

- 1.-** Una compañía se dedica a la elaboración de 2 productos, la demanda de estos productos es de 200 unidades para cada uno de ellos. La compañía podrá elaborar los productos o comprarlos a un proveedor. Los costos de compra de estos productos a un cierto proveedor son 3 u.m. por unidad de P1 y 2 u.m. por unidad de P2. Para poder elaborar los productos la compañía debería ampliar las maquinarias de cada uno de los dos talleres que tiene. El coste de ampliación de los talleres depende de qué producto se decide fabricar en cada uno de ellos (sólo se puede ampliar un taller para la fabricación de un único producto), los costes son 50 u.m. por ampliar un taller para producir P1 y 30 u.m. por ampliar un taller para producir P2. Debido a que los talleres se emplean en la actualidad para producir otros productos, como máximo se podría disponer de 15 horas semanales en cada uno de los talleres en el caso de decidir su ampliación. Las tasas de producción por hora que podrían alcanzarse en los talleres serían:

	T1	T2
P1	4	5
P2	6	5

Los costes de producción en cada uno de los talleres es 2.5 por unidad de P1 y 1.5 por cada una de P2. Construir un modelo de programación entera que permita determinar si se amplía o no alguno de los talleres, y el número de piezas compradas y/o producidas de manera que se minimice el costo total de compra-producción.

- 2.-** Los cuatro artesanos que se dedican a la fabricación de muebles a medida en una ebanistería, acaban de recibir un importante pedido por el que deben realizar 3 laboriosos muebles en el menor tiempo posible. La fabricación de cada uno de estos muebles requiere un cierto tiempo de dedicación de cada artesano en un orden específico. La sucesión de artesanos para cada tipo de mueble y el tiempo consumido por cada uno de ellos son los siguientes:

M1: Artesano 2 $\xrightarrow{4^h}$ Artesano 3 $\xrightarrow{5^h}$ Finalizado
 M2: Artesano 1 $\xrightarrow{6^h}$ Artesano 2 $\xrightarrow{7^h}$ Artesano 4 $\xrightarrow{12^h}$ Finalizado
 M3: Artesano 1 $\xrightarrow{13^h}$ Artesano 3 $\xrightarrow{9^h}$ Artesano 4 $\xrightarrow{8^h}$ Finalizado

Por ejemplo, el segundo de los muebles debe ser comenzado por el artesano 1, que le dedica 6 horas, después pasa al artesano 2, que trabaja en él durante 7 horas, y finalmente el artesano 4 tras 12 horas de trabajo finaliza el mueble. Plantear un modelo que permita determinar el orden en el que los artesanos deben dedicarse a cada mueble de manera que finalicen el pedido en el menor tiempo posible.

- 3.-** Una prestigiosa compañía va a lanzar al mercado un nuevo producto. El encargado de la publicidad de la compañía dispone de un presupuesto de 3 millones de euros

para realizar la campaña publicitaria durante los próximos 2 meses. El publicista se ha planteado tres posibles medios publicitarios, televisión, radio y vallas publicitarias. Dependiendo del medio utilizado y del número de exposiciones (número de veces que aparece el anuncio en televisión o en radio, o el número de vallas publicitarias colocadas), existe una captación teórica distinta de potenciales compradores. Cada uno de los tres medios publicitarios tiene 2 costos asociados, un costo fijo por la creación del anuncio (grabar el anuncio para televisión o grabar el anuncio para la radio o crear la matriz a partir de la cual imprimir los carteles), y un costo variable por el número de exposiciones. En la siguiente tabla se muestran los costos fijos de cada tipo de anuncio, el costo variable por cada exposición en el medio correspondiente y el número de potenciales compradores captados por cada exposición del anuncio en dicho medio.

	Costo fijo	Costo variable por exposición	Núm. de potenciales clientes captados por exposición
Televisión	1.8 millones	0.012 millones	20000 personas
Radio	0.6 millones	0.0006 millones	5000 personas
Vallas	0.006 millones	0.00006 millones	50 personas

- A) Plantear un problema que permita determinar el medio o medios utilizados, así como el número de exposiciones (repeticiones en televisión y/o en radio y/o número de carteles colocados) de manera que se maximice el número de compradores potenciales, manteniéndose dentro del presupuesto de 3 millones.
- B) Los contratos con las compañías que van a realizar los anuncios han impuesto las siguientes condiciones: si se decide anunciar en televisión hay que realizar al menos 100 repeticiones del anuncio, si se anuncia en radio hay que realizar al menos 200 repeticiones del anuncio, y si se utilizan vallas publicitarias hay que colocar al menos 2000. Añadir al planteamiento del apartado anterior las restricciones que garanticen esta nueva situación.

4.- Resolver el siguiente problema de programación lineal entera:

$$\begin{aligned}
 \text{máx } Z &= -x_1 + 2x_2 \\
 \text{sujeto a: } & -x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_1 - x_2 \leq 5 \\
 & x_1 + 3x_2 \leq 9 \\
 & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2 \text{ y enteras}
 \end{aligned}$$

5.- Una pequeña compañía de camiones dispone actualmente de cuatro camiones cis-

terna que pueden cargar distintas cargas, tal y como se muestra en la tabla:

	Volumen	Costo por viaje	Costos fijos mensuales
Camión 1	1000 u.v.	8 u.m.	100 u.m.
Camión 2	2000 u.v.	15 u.m.	120 u.m.
Camión 3	1500 u.v.	12 u.m.	100 u.m.
Camión 4	1500 u.v.	14 u.m.	70 u.m.

Actualmente dicha compañía tiene un contrato por el que ha de transportar mensualmente 25000 u.v. y 30000 u.v. de dos sustancias químicas entre dos ciudades cercanas. Debido a las características de la carga y a la distancia existente entre el punto de carga y el de descarga, cada camión puede realizar a lo sumo un viaje diario y, obviamente, en dicho viaje no se pueden mezclar las dos sustancias. Se consideran meses de 20 días laborables.

- A) Con la información anterior plantear un problema que permita determinar el número de viajes mensuales de cada uno de los camiones con objeto de transportar las 25000 y 30000 u.v. de las dos sustancias y minimizar los costos diarios de transporte más los costos fijos mensuales por operación del camión correspondiente.
- B) Debido a problemas de limpieza de los residuos de las sustancias en los camiones la compañía ha decidido que cada camión debe dedicarse únicamente a transportar una única sustancia. Modificar el planteamiento del apartado A) para que recoja la nueva situación.
- C) Debido a que básicamente los costos por viaje son debidos al combustible el gerente ha llegado al siguiente acuerdo con una gasolinera cercana. La compañía se compromete a que sus camiones reposten en dicha gasolinera y a cambio cada 10 veces que un camión reposte la gasolinera regala el combustible de la número 10. Modificar el planteamiento del apartado A) para que recoja esta nueva situación.
- 6.- Una pequeña tienda tiene que planificar la compra de uno de sus principales artículos para los próximos cuatro meses, por situaciones de años anteriores sabe que la demanda prevista para esos cuatro meses será de 100, 200, 150 y 120 unidades para los meses 1, 2, 3 y 4, respectivamente. El precio unitario que paga por la compra de los productos es de 10 u.m. los meses 1 y 2 y de 12 u.m. los meses 3 y 4. Si se considera oportuno, en un momento dado, se pueden comprar más unidades de las estrictamente necesarias y guardarlas para meses posteriores, con un costo de almacenamiento de 2 u.m. por unidad almacenada y mes, (por problemas de almacenamiento el número máximo de unidades almacenadas de un mes a otro es 100).

- A) **Plantear un problema de programación lineal entera** que permita determinar cuantas unidades de producto comprar al principio de cada mes con objeto de minimizar los gastos de compra más almacenamiento, teniendo en cuenta que deben satisfacerse las demandas previstas y además al final del cuarto mes no deben quedar unidades en el almacén.
- B) El dueño de la tienda ha conseguido descuento por volumen en la compra de los productos. El proveedor del artículo le va a cobrar al precio pactado hasta 100 unidades, si compra más de 100 obtiene un descuento del 10 % para cada una de las que estén por encima, es decir, tienen descuento la 101, 102, etc. **Replantear** el problema anterior para que recoja esta nueva situación (problema de programación lineal entera).

7.- Tenemos varias cajas que queremos meter en una estantería de 4 baldas. Actualmente sólo nos preocupa la anchura de estas cajas, que son las que se muestra en la tabla

	caja 1	caja 2	caja 3	caja 4	caja 5	caja 6	caja 7
Grosor(cm.)	15	16	18	24	24	25	29

- A) Teniendo en cuenta que la anchura de cada una de las baldas de la estantería es de 60 cm. **Plantear** un problema de programación lineal entera que permita determinar que cajas colocar en cada balda con objeto de minimizar el número de baldas utilizadas
- B) La resolución del problema anterior ha indicado que se pueden meter todas las cajas en tres baldas. Ahora nos planteamos como meter todas las cajas en las tres baldas de manera que la máxima cantidad libre en cada balda sea lo más pequeña posible. Replantear el problema anterior para plantear un problema de programación lineal entera cuya resolución proporcionara la manera de meter las cajas en las tres baldas de manera que el espacio sobrante en la balda que más espacio sobre sea lo más pequeño posible.
- 8.- Una empresa se dedica a fabricar láminas de acero de distintos grosores para su venta posterior. Para ello dispone de tres máquinas laminadoras con características diferentes. En la tabla siguiente se muestra para cada una de las tres máquinas, el número de metros de lámina que puede realizar por minuto, el grosor de lámina que puede hacer (valor mínimo y máximo), horas de máquina disponibles a la semana, el costo de operación por hora de la máquina, y el costo de ajuste de una máquina si ha sido utilizado alguna hora a lo largo de la semana (independientemente de

las horas utilizadas).

Máquina	Metros de lámina por minuto	Grosor de la lámina	Horas de máquina disponibles a la semana	Costo de operación por hora	Costo de ajuste de máquina
M_1	12 metros	de 0.5cm a 1cm	35 horas	10 u.m.	90 u.m.
M_2	8 metros	de 0.8cm a 1.25cm	35 horas	15 u.m.	95 u.m.
M_3	6 metros	de 1cm a 2cm	35 horas	17 u.m.	98 u.m.

La empresa dispone de una semana de trabajo para producir los siguientes metros de tres tipos de láminas, 17400 m. de lámina de 0.63cm de grosor, 9200 m. de lámina de 1 cm. de grosor y 8880 m. de lámina de 1.25cm de grosor.

- A) Teniendo en cuenta que las láminas deben producirse en piezas de 25m. **plantear** un problema de programación lineal entera que permita determinar como elaborar las láminas con objeto de minimizar los costos totales.
- B) Si cuestiones operativas no permiten que se ponga en funcionamiento una máquina si no es para trabajar al menos 10 horas. Añadir las restricciones necesarias que garantizan esta nueva situación.

- 9.- Una pequeña ebanistería se dedica a la elaboración de tres tipos de sillas S_1 , S_2 y S_3 , utilizando para ello dos tipos de maderas M_1 y M_2 . Las disponibilidades semanales de los dos tipos de madera, la necesidad de madera para cada uno de los modelos de sillas y el precio unitario de venta de éstas se proporciona en la tabla siguiente:

	S_1	S_2	S_3	Unidades de madera
M_1	2	3	1	400
M_2	5	4	6	720
Precio de Venta(u.m.)	200	256	168	

El costo de elaboración de una silla de tipo S_1 y S_2 es de 160 y 158 u.m., respectivamente, independientemente del número de unidades. Sin embargo, para las sillas de tipo S_3 , el costo depende del número de unidades producidas, así el costo es de 150 u.m. por unidad las primeras 75 sillas fabricadas y es de 130 u.m. por unidad para el resto (76, 77, ...).

Plantear un problema de programación lineal entera cuya resolución permitiera determinar el número de sillas que debe elaborarse para maximizar el beneficio.

- 10.- Una empresa elabora tres tipos de productos en dos máquinas diferentes. Cada una de las máquinas puede utilizarse indistintamente para la elaboración de los

tres productos, si bien cada vez que se comienza la producción de un lote de un tipo de producto la máquina correspondiente requiere unos ajustes. En la tabla que aparece a continuación se muestra: la disponibilidad, en tiempo, de cada una de las máquinas; el tiempo necesario para elaborar una unidad de cada producto en cada una de las máquinas; el tiempo necesario para ajustar una máquina cuando se comienza la producción de un producto; y la disponibilidad diaria de las máquinas.

	Tiempo de proceso por unidad		Tiempo de ajuste
	M_1	M_2	
P_1	2	3	60
P_2	3	2	30
P_3	3	3	45
Disponibilidad	480'	480'	

Teniendo en cuenta que el número de productos debe ser entero y que si se decide elaborar unidades de un producto en una máquina deben elaborarse 10 o más, **plantear un problema de programación lineal entera** cuya resolución permita determinar el plan de producción que maximiza el número de productos elaborados diariamente.

11.- Encuentra la solución óptima del siguiente problema de programación lineal entera:

$$\begin{aligned}
 \text{mín } Z &= 3x_1 + 7x_2 + 10x_3 + 15x_4 + 26x_5 + 40x_6 \\
 \text{s.a:} \quad &x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_5 - x_6 \geq 2 \\
 &x_1 - x_2 - 6x_3 + 4x_4 + x_5 + 2x_6 \geq 2 \\
 &x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 6
 \end{aligned}$$

12.- Encuentra la solución óptima del siguiente problema de programación lineal entera:

$$\begin{aligned}
 \text{mín } Z &= 2x_1 + x_2 + 5x_3 + 3x_4 + 4x_5 \\
 \text{s.a:} \quad &-3x_1 - 2x_2 - 7x_3 - 5x_4 + 4x_5 \leq 0 \\
 &-x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4 - 2x_5 \leq -5 \\
 &x_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, 5
 \end{aligned}$$