



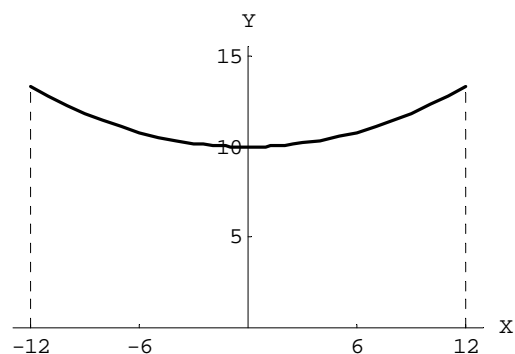
1. a) Demuestra que el producto de un número complejo por su conjugado es el cuadrado de su módulo.
- b) Explica el significado geométrico del módulo de la diferencia de dos números complejos,  $|z - w|$ .
- c) Sea  $z$  un número complejo de módulo 1. Calcula el valor de  $|z + 1|^2 + |z - 1|^2$  e interpreta geoméricamente el resultado.

2. a) Escribe la definición de derivada de una función  $f$  en un punto. Aplícala al caso de  $f'(0)$  siendo  $f(x) = x \cdot |x|$  y calcula  $f'(0)$ .

- b) La curva  $y(x) = 10 \cosh(x/15) = 10 \frac{e^{\frac{x}{15}} + e^{-\frac{x}{15}}}{2}$  es la catenaria o curva que describe

una cadena suspendida de dos pilares de soporte que distan 24 metros (uno situado en  $x = -12$  y otro en  $x = 12$ ). Se pide:

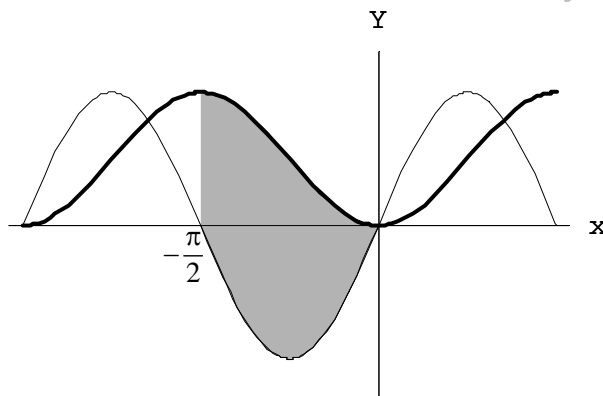
- i. ¿Cuánta altura baja la catenaria?
- ii. Deduce la aproximación lineal de  $y(x) = 10 \cosh(x/15)$  en  $x = 0$ .
- iii. Determina la aproximación cuadrática o parabólica de  $y(x) = 10 \cosh(x/15)$  en  $x = 0$ .



- iv. Averigua cuál es el ángulo que forma la cadena con uno de los pilares de soporte.



3. Un almacenista compra una cierta clase de madera al precio de  $c = 12 \text{ €/m}^3$ . Un estudio de mercado da como resultado que si vende la madera al precio de  $x \text{ €/m}^3$ , el volumen de madera que vende es  $V = 50e^{-0.04(x-c)} \text{ m}^3$ . Se pide:
- Dibuja la función volumen de madera que vende  $V(x)$ . ¿Cuál es la tendencia del volumen de madera que vendería, si el precio de venta  $x$  crece sin cota?
  - Hallar el precio  $x$  para el cual la ganancia (ingresos menos costes) por la venta es máximo.
4. Las dos gráficas que hay en el siguiente dibujo corresponden a la función  $f(x) = \sin^2 x$  y a su función derivada  $f'$ .



- Indica, razonando la respuesta, cuál de las dos es la gráfica de  $f$ .
- Averigua cuál es el recorrido de  $f$ , cuál es su período (mínimo) y cuál es su altura media (valor medio integral de  $y$ ) en un período.
- Calcula el área de la región sombreada.

Todos los ejercicios puntúan igual

En todos los ejercicios propuestos se valorará positivamente (el 10%):

- La claridad y el orden en el proceso de resolución.
- Una explicación escueta de los pasos dados para resolverlos.