su comunidad con el fin de proporcionarle la mejor posibilidad de supervivencia. Estos cuidados incluyen una terapia de radiación extensa.

La terapia de radiación utiliza una máquina de rayos externos que pasa radiación ionizante a través del cuerpo del animal dañando tanto los tejidos cancerosos como los sanos. Lo normal es que se administren los rayos con precisión desde diferentes ángulos en un plano de dos dimensiones. Debido a la atenuación, cada rayo descarga más radiación sobre el tejido cercano al punto de entrada que sobre el cercano al punto de salida. La dispersión también causa que parte de la radiación se descargue sobre tejidos que están fuera de la trayectoria directa del rayo. Como las células del tumor casi siempre se encuentran diseminadas entre células sanas, la dosis de radiación a través de la región del tumor debe ser suficiente para matar las células malignas que son un poco más sensibles a ésta, pero lo suficientemente pequeña como para no matar a las células sanas. Al mismo tiempo, **la dosis agregada que reciben los tejidos críticos no debe exceder los niveles de tolerancia** establecidos, con el objeto de prevenir complicaciones que puedan resultar más serias que la enfermedad misma. Por la misma razón, **la dosis completa que recibe el cuerpo sano debe minimizarse**.

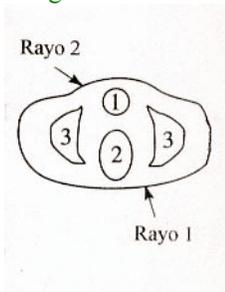
Debido a la necesidad de equilibrar cuidadosamente todos estos factores, el diseño de la terapia de radiación es un proceso muy delicado. La meta principal de este diseño es elegir la combinación de rayos que debe utilizarse y la intensidad de cada uno para generar la mejor distribución de la dosis posible. (La fuerza de la dosis en cualquier punto del cuerpo se mide en unidades llamadas kilorads). Una vez diseñado del tratamiento, se administra en muchas sesiones a lo largo de varias semanas.

En el caso de Mary, el tamaño y la localización del tumor hace que el diseño de su tratamiento sea un proceso más delicado que lo usual. La figura muestra un diagrama de un corte transversal del tumor visto desde arriba, al igual que los tejidos cercanos críticos que deben evitarse. Estos tejidos incluyen órganos vitales (por ejemplo, el recto) al igual que estructura ósea (como el fémur y la pelvis) que atenuarán la radiación. Además se muestra el punto de entrada y la dirección de los únicos dos rayos que se pueden usar con un grado módico de seguridad para este caso. (De hecho, el ejemplo se ha simplificado en este punto, ya que en la realidad deben considerarse docenas de rayos posibles.)

Para cualquier rayo propuesto de una intensidad dada, el análisis de cuál sería la absorción de radiación resultante en distintas partes del cuerpo requiere un proceso complicado. En resumen, con base en un análisis anatómico cuidadoso, la distribución de energía dentro de un corte transversal de dos dimensiones se puede representar gráficamente en un mapa de isodosis en el que las curvas representan la fuerza de la dosis como un porcentaje de la fuerza de la dosis en el punto de entrada. Después se coloca una red fina sobre el mapa de isodosis. Si se suma la radiación absorbida en los cuadros que contienen cada tipo de tejido, se puede calcular la dosis promedio que absorben el tumor, los tejidos sanos y los tejidos críticos. La absorción de la radiación es aditiva cuando se administra más de un rayo (en forma secuencial).

Después de un análisis exhaustivo, el equipo veterinario estimó con detalle los datos necesarios para el diseño del tratamiento de Mary; el resumen se presenta en la tabla. La primera columna da una lista de las áreas del cuerpo que deben considerarse y las dos siguientes proporcionan la fracción de la dosis de radiación de cada rayo en el punto de entrada que se absorbe en promedio en las áreas respectivas.

Por ejemplo, si el nivel de la dosis en el punto de entrada del rayo 1 es 1 kilorad, entonces se absorberán 0.4 kilorad en toda la anatomía sana en el plano de dos dimensiones, un promedio de 0.3 kilorad en los tejidos críticos cercanos, un promedio de 0.5 kilorad en las distintas partes del tumor y 0.6 kilorad se absorberán en el centro del tumor. Se debe tener en cuenta la dosis total de ambos rayos que se absorbe en promedio en las diferentes partes del cuerpo. En particular, **la absorción promedio de la dosis para los tejidos críticos no deben exceder 2.7 kilorads, el promedio sobre todo el tumor debe ser igual a 6 kilorads y en el centro del tumor debe ser por lo menos 6 kilorads.**



1. vejiga y tumor
2. recto, cóccix, etc
3. fémur, parte de la pelvis, etc.

Área	Fracción de la dosis de entrada absorbida por área (promedio)	
	Rayo 1	Rayo2
Anatomía sana	0,4	0,5
Tejido crítico	0,3	0,1
Región del tumor	0,5	0,5
Centro del tumor	0,6	0,4

SOLUCIÓN COMPLETA

2. PLANTEAR el modelo de programación lineal para este problema

El veterinario gerente de una gran explotación agrícola tiene que **planificar los cultivos** para los próximos 5 años. Tiene la oportunidad de explotar dos tipos de cultivos A y B al principio de cada uno de esos próximos 5 años (llámense año1, año2,...,año5). Cada euro invertido en el cultivo A al principio de cualquier año le reporta dos años después $1,40 \text{ €}$ (esto es, una ganancia de $0,40 \text{ €}$), pudiendo reinvertir inmediatamente el total de la inversión recuperada incluido el beneficio obtenido.

Cada euro invertido en el cultivo B al principio de cualquier año le retribuye $1,70 \text{ €}$ tres años después.

Además también puede explotar otros dos tipos de cultivo que llamaremos C y D pero solamente podrá explotarlos una única vez en el periodo de planificación de 5 años del siguiente modo:

- Cada euro invertido en el cultivo C al principio del año 2 da $1,90 \text{ €}$ al final del año 5.
- Cada euro invertido en D al principio del año 5 retribuye $1,30 \text{ €}$ al final de ese año.

El veterinario gerente **dispone de 60.000 € al principio del periodo de 5 años** y desea determinar **qué plan de explotación maximiza la cantidad de dinero acumulada al principio del año 6**

SOLUCIÓN COMPLETA

3. PLANTEAR el siguiente problema de programación lineal

Un ganadero posee en su explotación 230 ovejas y 20 vacas. El manejo de pastoreo es con cercas y ha observado que en los últimos años se le quedan parcelas subexplotadas por lo que se plantea aumentar el número de cabezas en la explotación.

Su objetivo es maximizar el margen neto total, siendo éste por cada oveja de 7.320 ptas y de 28.130 por vaca anualmente. Los costes de compra de los animales son de 4.250 por oveja y 14.558 por vaca. El ganadero solo dispone de 2.000.000 de ptas para invertir durante esa temporada.

La superficie de pastos que no utiliza es de 15 hectáreas. Para desarrollarse correctamente, una vaca necesita 0,9 hectáreas; sin embargo en el caso del ovino, la relación es de 8 ovejas por hectárea.

Para las épocas del año en el que el sistema de producción no es el pastoreo extensivo, posee dos naves que utiliza como establos; las superficies mínimas necesarias para los alojamientos son de 1,5 m² por oveja y de 5 m² por vaca. La nave para ovino tiene una superficie de 430 m² y la de vacuno de 160 m².

En el verano la hierba se henifica para después poderla utilizar en la alimentación en establo. Se consiguen henificar 720 kilogramos, siendo las necesidades previstas de 1 kilo por oveja y 10 kilos por vaca.

SOLUCIÓN COMPLETA

4 PLANTEAR el siguiente problema de P.L.

Una empresa ganadera dispone de cuatro explotaciones de ovino que producen mensualmente 400, 300, 600 y 500 cabezas de ganado y desea establecer un plan de transporte de coste mínimo para llevar su ganado a sacrificar hasta tres mataderos que requieren respectivamente 300, 200 y 300 cabezas para que su puesta en funcionamiento sea rentable.

Los costes unitarios de transporte entre cada origen y destino están dados en la matriz siguiente:

		<i>Explotaciones</i>			
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
<i>Mataderos</i>	<i>1</i>	1	3	2	4
	<i>2</i>	4	3	2	3
	<i>3</i>	1	2	3	2

SOLUCIÓN COMPLETA

5 PLANTEAR el modelo de programación lineal para este problema.

Una clínica veterinaria va a aumentar su oferta de servicios incluyendo urgencias las 24 horas y, por lo tanto, necesita contratar más veterinarios. Sin embargo, no está claro cuántos más debe contratar. La gerencia reconoce la necesidad de controlar el coste y al mismo tiempo proporcionar un nivel satisfactorio de servicio. Por todo ello encarga a uno de sus veterinarios ejecutivos el estudio sobre cómo programar a los empleados para proporcionar un servicio satisfactorio con el menor coste de personal.

Con base en la nueva oferta de servicios se ha realizado un análisis del número mínimo de veterinarios que deben encontrarse de guardia en diferentes momentos del día para proporcionar un nivel satisfactorio de servicio. La columna de la derecha de la tabla muestra el número de veterinarios necesario para los periodos dados en la primera columna. Los otros datos de esta tabla reflejan uno de los acuerdos del contrato colectivo vigente entre la compañía y el sindicato que representa a los trabajadores. El acuerdo es que cada veterinario trabaje un turno de 8 horas, 5 días a la semana, y los turnos autorizados son:

- Turno 1: 6:00 am a 2:00 pm
- Turno 2: 8:00 am a 4:00 pm
- Turno 3: 12:00 am (medio día) a 8:00 pm
- Turno 4: 4:00 pm a 12:00 pm (media noche)
- Turno 5: 10:00 pm a 6:00 am

Las marcas en el cuerpo de la tabla muestran las horas cubiertas por los turnos respectivos. Como algunos turnos son menos deseables que otros, los salarios especificados en el contrato difieren de uno a otro. En la última fila se muestra el **sueldo diario por cada veterinario para cada turno**.

El problema consiste en determinar cuántos veterinarios deben asignarse a los turnos respectivos cada día para minimizar el coste total de personal al mismo tiempo que se cumplen los requerimientos de servicio impuestos.

Periodo	Periodos cubiertos					Número mínimo necesario de veterinarios
	Turno					
	1	2	3	4	5	
6:00 am a 8:00 am	√					48
8:00 am a 10:00 am	√	√				79
10:00 am a 12:00 am	√	√				65
12:00 am a 2:00 pm	√	√	√			87
2:00 pm a 4:00 pm		√	√			64
4:00 pm a 6:00 pm			√	√		73
6:00 pm a 8:00 pm			√	√		82
8:00 pm a 10:00 pm				√		43
10:00 pm a 12:00 pm				√	√	52
12:00 pm a 6:00 am					√	15
Coste diario por veterinario	170 €	160 €	175 €	180 €	195 €	

SOLUCIÓN COMPLETA

6 Una Cooperativa ganadera especializada en ganado ovino va a contratar dos tipos de veterinarios (con experiencia y sin experiencia) para atender el control de calidad de los piensos destinados a alimentar a sus animales. Necesita inspeccionar **al menos 2100** raciones por día laboral (7 horas). Los veterinarios expertos pueden inspeccionar **30 raciones/hora con un nivel de seguridad de 98%**, mientras que los veterinarios inexpertos solo inspeccionan 18 raciones/hora con un nivel de seguridad de 95%. Los sueldos respectivos son de **1000 y 600 ptas./hora** y cada error de inspección supone a la compañía un coste adicional de **100 ptas**. Si se desea contratar **a lo sumo 6** veterinarios con experiencia **y 10** sin experiencia, ¿cuántos veterinarios de cada tipo tiene que contratar la compañía, a fin de **minimizar el costo total** de inspección diaria?

PLANTEAR este problema de Programación Lineal

SOLUCIÓN COMPLETA

7 En un almacén se guarda aceite de girasol y de oliva. Para atender a los clientes se han de tener almacenados un mínimo de 30 bidones de aceite de girasol y 50 bidones de aceite de oliva, y además el número de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 250 bidones. Sabiendo que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 100 ptas. y de uno de girasol de 70 ptas., **PLANTEAR** este problema de Programación Lineal para determinar cuántos bidones de cada tipo hay que almacenar para que el **gasto sea mínimo**.

SOLUCIÓN COMPLETA

8 Una cooperativa ganadera tiene en una misma comarca dos explotaciones de corderos. En esta comarca hay dos mataderos en los que se sacrifican los animales para abastecer al mercado. La cooperativa dispone también de un centro de distribución que sirve de posible intermediario entre las explotaciones y los mataderos.

La red de distribución disponible para el transporte de los corderos a los mataderos se muestra en el esquema, donde **E1** y **E2** son las dos explotaciones, **M1** y **M2**, los dos mataderos y **CD** es el centro de distribución.

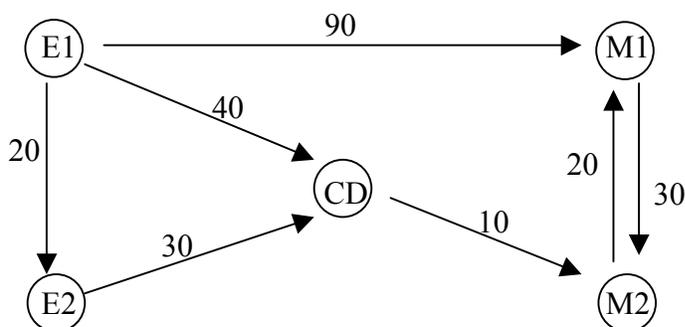
El número de cabezas de ganado que, criadas en cada explotación, diariamente **deben enviarse** al matadero es **exactamente de 50 en E1 y 40 en E2**.

Debido a la **capacidad de los mataderos**, el número de cabezas de ganado que diariamente **se pueden sacrificar en cada matadero es de 30 en M1 y 60 en M2**.

En el esquema, cada flecha representa un trayecto posible de envío, de modo que las posibles combinaciones de estos trayectos, o rutas, son las siguientes:

1. E1 puede enviar directamente a M1 : $E1 \rightarrow M1$
2. Para transportar el ganado de E1 hasta M2 hay tres rutas posibles:
 - $E1 \rightarrow CD \rightarrow M2$
 - $E1 \rightarrow E2 \rightarrow CD \rightarrow M2$
 - $E1 \rightarrow M1 \rightarrow M2$
3. E2 solo tiene posibilidad de una ruta hasta M2 :
 - $E2 \rightarrow CD \rightarrow M2$
4. E2 tiene también solo posibilidad de una ruta hasta M1 :
 - $E2 \rightarrow CD \rightarrow M2 \rightarrow M1$

El **coste (en ptas.) de transporte por cabeza enviada a través de cada trayecto se muestra al lado de cada flecha**. Además hay una limitación en cuanto al **número máximo de cabezas que se pueden enviar en los trayectos $E1 \rightarrow E2$ y $CD \rightarrow M2$** ; el límite es, respectivamente, 10 y 80 cabezas. El resto de los trayectos tienen capacidad suficiente para manejar el número de cabezas que las explotaciones puedan enviar.



PLANTEAR el problema de Programación Lineal que permitiera decidir de forma óptima cuales deberían ser los canales de distribución de modo que la cooperativa **minimizara el coste total diario de transporte** de los corderos hasta los mataderos.

Observación: Como es lógico, se tienen que sacrificar en los mataderos todos los corderos que salen diariamente de las explotaciones. En el centro de distribución no puede quedar ningún cordero puesto que únicamente sirve de intermediario.

SOLUCIÓN COMPLETA

9 Plantear el siguiente problema de Programación Lineal

En su consumo diario promedio de alimento, un animal rapaz necesita 10 unidades de alimento A , 12 unidades de alimento B y 12 unidades de alimento C . Estos requerimientos se satisfacen cazando dos tipos de especies. Una presa de la especie I suministra 5, 2 y 1 unidades de los alimentos A , B y C , respectivamente. Una presa de la especie II proporciona 1, 2 y 4 unidades de los alimentos A , B y C , respectivamente. Capturar y digerir una presa de la especie I requiere 3 unidades de energía en promedio. El gasto de energía correspondiente para la especie II es de 2 unidades. ¿Cuántas presas de cada especie deberá capturar el depredador para satisfacer sus necesidades alimenticias, haciendo un gasto mínimo de energía?

SOLUCIÓN COMPLETA

10 PLANTEAR el siguiente problema de P.L.:

Se trata de distribuir leche cruda desde tres explotaciones lecheras, con unas disponibilidades de 800, 600 y 1200 litros de leche diarias, hasta cuatro centros de recogida, refrigeración, pasteurización, etc., que tienen unos requerimientos de 600, 400, 600 y 1000 litros, respectivamente.

Los costes unitarios entre cada origen y destino están dados en la matriz siguiente:

		<i>Destinos</i>			
		<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
<i>Orígenes</i>	<i>1</i>	1	2	3	4
	<i>2</i>	4	3	2	10
	<i>3</i>	10	2	2	10

Se pretende satisfacer todos los pedidos de modo que el coste total sea mínimo

SOLUCIÓN COMPLETA