Examen parcial primero

1. a) Determina el módulo, un argumento, la parte real y la parte imaginaria de $3e^{-i\frac{\pi}{4}}$.

   b) Escribe la forma exponencial del número complejo $z=-2+5i$ y la de su conjugado $\bar{z}$. Escribe una ecuación polinómica de grado dos cuyas raíces sean esos dos números complejos.

   c) Escribe $\cos(2\pi t)$ y $\sin(2\pi t)$ como suma y resta, respectivamente, de dos números complejos escritos en forma exponencial.

   d) Calcula los números complejos C y D que verifican $3\cos(2\pi t)+4\sin(2\pi t)=Ce^{i2\pi t}+De^{-i2\pi t}$. ¿Qué relación hay entre C y D?

2. a) Escribe el enunciado del Teorema de Bolzano.

   b) Razona si son ciertas o falsas cada una de las siguientes afirmaciones.

      i. La función f continua en el intervalo [0,2] verifica $f(1)=0$. Entonces, por el Teorema de Bolzano, $f(0)$ y $f(2)$ deben ser números de distinto signo.

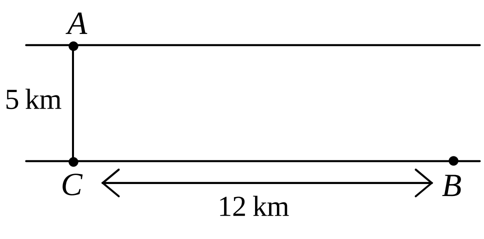
      ii. La función f continua en [2,3] verifica que $f(2)=4$ y $f(3)=9$, entonces $f(2.5)=6.5$.

      iii. No existen dos rectas tangentes a la gráfica de $y=x^3$ que sean paralelas.

      iv. La curva $\{x=\cos t, y=\sin t\}$ tiene pendiente -1 en el punto que corta a la bisectriz del primer cuadrante.

3. a) Escribe el enunciado del Teorema de Fermat sobre máximos y mínimos.

   b) Dos pueblos A y B están en distintas orillas de un río de 5 kilómetros de ancho (véase la figura). Ana vive en A y quiere ir a ver a su amiga Beatriz que vive en el pueblo B cruzando el río de modo que alcance la otra orilla entre C y B.



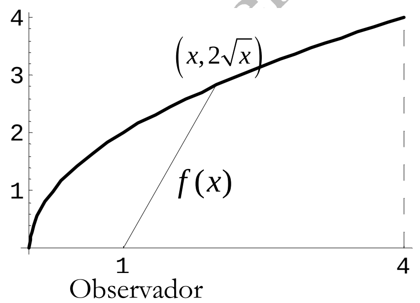
   Sabiendo que Ana nada a una velocidad de 3 km/h y camina a una velocidad de 4 km/h, halla el camino que debe seguir Ana para llegar a B en un tiempo mínimo. ¿Cuál es el camino que le costaría un tiempo máximo?

4. a) Escribe el enunciado de la regla de Barrow para calcular integrales definidas de Riemann.

   b) Indica dos clases de funciones acotadas que sean integrables Riemann en el intervalo $[a,b]$.

   c) Un proyectil es lanzado desde un punto origen O y sigue la trayectoria $y = 2\sqrt{x}$ (los ejes X e Y miden Km) hasta que en el Km *4* del eje X cae verticalmente al suelo. Hay un observador situado a 1 Km horizontal del punto de lanzamiento.

   - Calcula el área bajo la trayectoria del proyectil, sobre el suelo, desde su lanzamiento hasta que cae.
   - Determina la función distancia $f(x)$ desde el observador al proyectil antes de que caiga.



   Calcula $\frac{1}{4}\int_0^4 f(x)\,dx$ (es el valor medio integral de $f(x)$ en [0,4]); ¿en qué punto de la trayectoria se alcanza ese valor promedio?

Todos los ejercicios puntúan igual

En todos los ejercicios propuestos se valorará positivamente (el 10%):
- La claridad y el orden en el proceso de resolución.
- Una explicación escueta de los pasos dados para resolverlos.