

PRÁCTICA 4: Cálculo numérico de derivadas e integración numérica

1. Dada la siguiente tabla de valores, donde $f(x) = x \cdot e^x$:

x	f(x)
1,8	10,8893654
1,9	12,7031994
2	14,7781122
2,1	17,1489568
2,2	19,8550297
2,3	22,9406196
2,4	26,4556233
2,5	30,4562349
2,6	35,0057189
2,7	40,1752757
2,8	46,045011
2,9	52,7050216
3	60,2566108
3,1	68,813649
3,2	78,5040966
3,3	89,4717084

- Obtener $f'(2)$ y $f'(3)$ de forma exacta y a aproximada utilizando diferencias progresivas, regresivas y centrales.
- Calcular en ambos casos el error cometido para la mejor aproximación.

2. Sabiendo que $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx = 1.5708$, encuentra el valor aproximado a esta integral definida usando:

- El método del rectángulo con $n = 20$.
- El método del punto medio con $n = 20$.
- El método del trapecio con $n = 20$.
- El método de Simpson con $n = 20$.
- Calcula el error cometido en cada caso.

FÓRMULAS DERIVACIÓN NUMÉRICA

Diferencias progresivas:
$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

Diferencias regresivas:
$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_i - h)}{h}$$

Diferencias centrales:
$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2h}$$

FÓRMULAS INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Rectángulo:
$$\int_a^b f(x) dx \approx h \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

Punto medio:
$$\int_a^b f(x) dx \approx h \sum_{i=0}^{n-1} f\left(x_0 + \frac{2i+1}{2}h\right)$$

Trapezio:
$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2}(f(a) + f(b)) + h \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)$$

Simpson:
$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{3}(f(a) + f(b)) + \frac{2h}{3} \sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + \frac{4h}{3} \sum_{i=1}^n f(x_{2i-1})$$