Cuestiones de Espacios Vectoriales

Natalia Boal
María Luisa Sein-Echaluce
Universidad de Zaragoza

1. Consideramos una bolsa de fruta y llamamos A al conjunto de peras y B el conjunto de fruta de color verde. Para indicar que las peras son verdes, utilizaremos:

   (a) $\exists x \in A$ tal que $x \in B$

   (b) $\exists x \in B$ tal que $x \in A$

   (c) $\forall x \in A \Longrightarrow x \in B$

   (d) $\forall x \in B \Longrightarrow x \in A$

2. Sean A y B conjuntos, $A \cap B$ significa:

   (a) $\forall x \in A \Longrightarrow x \in B$

   (b) $x \in A \wedge x \in B$

   (c) $x \in A \vee x \in B$

   (d) $\forall x \in B \Longrightarrow x \in A$

3. La expresión $P \Longrightarrow Q$ se lee

   (a) Q implica a P

   (b) Si no se cumple Q entonces no se cumple P

   (c) P es condición necesaria para que se cumpla Q

   (d) Q es condición suficiente para que se cumpla P

4. Sea V espacio vectorial real y consideremos la familia ligada $\{u_1, u_2, u_3\}$. Entonces

   (a) u_1 es combinación lineal de u_2 y u_3,

   (b) u_1 es proporcional a u_2 o a u_3,

   (c) para todo $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ no nulos $\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = 0_V$,

   (d) existen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ no todos nulos tales que $\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = 0_V$.

5. Sea V espacio vectorial real y consideremos la familia ligada $\{u_1, u_2, u_3\}$. Entonces

   (a) la dimensión de V es menor o igual que 2,

   (b) no podemos asegurar nada acerca de la dimensión de V,

   (c) la dimensión de V será al menos 3,

   (d) la dimensión de V es exactamente 2.

6. Si $V = \mathbb{R}^2$, $U_1 = \{(x_1, 0) / x_1 \in \mathbb{R}\}$, $U_2 = \{(0, x_2) / x_2 \in \mathbb{R}\}$ se cumple

(a) $U_1 \cap U_2 = \{0\}$,

(b) $U_1 \cap U_2 = \emptyset$,

(c) $U_1 \cup U_2 = \mathbb{R}^2$,

(d) $U_1 \oplus U_2$.

7. Sea V un espacio vectorial real y $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ una base dada. Consideramos $S = \mathbb{R}\langle a_1 - a_2, a_2 - a_3 \rangle$ y $T = \mathbb{R}\langle a_3 - a_4 \rangle$, entonces

   (a) $\dim S = 2$,

   (b) $a_3 \in S \cap T$,

   (c) $T \subseteq S$,

   (d) $V = S + T$.

8. Sean V, S y T definidos como en el apartado anterior.

   (a) S y T son suplementarios respecto de V,

   (b) $S \cap T = \{0_V\}$,

   (c) $S \cup T = V$,

   (d) $S + T$ no es directa.

9. Sea V un espacio vectorial real y $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ una base dada.

   (a) $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ es un sistema generador maximal,

   (b) $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ es una familia ligada minimal,

   (c) $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ es una familia libre minimal,

   (d) $\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ es un sistema generador minimal.

10. Sea $V = \mathbb{R}\langle a_1, a_2, a_3 \rangle$, entonces

    (a) $\dim V = 3$,

    (b) existen $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ tales que $0_V = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3$,

    (c) $\{a_1, a_2, a_3\}$ es un sistema generador minimal,

    (d) para todo $v \in V$ existen únicos $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ tales que $v = \lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \lambda_3 a_3$.