

Bloque V. Programación Lineal

Tema 1: Preliminares

Ejercicios resueltos

V.1-1 Resolver las siguientes inecuaciones:

$$a) \quad x + 2y \geq 6; \quad b) \quad 2x - y < 5; \quad c) \quad 3x + 2y \geq \frac{x - y}{2} + 5$$

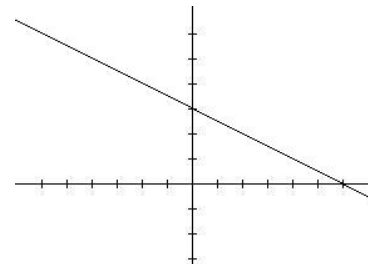
Solución

a) Se representa gráficamente la recta que define la igualdad, dando dos valores cualesquiera, por ejemplo

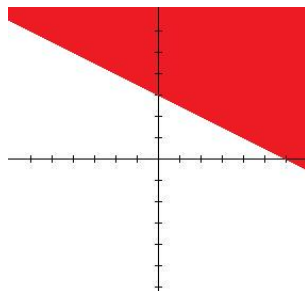
$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow 0 + 2y = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow P(0, 3)$$

$$\text{Si } y = 0 \Rightarrow x + 0 = 6 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow P(6, 0)$$

Esta recta divide al plano en dos semiplanos, en uno de ellos la expresión $x+2y$ es mayor que 6, en el otro es menor que 6. Probamos con un punto cualquiera que no está en la recta, si ese punto cumple la desigualdad, todo el semiplano en el que esté la cumple, en caso contrario, es el otro semiplano el que la cumple.



Probamos con el $(0,0) \Rightarrow 0 + 2 \cdot 0 = 0 < 6$, no cumple la desigualdad, por lo que la solución es el semiplano en el que no está $(0,0)$ y se incluye la propia recta ya que la recta cumple la igualdad y la inecuación es $x + 2y \geq 6$, por lo que la solución es la zona coloreada de rojo.

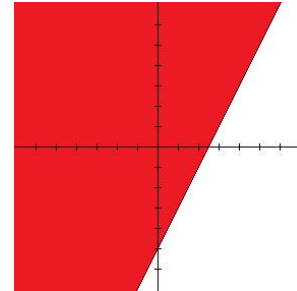


b) $2x - y < 5$

Se representa la recta $r \equiv 2x - y = 5$

x	y
0	-5
2,5	0

Probamos con el $(0,0)$ y vemos que $2 \cdot 0 - 0 = 0 < 5$, por lo que el $(0,0)$ cumple la inecuación, luego el semiplano en el que está, coloreado de rojo, es la solución. En este caso la propia recta no es solución, ya que la desigualdad es estricta.



c) $3x + 2y \geq \frac{x - y}{2} + 5$

Operamos con la inecuación para pasarla a la forma $a \cdot x + b \cdot y \geq c$

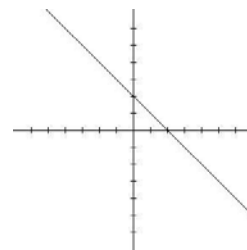
$$3x + 2y \geq \frac{x - y}{2} + 5 \Rightarrow \frac{6x}{2} + \frac{4y}{2} \geq \frac{x - y}{2} + \frac{10}{2}$$

$$6x + 4y \geq x - y + 10 \Rightarrow 6x - x + 4y + y \geq 10 \Rightarrow 5x + 5y \geq 10$$

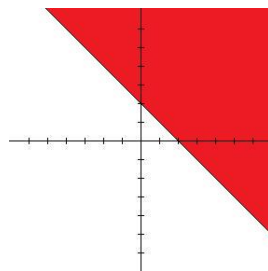
$$x + y \geq 2$$

Dibujamos la recta dando valores

x	y
0	2
2	0



Probamos con el punto $(0,0)$ y vemos que $0+0=0 < 2$, por lo que tenemos que elegir como solución el semiplano al que no pertenece el $(0,0)$. La propia recta es también solución.



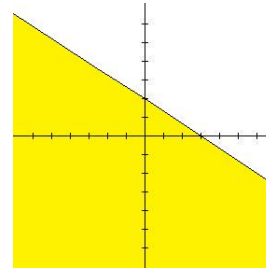
V.1-2 Representar el conjunto $R = \{(x, y) \mid 2x + 3y \leq 6, x - y \geq 0, y \geq 0\}$

Solución

Representamos primero $2x + 3y \leq 6$, dibujando la recta $2x + 3y = 6$. Damos valores:

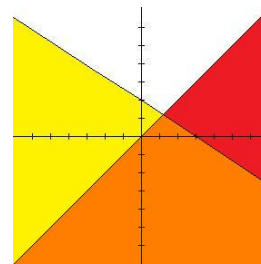
x	y
0	2
3	0

Probamos con $(0,0)$: $2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0 < 6$
 Por lo que obtenemos la zona coloreada.



Hacemos lo mismo para representar $x - y \geq 0$. Representamos $x - y = 0$

x	y
0	0
1	1



Con $(0,0)$ no podemos probar porque está en la propia recta, por lo que probamos con $(1,0)$ $1 - 0 = 1 > 0$. Obteniendo la nueva zona coloreada.

Por último representamos $y \geq 0$

La región R se corresponde con la zona coloreada de marrón.

