PROBLEMA 1:

El dueño de un bar ha comprado refrescos, cerveza y vino por importe de 500 € (sin impuestos). El valor del vino es 60 € menos que el de los refrescos y de la cerveza conjuntamente. Teniendo en cuenta que los refrescos deben pagar un IVA del 6%, por la cerveza del 12% y por el vino del 30%, lo que hace que la factura total con impuestos sea de 592.4 €, calcular la cantidad invertida (sin impuestos) en cada tipo de bebida. Resolved el sistema de ecuaciones lineales que resulta aplicando el método de Gauss.

x = dinero invertido en refrescos sin impuestos
y = dinero invertido en cerveza sin impuestos
z = dinero invertido en vino sin impuestos

$$\left.\begin{aligned} x+y+z&=500\\ 60+z&=x+y\\ 0,06x+0,12y+0,30z&=92,4\end{aligned}\right\}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\1&1&-1&\vdots&60\\6&12&30&\vdots&9240\end{pmatrix}\xrightarrow[F_3-6F_1]{F_2-F_1}\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&0&-2&\vdots&-440\\0&6&24&\vdots&6240\end{pmatrix}\xrightarrow[F_3/6]{-F_2/2}\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&0&1&\vdots&220\\0&1&4&\vdots&1040\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&0&1&\vdots&220\\0&1&4&\vdots&1040\end{pmatrix}\xrightarrow{F_3-4F_2}\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&0&1&\vdots&220\\0&1&0&\vdots&160\end{pmatrix}\xrightarrow{F_2\leftrightarrow F_3}\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&1&0&\vdots&160\\0&0&1&\vdots&220\end{pmatrix}$$

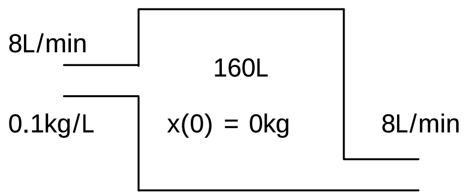
$$\begin{pmatrix}1&1&1&\vdots&500\\0&1&0&\vdots&160\\0&0&1&\vdots&220\end{pmatrix}\Rightarrow\left.\begin{aligned} x+y+z&=500\\ y&=160\\ z&=220\end{aligned}\right\}\Rightarrow x=120\Rightarrow\left.\begin{aligned} x&=120\\ y&=160\\ z&=220\end{aligned}\right\}$$

PROBLEMA 2:

Un depósito contiene 160 litros de agua pura. Una solución acuosa de sal, que contiene 0'1 Kg. de sal por litro, se introduce en el depósito a una velocidad de 8 litros por minuto y la mezcla, bien agitada, sale del depósito a la misma velocidad. (a) ¿Qué cantidad de sal contiene el depósito a los *t* minutos? (b) ¿Cuándo contendrá una concentración de 0'05 Kg. de sal por litro la mezcla que sale del depósito?

x (*t*) = Kg. de sal dentro del depósito en el instante *t*

(a)



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{dx}{dt} = 8 \cdot 0{,}1 - 8 \cdot \dfrac{x(t)}{160} \\ x(0) = 0 \end{array}\right\}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{128-8x}{160} = \frac{16-x}{20} \Rightarrow \frac{dx}{16-x} = \frac{dt}{20} \Rightarrow -\ln|16-x| = \frac{t}{20} + C$$

$$\ln|16-x| = -\frac{t}{20} + C \Rightarrow 16 - x = Ce^{-t/20} \Rightarrow x(t) = 16 + Ce^{-t/20}$$

$$x(t) = 16 + Ce^{-t/20} \xrightarrow{x(0)=0} \Rightarrow 0 = 16 + C \Rightarrow C = -16 \Rightarrow x(t) = 16 - 16e^{-t/20}$$

Así, la concentración será igual a:

$$C(t) = \frac{x(t)}{160} = \frac{16-16e^{-t/20}}{160} = \frac{1-e^{-t/20}}{10}$$

(b)

$$0{,}05 = \frac{1-e^{-t/20}}{10} \Rightarrow 0{,}5 = 1 - e^{-t/20} \Rightarrow e^{-t/20} = 0{,}5 \Rightarrow t = -20 \cdot \ln(0{,}5) = 13{,}86$$
minutos

PROBLEMA 3:

A continuación se presentan 26 datos correspondientes a la cantidad de minerales (gr.) contenidos en 1 litro de leche de vaca:

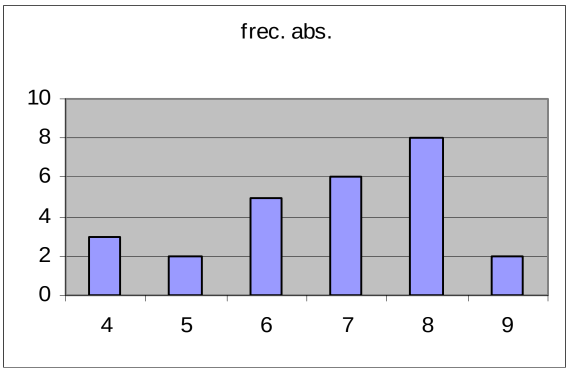
7	6	6.5	6	5	5.5	8.5	8.5	4	7.5	8	4	4
4.2	6	7.3	7.5	7	7.5	7	7	7.2	8	7.3	6.5	6

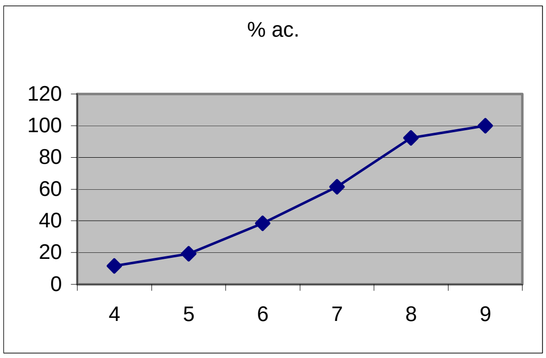
a) Realizar la tabla de frecuencias completa para la variable "cantidad de minerales" (agrupad datos en 6 grupos).
b) Representar en las gráficas correspondientes las frecuencias absolutas y los porcentajes acumulados. ¿Cómo se llaman estas gráficas?
c) Obtener la media, la desviación típica y la moda.
d) Señalar en la gráfica correspondiente y dar el valor aproximado de los siguientes puntos:
   1) El 60% de las muestras de leche recogidas tiene una cantidad total de minerales superior ¿a qué valor?, ¿cómo se llama este punto y qué otro nombre tiene?
   2) El 32% de las muestras de leche recogidas tiene una cantidad total de minerales inferior o igual ¿a qué valor?, ¿cómo se llama este punto?

a)

grupos	frec. abs.	frec. rel.	%	frec. abs. ac.	frec. rel. ac.	% ac.
4	3	0,11538462	11,5384615	3	0,11538462	11,5384615
5	2	0,07692308	7,69230769	5	0,19230769	19,2307692
6	5	0,19230769	19,2307692	10	0,38461538	38,4615385
7	6	0,23076923	23,0769231	16	0,61538462	61,5384615
8	8	0,30769231	30,7692308	24	0,92307692	92,3076923
9	2	0,07692308	7,69230769	26	1	100
	26	1	100			

b)





c) MEDIA: 6,5
DESVIACIÓN TÍPICA: 1,36469777
MODA: 6, 7

d) **1)** 6,5. Percentil 40 o decil 4
2) 6. Percentil 32

PROBLEMA 4:

1) Definimos las variables como:

$x_1 =$ kilogramos a consumir del alimento A
$x_2 =$ kilogramos a consumir del alimento B

La función que minimiza el coste es:

$$f(x_1, x_2) = 60x_1 + 210x_2$$

Para que se cumpla el aporte mínimo de calorías, debe satisfacerse que:

$$1.000x_1 + 2.000x_2 \geq 3.000$$

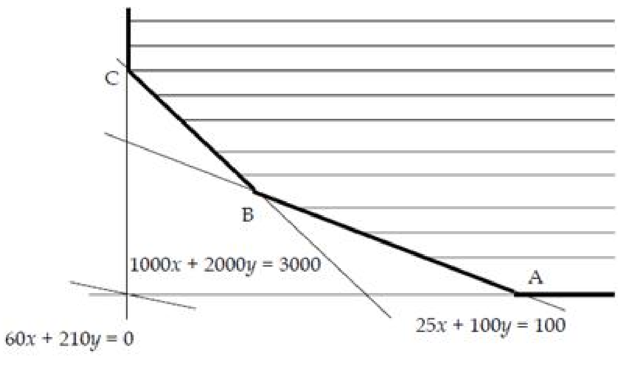
Para que se cumpla el aporte mínimo de proteínas, debe satisfacerse que:

$$25x_1 + 100x_2 \geq 100$$

Además, por su definición, las variables son no negativas. Por tanto:

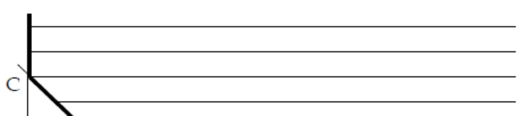
$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x_1, x_2) = 60x_1 + 210x_2 \\ \text{sujeto a:} & 1.000x_1 + 2.000x_2 \geq 3.000 \\ & 25x_1 + 100x_2 \geq 100 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

La región de factibilidade queda como:



La dirección de mejora de la función objetivo nos lleva a concluir que el mínimo se alcanzará em el punto B.

$$\left.\begin{array}{l} 1.000x_1 + 2.000x_2 = 3.000 \\ 25x_1 + 100x_2 = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + 4x_2 = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow 2x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = 0,5 \Rightarrow x_1 = 2$$



El valor mínimo es, por tanto:

$f(2;0,5) = 60 \cdot 2 + 210 \cdot 0,5 = 120 + 105 = 225$ céntimos

Calculamos los otros vértices de la región de factibilidad y comprobamos este hecho:

$f(4,0) = 60 \cdot 4 + 210 \cdot 0 = 240$
$f(0;1,5) = 60 \cdot 0 + 210 \cdot 1,5 = 315$

2) Con la resolución del apartado 1), podemos contestar a las siguientes afirmaciones.

A) FALSO
B) VERDADERO
C) FALSO
D) VERDADERO
E) FALSO
F) VERDADERO
G) VERDADERO
H) FALSO
I) FALSO
J) FALSO