Ejercicios resueltos

V.2-1 Una distribuidora de café realiza dos tipos de mezclas, la primera contiene un 50% de café natural y 50% de café torrefacto, la segunda contiene tres partes de café natural por cada parte de café torrefacto. Se abastece diariamente con 1.000 Kg. de café torrefacto y 1.300 Kg. de café natural. Si el beneficio por cada kilo de la primera mezcla es de 1€ y por cada kilo de la segunda mezcla es de 0,9€, ¿cuántos kilos de cada mezcla debe fabricar para maximizar el beneficio?

Solución

Identificamos el problema como un problema de Programación Lineal ya que es una optimización sujeta a restricciones en términos de desigualdad. Definimos las variables:

x = número de kilogramos que debe fabricar de la primera mezcla
y = número de kilogramos que debe fabricar de la segunda mezcla

La función objetivo es:

$$\text{Maximizar} \quad f(x,y) = x + 0,9y$$

Para plantear las restricciones utilizamos la siguiente tabla de disponibilidad de recursos

	Mezcla 1	Mezcla 2	Disponibilidad
Café natural	0,5	0,75	1.300
Café Torrefacto	0,5	0,25	1.000

Con lo que las restricciones, sin olvidarnos de las de no negatividad, son:

Ana Isabel Allueva Pinilla –José Luis Alejandre Marco
MATEMÁTICA APLICADA - Universidad de Zaragoza

$$\left.\begin{array}{r} 0,5x + 0,75y \leq 1.300 \\ 0,5x + 0,25y \leq 1.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x + 3y \leq 5.200 \\ 2x + y \leq 4.000 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

V.2-2 Una empresa comercializa dos tipos de compuestos alimenticios para animales. El primero contiene 4 unidades del nutriente A y 2 unidades del nutriente B, el segundo contiene 2 unidades del nutriente A y 3 unidades del nutriente B. Se quiere conseguir una dieta que proporcione como mínimo 20 unidades de A y 18 unidades de B. Si el coste de una unidad del primer compuesto es de 2€ y del segundo es de 2,5€, calcular qué cantidad de cada tipo de compuesto hay que tomar para un coste mínimo.

Solución

Identificamos el problema como un problema de Programación Lineal ya que es una optimización sujeta a restricciones en términos de desigualdad. Definimos las variables:

x = unidades del primer compuesto
y = unidades del segundo compuesto

La función objetivo es:

Minimizar $f(x, y) = 2x + 2,5y$

Para plantear las restricciones utilizamos la siguiente tabla:

	Compuesto 1	Compuesto 2	Requisitos
Nutriente A	4	2	20
Nutriente B	2	3	18

Con lo que las restricciones, sin olvidarnos de las de no negatividad, son:

$$\left.\begin{array}{rcl} 4x + 2y & \geq & 20 \\ 2x + 3y & \geq & 18 \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{array}\right\}$$

V.2-3 Un comerciante dispone de 200 jamones y 300 botellas de vino con los que realizar dos tipos de lotes navideños. El lote tipo A consta de dos jamones y dos botellas de vino y el lote tipo B consta de 1 jamón y 3 botellas de vino. Si el beneficio por cada lote A es de 30€ y por cada lote B de 15€, ¿cuántos lotes de cada tipo debe preparar para conseguir un beneficio máximo?

Solución

Identificamos el problema como un problema de Programación Lineal ya que es una optimización sujeta a restricciones en términos de desigualdad. Definimos las variables:

x = número de lotes tipo A
y = número de lotes tipo B

La función objetivo es:

Maximizar $f(x,y) = 30x + 15y$

Para plantear las restricciones utilizamos la siguiente tabla:

	Lote A	Lote B	Disponibilidad
Jamones	2	1	200
Botellas	2	3	300

Con lo que las restricciones, sin olvidarnos de las de no negatividad, son:

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x + y & \leq & 200 \\ 2x + 3y & \leq & 300 \\ x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \end{array}\right\}$$

V.2-4 Una empresa fabrica agua de colonia de dos tipos A y B. La colonia A contiene un 10% de extracto de rosas, un 20% de alcohol y el resto agua. La B contiene un 30% de extracto de rosas, un 10% de alcohol y el resto agua. Se dispone de 1.800 litros de extracto de rosas y 1.600 litros de alcohol. La empresa vende a 2€ el litro de producto B y a 1€ el litro de producto A. ¿Cuántos litros de cada producto debe fabricar para que el importe de la venta sea máximo?

Solución

Identificamos el problema como un problema de Programación Lineal ya que es una optimización sujeta a restricciones en términos de desigualdad. Definimos las variables:

x = litros colonia A
y = litros colonia B

La función objetivo es:

Maximizar $f(x,y) = x + 2y$

Para plantear las restricciones utilizamos la siguiente tabla:

	Colonia A	Colonia B	Disponibilidad
Extracto de rosas	10%	30%	1.800
Alcohol	20%	10%	1.600

Con lo que las restricciones, sin olvidarnos de las de no negatividad, son:

$$\left.\begin{array}{r} 0,1x \;+\; 0,3y \leq 1.800 \\ 0,2x \;+\; 0,1y \leq 1.600 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$

V.2-5 En unos grandes almacenes se nece sitan entre 6 y 15 vigilantes cuando están abiertos al p úblico y entre 4 y 7 vi gilantes nocturnos. Por ra zones de seguridad debe haber más vigi lantes cuando están abiertos. Si el salario noc turno es un 60% más alto que el diurno, ¿cóm o debe organizarse el servicio para que resulte lo más económico posible?

Solución

Identificamos el problema como un pr oblema de Programación Lineal ya que es una optimización suj eta a res tricciones en términos de desigualdad. Definimos las variables:

x = número de vigilantes diurnos
y = número de vigilantes nocturnos

La función objetivo es:

Minimizar $f(x,y) = x + 1,6y$

Las restricciones, sin olvidarnos de las de no negatividad, son:

$$\left.\begin{array}{r} 6 \leq x \leq 15 \\ 4 \leq y \leq 7 \\ x \geq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array}\right\}$$
