PROBLEMA 1:

Una huerta tiene actualmente 25 árboles, que producen 600 frutos cada uno. Se calcula que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos. Calcular:

1. La producción de frutos actual de la huerta.

   Producción actual: $25 \cdot 600 = 15.000$ frutos

2. La producción de frutos que se obtendría de cada árbol si se plantan *x* árboles más.

   La producción de cada árbol será: $600 - 15x$

3. La producción de frutos a la que ascendería el total de la huerta si se plantan *x* árboles más.

   $$P(x) = (25 + x)(600 - 15x) = -15x^2 + 225x + 15.000$$

4. ¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para qué la producción de frutos sea máxima?, ¿cuál es ese número máximo de frutos?

   $$P'(x) = -30x + 225 \Rightarrow -30x + 225 = 0 \Rightarrow x = 7{,}5$$

   $P''(x) = -30 < 0 \Rightarrow x = 7{,}5$ máximo

   La producción será máxima si la huerta tiene 32 ó 33 árboles:

   $P(7) = (25 + 7)(600 - 15 \cdot 7) = 15.840$ frutos

   $P(8) = (25 + 8)(600 - 15 \cdot 8) = 15.840$ frutos

PROBLEMA 2:

Un mayorista de café dispone de tres tipos base (Moka, Brasil y Colombia) para preparar tres tipos de mezcla A, B y C, que envasa en sacos de 60 kilogramos, con los siguientes contenidos en kilos y precios del kilo en euros:

	Mezcla A	Mezcla B	Mezcla C
Moka	15	30	12
Brasil	30	10	18
Colombia	15	20	30
Precio (por kilo)	4	4,5	4,7

Suponiendo que el preparado de las mezclas no supone coste alguno, ¿cuál es el precio por kilo de cada uno de los tipos base de café?

Resolved el sistema de ecuaciones lineales que resulta aplicando el método de Gauss.

x = precio Moka
y = precio Brasil
z = Precio Colombia

$$\left.\begin{aligned} 15x+30y+15z&=240\\ 30x+10y+20z&=270\\ 12x+18y+30z&=282\end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 15 & 30 & 15\\ 30 & 10 & 20\\ 12 & 18 & 30\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x\\ y\\ z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 240\\ 270\\ 282\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 15 & 30 & 15 & \vdots & 240\\ 30 & 10 & 20 & \vdots & 270\\ 12 & 18 & 30 & \vdots & 282\end{pmatrix} \xrightarrow[F_3-\frac{4}{5}F_1]{F_2-2F_1} \begin{pmatrix} 15 & 30 & 15 & \vdots & 240\\ 0 & -50 & -10 & \vdots & -210\\ 0 & -6 & 18 & \vdots & 90\end{pmatrix} \xrightarrow[-F_3/6]{-F_2/10}$$

$$\begin{pmatrix} 15 & 30 & 15 & \vdots & 240\\ 0 & 5 & 1 & \vdots & 21\\ 0 & 1 & -3 & \vdots & -15\end{pmatrix} \xrightarrow{F_2\leftrightarrow F_3} \begin{pmatrix} 15 & 30 & 15 & \vdots & 240\\ 0 & 1 & -3 & \vdots & -15\\ 0 & 5 & 1 & \vdots & 21\end{pmatrix} \xrightarrow{F_3-5F_2}$$

$$\begin{pmatrix} 15 & 30 & 15 & \vdots & 240\\ 0 & 1 & -3 & \vdots & -15\\ 0 & 0 & 16 & \vdots & 96\end{pmatrix} \Rightarrow \left.\begin{aligned} 15x+30y+15z&=240\\ y-3z&=-15\\ 16z&=96\end{aligned}\right\} \Rightarrow z=6 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x=4$$

PROBLEMA 3:

Sea $P(t)$ una función temporal que determina el precio en el mercado de segunda mano de cierta maquinaria. En el momento de su adquisición ($t=0$) en el mercado de primera mano el precio de dicha maquinaria asciende a 20 millones de euros. Se sabe que la tasa instantánea de variación del precio es proporcional a la diferencia entre el precio en cada momento, t, y el valor residual que es de 2 millones de euros, siendo la constante de proporcionalidad $k=-0.1$. Suponiendo que el tiempo se mide en años, se pide:

- **a.** Determinar cuanto tiempo ha de transcurrir para que el precio inicial se reduzca a la mitad
- **b.** Representar gráficamente la trayectoria temporal del precio para los próximos 30 años
- **c.** ¿Cuál es el valor mínimo que alcanzará la maquinaria en el mercado de segunda mano?, ¿en cuánto tiempo ocurrirá?

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{dP}{dt}=-0.1[P(t)-2]\\ P(0)=20\end{array}\right\}$$

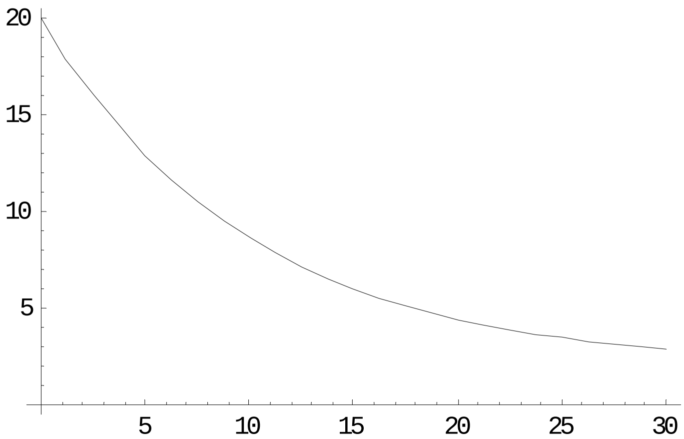
$$\frac{dP}{P(t)-2}=-0.1dt \Rightarrow \ln|P(t)-2|=-0.1t+C \Rightarrow P(t)-2=Ce^{-0.1t}$$

$$P(t)=2+Ce^{-0.1t}$$

$$P(0)=20 \Rightarrow 2+C=20 \Rightarrow C=18 \Rightarrow P(t)=2+18e^{-0.1t}$$

$$P(t)=10? \Rightarrow 10=2+18e^{-0.1t} \Rightarrow e^{-0.1t}=\frac{4}{9} \Rightarrow -0.1t=\ln\frac{4}{9}$$

$P(t)=10? \Rightarrow t=8{,}109$ años



$\lim\limits_{t\to\infty} P(t)=\lim\limits_{t\to\infty}\left(2+18e^{-0.1t}\right)=2$ millones de euros

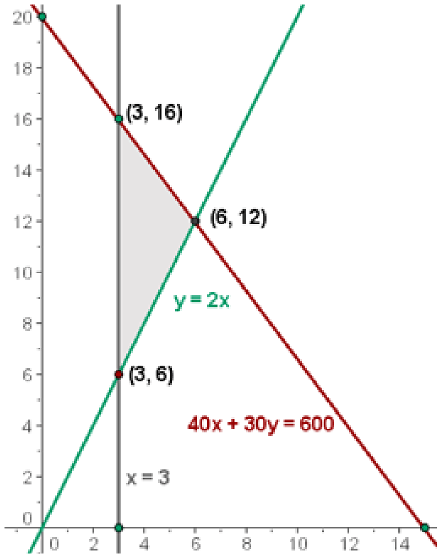
PROBLEMA 4:

Se dispone de 600 g de un determinado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las pequeñas 30 g. Se necesitan, al menos, tres pastillas grandes, y, al menos, el doble de pequeñas que de las grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de 2 € y la pequeña de 1 €. ¿Cuántas pastillas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo?, ¿cuál es ese máximo beneficio? Resolver el problema de Programación Lineal que resulta aplicando el método gráfico.

x = nº pastillas grandes
y = nº pastillas pequeñas

maximizar $f(x,y) = 2x + y$
sujeto a:

$$40x + 30y \leq 600$$
$$x \geq 3$$
$$y \geq 2x$$
$$x, y \geq 0$$



$$\left.\begin{array}{l} 40x + 30y = 600 \\ y = 2x \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 6 \\ y = 12 \end{array}$$

$f(3,6) = 12$ euros
$f(3,16) = 22$ euros
$f(6,12) = 24$ euros

El máximo beneficio es de 24 € y se obtiene fabricando 6 pastillas grandes y 12 pequeñas.

PROBLEMA 5:

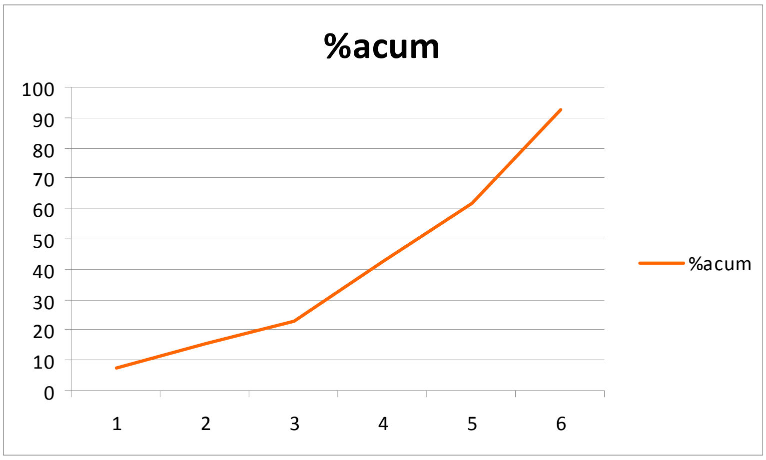
En la siguiente tabla se presentan 24 datos correspondientes a las concentraciones en mg de calcio recogidas en 24 latas de diferentes marcas de 100gr de cierta verdura:

46	55	60	52	53	48	45	40	55	58	49	40
60	62	45	49	55	57	47	42	58	43	56	60

a. Realizad la tabla de frecuencias completa para la variable “concentración de calcio”.

xi	abso	acum	f	F	%	% acum
40	2	2	0,08333	0,07692	8,33333	7,6923
43	2	4	0,08333	0,15385	8,33333	15,385
45	2	6	0,08333	0,23077	8,33333	23,077
50	5	11	0,20833	0,42308	20,8333	42,308
55	5	16	0,20833	0,61538	20,8333	61,538
62	8	24	0,33333	0,92308	33,3333	92,308
	24		1		100	

b. Representar en la gráfica correspondiente los porcentajes acumulados, ¿cómo se llama esta gráfica?



c. Obtener la media, la desviación típica y la moda.

media	varianza	desviación típica	moda
51,4583	47,3025	6,87768	55

d. Señalar en el gráfico anterior la mediana y el percentil 70 explicando su significado.

mediana	percentil 70
52,5	56,1