Una introducción a MATLAB

Natalia Boal
María Luisa Sein-Echaluce
Universidad de Zaragoza

1 Generalidades

MATLAB (MATrix LABoratory) es un paquete interactivo basado en matrices que permite la realización de cálculos científicos (aritméticos y simbólicos), es fácil de usar y , en principio, no requiere el conocimiento de un lenguaje de programación. Este sistema ofrece excelentes posibilidades gráficas (en dos y tres dimensiones), tiene gran cantidad de funciones predefinidas y además permite al usuario crear sus propias funciones de modo que se aumenta la aplicabilidad del sistema. Destacar también que MATLAB posee unas *toolboxes* (que se adquieren por separado) con las que se pueden resolver problemas específicos como, por ejemplo, procesado de señales, simulación de sistemas dinámicos, redes neuronales, etc. Otra de las posibilidades que ofrece este programa es la de interaccionar con otros lenguajes de programación como son C o Fortran.

Antes de empezar a trabajar con MATLAB conviene dar unas indicaciones de carácter general:

• ">>" es el prompt de MATLAB e indica que está listo para aceptar órdenes.

• Hay que respetar la sintaxis utilizada por el programa y tener en cuenta que MATLAB, por defecto, distingue entre mayúsculas y minúsculas.

• Para ejecutar una orden basta pulsar la tecla *ENTER*.

• Una sentencia termina con un retorno de carro. Si ocupa más de una línea se puede continuar en la siguiente, para ello basta poner tres punto suspensivos (...) y pulsar retorno de carro.

• Terminar una orden con punto y coma (;) indica que no queremos visualizar en pantalla el resultado de una expresión.

• Se pueden escribir varias sentencias en la misma línea separadas por una coma o por un punto y coma.

• >> `diary nombre_fichero.txt`: permite grabar en un fichero texto la sesión de trabajo. Con `diary off` y `diary on` desactivamos y activamos la grabación en el fichero.

• >> `help nombre_funcion`: para consultar cualquier función del programa.

• >> `clear`: elimina todas las variables no permanentes. Es posible borrar únicamente algunas de las variables del espacio de trabajo con la orden `clear nombre_variable`.

• >> `who`: visualiza las variables creadas en la sesión actual de trabajo. (>> `whos` da una información más amplia).

• % indica que lo que sigue es un comentario y no se ha de ejecutar.

2 Uso de matrices

MATLAB trabaja esencialmente con matrices de números reales o complejos. Las matrices 1×1 las interpreta como escalares y las matrices fila o columna como vectores. A continuación presentamos unas instrucciones para el manejo básico de matrices.

• Definición de matrices y submatrices

>> `A=[1 2 3; 4 5 6]` % Los espacios en blanco se pueden sustituir por comas

>> `A(1,2)` % elemento de la primera fila y segunda columna

>> `f1=A(1,:)` % la primera fila de `A`, la primera columna: `c1=A(:,1)`

Ejercicio. Define una matriz B de tamaño 3×3.

Ejercicio. Define un vector `v` que sea igual a la tercera fila de B.

Ejercicio. ¿Qué hace?

>> `B1=B([1,3],:)`

Ejercicio. Ejecuta las sentencias

>> `[A;B]`

>> `[A B]`

¿Qué ocurre en cada caso?

• Operaciones con matrices

>> `A+B` % suma de matrices; la resta sería `A-B`

>> `3*A` % producto de la matriz `A` por el escalar `3`

>> `A*B` % producto de matrices

>> `A.*B` % producto elemento a elemento.

Nota. Si las operaciones se realizan con matrices de tamaño incompatible se obtiene un mensaje de error.

Ejercicio. Introduce la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 6 & 8 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calcula:

a) $a_{13} + a_{32}$,

b) tres veces la primera columna de A,

c) dos veces la segunda columna más tres veces la cuarta,

d) `A.*A` y `A*A` explica cuál es el resultado en cada caso.

Ejercicio. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

calcula (si es posible):

a) AB, b) $3A - D$, c) B^2, d) $ABC + 2D$.

• Funciones matriciales

>> `inv(A)` % inversa de una matriz regular

>> `det(A)` % determinante de una matriz cuadrada

>> `A'` % traspuesta de A

>> `rank(A)` % rango de A

Ejercicio. Considera la matriz A del ejercicio anterior y calcula A', $|A|$, rang A. ¿Qué ocurre si calculamos con MATLAB A^{-1}?

• Funciones para construir matrices especiales

>> `eye(n)` % matriz identidad

>> `zeros(m,n)` % matriz nula de tamaño $m \times n$

>> `ones(m,n)` % matriz de unos de tamaño $m \times n$

Ejercicio. Considera las matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

a) Construye la matriz diagonal por bloques

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & A_2 \end{pmatrix}.$$

b) Comprueba que A_1 y A_2 son regulares.

c) Sin hacer ningún cálculo con MATLAB contesta de forma razonada a las siguientes preguntas:

i) ¿La matriz A es regular?

ii) ¿Cuál es su inversa?

d) Utiliza MATLAB para comprobar si has contestado bien a las preguntas anteriores.

e) Comprueba que $|A| = |A_1|\,|A_2|$.

3 Una aplicación de las matrices

Con frecuencia los gobiernos, las agencias nacionales de seguridad y las empresas se interesan en la transmisión de mensajes codificados que sean difíciles de descifrar por otros, en caso de ser interceptados, pero que se decodifiquen con facilidad por quienes lo escriben. Hay muchas formas interesantes de *cifrar* o *codificar* un mensaje, y en su mayor parte usan la teoría de números o el álgebra lineal. A continuación describimos uno que es eficaz, en especial cuando se usa una matriz regular de gran tamaño.

Sea M una matriz regular, sólo conocida por quienes la transmiten y quienes la reciben. Por ejemplo,

$$M = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Supongamos que se desea codificar el mensaje

$$A\,T\,A\,C\,A\,R\;\;A\,H\,O\,R\,A$$

Reemplazamos cada letra por el número que le corresponde a su posición en el alfabeto (un espacio se representa por 0). Con lo que el mensaje se ha convertido en la sucesión de números

$$\{1,\ 21,\ 1,\ 3,\ 1,\ 19,\ 0,\ 1,\ 8,\ 16,\ 19,\ 1\}$$

que agrupamos de dos en dos para formar los vectores columna

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 21 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 1 \\ 19 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 19 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Multiplicamos esos vectores a izquierda por M y se obtienen unos nuevos vectores columna que nos dan la siguiente lista de números

$$\{81,\ 41,\ 9,\ 5,\ 73,\ 37,\ 4,\ 2,\ 40,\ 24,\ -53,\ -17\}$$

Éste es el mensaje cifrado. Para decodificarlo es necesario hallar la inversa de la matriz M y multiplicarla por los vectores codificados para obtener los números originales.

Ejercicio. Basado en el método anterior, decodifica el mensaje dado por los números

$$\{-2, -18, 19, 0, -1, 1, -8, -20, 20, -6, -8, 15, 0, -4, 9, 26, 10, -5, 10, 15, -5, 13, -3, 6, -4, 2, 7\}$$

conocida la matriz

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio. Dadas A y B matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ razona si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones.

a) $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

b) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.

c) Si $AX = BX$ para todo $X \in \mathcal{M}_{n\times 1}(\mathbb{K})$ se cumple $A = B$.