

1. Sean 20 y 30 unidades las necesidades semanales mínimas de proteínas e hidratos de carbono que una persona necesita semanalmente, y sean 40 las unidades máximas de grasas que una persona debe tomar semanalmente.

Se consideran 3 alimentos A_1 , A_2 y A_3 cada uno de los cuales contiene por kg las siguientes unidades de proteínas, hidratos de carbono y grasas.

	A_1	A_2	A_3
Proteínas	2	4	0
Hidratos de carbono	1	0	1
Grasas	1	2	1

- A. Si A_1 cuesta 45 u.m. por Kg, A_2 20 y A_3 12, **plantear** un problema de programación lineal cuya resolución permita determinar cuántos kilogramos de cada uno de los alimentos debe consumir semanalmente una persona para que el coste de la dieta sea mínimo y se satisfagan los requerimientos mínimos de proteínas e hidratos de carbono y, máximos de grasas.
- B. Resolver mediante el algoritmo Simplex Dual el problema anterior.
- C. Escribir el problema dual del problema planteado en el apartado A) y dar su solución.
- D. Se está planteando la posibilidad de incrementar las necesidades mínimas de proteínas o de hidratos de carbono. ¿Cuál de los dos incrementos resultaría a priori más económico? (usad la interpretación económica de las variables duales en el óptimo para contestar a la pregunta)

Resolución

33 Puntos

2. Dado el problema de programación lineal de máximo:

$$\begin{aligned}
 \text{máx } Z &= c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 \\
 \text{s. a: } &4x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 30 \\
 &x_2 + x_3 \geq 10 \\
 &x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12 \\
 &x_1, x_2, x_3 \geq 0,
 \end{aligned}$$

se ha resuelto utilizando el algoritmo del Simplex junto con el método de cálculo de soluciones iniciales "Gran M", para ello se han introducido adecuadamente las variables de holgura x_4, x_5 y x_6 en las restricciones primera, segunda y tercera,

Prueba de evaluación 1

respectivamente, y se ha introducido una variable artificial a_1 con costo $-M$ en la segunda restricción.

La tabla resultante tras la optimización es:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a_1	\bar{b}
x_4	0	-5	0	1	-2	-4		2
x_3	0	1	1	0	-1	0		10
x_1	1	1	0	0	1	1		2
	0	-1	0	0	-1	-3		

- A. Completar la información correspondiente a la variable artificial a_1 .
- B. Se está considerando modificar el vector de recursos $\mathbf{b} = (30, 10, 12)'$ por $\hat{\mathbf{b}} = (32, 8, 12)'$. ¿Cuál será la solución óptima tras esta modificación?
- C. ¿Cuánto podría variar el beneficio de la variable x_3 de forma que se mantenga óptima la solución de la tabla actual? ¿y el de x_2 ?
- D. Se desea saber cuál es la solución del problema si se considera un nuevo producto cuyos coeficientes en la primera, segunda y tercera restricción son, 1, 0 y 2, respectivamente. Además su beneficio en la función objetivo es de 3 unidades por unidad de producto. (Ayuda $c_1 = 3$)
- E. Determinad los valores de c_2 y c_3 .

Resolución

33 Puntos

- 3.** Un empresario ha recibido un importante pedido por el que debe elaborar unidades de 3 productos indivisibles, P_1 , P_2 y P_3 . La elaboración de cada uno de ellos requiere que sean procesados en dos máquinas especiales M_1 y M_2 (deben pasar por una y después por la otra, no importa el orden). Actualmente dicha empresa dispone de 1600 horas de trabajo en cada una de las dos máquinas. El tiempo de proceso, en horas, de cada uno de los tipos de producto en cada una de las máquinas se muestra en la tabla siguiente:

	Tiempo de proceso		
	P_1	P_2	P_3
M_1	1	3	2
M_2	2	2	2

Además, el precio al que le pagan cada unidad elaborada de producto es 30, 35 y 30 u.m., respectivamente, para los productos P_1 , P_2 y P_3 , y el costo de mantener funcionando las máquinas es de 2 u.m. por máquina y hora de trabajo.

- A. **Plantea un problema de programación lineal entera** cuya resolución permita obtener el plan de producción que maximiza el beneficio (ingresos-costos) de la empresa.

- B. Los planificadores de la producción de la empresa se han dado cuenta de que por cuestiones técnicas la producción de los productos de tipo P_1 sólo resulta rentable si se elaboran al menos 150 unidades. **Modifica el planteamiento del apartado A)** del problema para que recoja esta nueva situación, es decir, o no se elaboran unidades de P_1 o se elaboran 150 o más.

- C. El dueño de la empresa se está planteando ampliar la capacidad de producción de las dos máquinas que pasaría a ser de 2000 horas. Teniendo en cuenta que el costo de dicha ampliación sería de 500 u.m. por máquina ampliada, **modifica el planteamiento del apartado A)** de forma que su resolución permitiera determinar si se aumenta o no la capacidad de producción de cada una de las máquinas y cuál es el plan de producción óptimo.

Resolución

33 Puntos