

Tema 3. La geometría del plano y del espacio

- Consideremos dos vectores del plano $\mathbf{a} = (2,5)$ y $\mathbf{b} = (4,-1)$.
 - Calcula las siguientes combinaciones lineales:
 $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ y $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$.
 - Halla los siguientes productos escalares:
 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$, $3\mathbf{a} \cdot (5\mathbf{b} + \mathbf{e}_1)$.
 - Calcula y compara los números reales:
 $\|\mathbf{a}\| - \|\mathbf{b}\|$, $\|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|$.
 - Encuentra el único vector unitario de la misma dirección y sentido que \mathbf{b} .
- Calcula la distancia entre los puntos $(5,-3,2)$ y $(-1,-4,3)$ del espacio.
- Calcula un vector del plano que sea unitario y perpendicular a $\mathbf{v} = (2,5)$.
- Calcula dos vectores del espacio perpendiculares entre sí y que sean perpendiculares a $\mathbf{v} = (1,1,0)$.
- Halla, usando el producto vectorial, un vector perpendicular a $\mathbf{u} = (1,2,3)$ y también a $\mathbf{v} = (2,2,-1)$.
- Escribe la ecuación de la esfera con centro en $C(-1,-4,3)$ y tangente al plano XZ .
- Calcula el centro y el radio de la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 - 14x + 6y - 8z + 10 = 0$.
- Describe los puntos (x,y) del plano tal que el vector posición $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ verifique una de las siguientes ecuaciones:
— $\|\mathbf{r}\| = 2$, — $\|\mathbf{r} - \mathbf{i}\| = 2$,
— $\mathbf{r} \cdot \mathbf{i} = 2$, — $\mathbf{r} \cdot \mathbf{i} = \|\mathbf{r}\|$.
- Dados los puntos $A(5,-3,2)$ y $B(-1,4,3)$ del espacio, calcula:
 - Las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por A y B .
 - La ecuación del plano que pasa por A y tiene como vector normal el que une A con B .
 - La ecuación del plano que pasa por B y es paralelo al plano XZ .
 - La ecuación de la recta que pasa por B y es perpendicular al plano XZ .
- Considera los planos $x + y + z = 1$ y $4x - 3z - 15 = 0$.
 - Indica algún vector normal a cada uno de los planos.
 - Calcula un vector perpendicular a los dos anteriores.
 - Comprueba que el punto $(6,-8,3)$ está en ambos planos.
 - Escribe las ecuaciones paramétricas y la ecuación continua de la recta intersección de ambos planos.