

## Tema 1. Los números reales

1. La fórmula  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$  da la resistencia total de un circuito

eléctrico debida a tres resistencias  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  conectadas en paralelo.

Si  $10 \leq R_1 \leq 20$ ,  $20 \leq R_2 \leq 30$ ,  $30 \leq R_3 \leq 40$ , calcula entre qué valores está  $R$ .

2. Si  $a$  es un número real, demuestra que

— si  $0 < a < 1$ , entonces  $a^2 < a$ ;

— si  $a < 0$  ó  $a > 1$ , entonces  $a < a^2$ .

3. El número  $\frac{a+b}{2}$  se llama media aritmética de los números positivos  $a$  y

$b$ , y el número  $\sqrt{ab}$  se llama media geométrica.

Supongamos que los números  $a$  y  $b$  indican la nota obtenida en cada uno de los dos parciales, ¿qué nota final sería preferible, la media aritmética o la media geométrica? Razona tu respuesta.

4. Considera la ecuación  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$ , donde los coeficientes son números enteros,  $a_n \neq 0$ ,  $a_0 \neq 0$ .

Recuerda la siguiente propiedad: Si el número racional  $\frac{p}{q}$  (con  $p$  y  $q$  sin factores comunes) es solución de dicha ecuación, entonces  $p$  es divisor de  $a_0$  y  $q$  es divisor de  $a_n$ .

Usa este resultado para encontrar las soluciones reales de las siguientes ecuaciones:

$$4x^3 - 4x^2 - x + 1 = 0, \quad x^5 - 6x^4 + 5x^3 + 16x^2 - 12x - 16 = 0.$$

5. Comprueba que el número real representado por  $\sqrt{2}$  no es un número racional.

6. Expresa el conjunto de soluciones de cada una de las siguientes inecuaciones mediante la notación de intervalos y dibújalo en la recta.

(a)  $-1 < 3x + 5 < 6$ ,

(b)  $2x - 4 \leq 6 - 7x \leq 3x + 6$ ,

(c)  $\frac{1+x}{1-x} > 0$ ,

(d)  $1 - x^2 \geq 0$

(e)  $2(x+3) > 3(x-1) + 6$ ,

(f)  $(x+2)(x-1) > 0$ ,

(g)  $x^2 > 4$ ,

(h)  $x^4 - 4x^2 + 4 < 0$ ,

(i)  $(2x+3)(3x-1)(x-2) < 0$ ,

(j)  $\frac{2x+1}{x+2} < 1$ ,

(k)  $x - \sqrt{x^2 - 1} \leq 1$ ,

(l)  $x - \sqrt{x^2 + 1} < 0$ ,

(m)  $\sqrt{x+2} > x$ .

7. Calcula el conjunto de las soluciones de cada una de las ecuaciones e inecuaciones siguientes:

(a)  $|2x+1| = 3$ ,

(b)  $|2x+3| < 6$ ,

(c)  $|x^2 - 3| < 1$ ,

(d)  $(x-2)^2 \geq 4$ ,

(e)  $|x-2| = |2x+4|$ ,

(f)  $|2x+3| > 5$ .

8. Redondear a tres decimales los números  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ , 0.99999, 4.00564, 4.000465.

9. Determinar cotas de los errores absoluto y relativo cometidos al aproximar el número  $A$  por el valor  $a$  en los siguientes casos:

(a)  $A = \pi$ ,  $a = 3.1416$ ;

(b)  $A = \frac{2}{7}$ ,  $a = 0.286$ ;

(c)  $A = \frac{10}{11}$ ,  $a = 0.9090$ .

10. Al medir por observación una constante  $A$  se obtuvo el valor 25.368 con un error porcentual del 2%. ¿Entre qué valores está  $A$