1. **A.** Definimos x_1, x_2, x_3 como el número de kg de alimentos A_1, A_2 y A_3 incorporados en la dieta semanal. Con ello el planteamiento queda:

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & Z = 45x_1 + 20x_2 + 12x_3 \\ \text{s. a.:} \quad & 2x_1 + 4x_2 \geq 20 \\ & x_1 + x_3 \geq 30 \\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

B.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_2	1/2	1	0	-1/4	0	0	5
x_3	1	0	1	0	-1	0	30
x_6	-1	0	0	1/2	1	1	0
	23	0	0	5	12	0	

Por tanto se elabora la dieta con 5 kg de A_2 y 30 de A_3 con un costo de 460 u.m.

C.

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & G = 20y_1 + 30y_2 + 40y_3 \\ \text{s. a:} \quad & 2y_1 + y_2 + y_3 \leq 45 \\ & 4y_1 + 2y_3 \leq 20 \\ & y_2 + y_3 \leq 12 \\ & y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \leq 0 \end{aligned}$$

La solución se obtiene de los costos marginales de las variables de holgura del apartado A).

$$(y_1, y_2, y_3) = (-(-5), -(-12), 0) = (5, 12, 0)$$

D. Atendiendo a los valores de las variales duales en el óptimo calculadas en el apartado anterior, podemos decir que una unidad adicional de proteinas (pasar de 20 a 21) supone un incremento en el valor de la función objetivo de 5 unidades monetarias y un incremento en los requerimientos de hidratos de carbono supone un incremento de 12. Por tanto, resulta más económico el incremento del requerimiento de proteinas.

2. **A.** Como la variable a_1 se introdujo por que la variable de holgura x_5 tenía coeficiente -1, ambas columnas, la de a_1 y x_5 son opuestas. Como consecuencia en la tabla óptima seguirán siendo opuestas. Por tanto la columna de a_1 en la tabla óptima es $(2, 1, -1)'$. En cuanto a su costo marginal será $C_{a_1} - C_B B^{-1} A_{a_1} = -M + 1$ ya que $c_5 - C_B B^{-1} A_5 = -1$ y $c_5 = 0$ por tratarse de una variable de holgura.

B. La matriz B^{-1} asociada a la base de la tabla óptima es

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Si consideramos el nuevo vector de recursos el nuevo valor asociado a las variables básicas es:

$$B^{-1}\hat{b} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 32 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

C. La variable x_3 es una variable básica por tanto la modificación de su costo afecta al resto de variables, en particular si planteamos una modificación del tipo $\hat{c}_3 = c_3 + \lambda$ entonces los costos marginales de las variables quedan: $c_2 - z_2 = -1 - \lambda$ y $c_5 - z_5 = -1 + \lambda$ (el resto no se modifican). Al imponer que se sigan manteniendo no positivos obtenemos que c_3 podría disminuir como mucho una unidad y aumentar hasta en una unidad. En relación a c_2 al tratarse del coeficiente de una variable no básica una modificación sólo afectaría a el mismo y además la modificación de su costo marginal sería igual a la modificación realizada en el costo. Como consecuencia, podría disminuir todo lo que quisiera y aumentar como mucho en una unidad.

D. Calculamos la información actualizada de la nueva variable, su columna en la matriz y su costo marginal:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

y

$$3 - (c_4, c_3, c_1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 3 - 6 = -3$$

Por tanto el nuevo producto no sería rentable y la solución actual no se modifica.

E. Planteamos un sistema de ecuaciones utilizando las variables no básicas x_2, x_5 y x_6:

$$\begin{aligned} -1 &= c_2 - c_3 - c_1 \\ -1 &= 0 + c_3 - c_1 \\ -3 &= -c_1 \end{aligned}$$

Resolviendo obtenemos que $c_1 = 3$, $c_2 = 4$. y $c_3 = 2$.

3. **A.** Definimos variables x_1, x_2 y x_3 que representan el número de unidades de productos P_1, P_2 y P_3 elaboradas, respectivamente. El planteamiento queda:

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & Z = 30x_1 + 35x_2 + 30x_3 - 2(x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_1 + 2x_2 + 2x_3) = \\ & = 24x_1 + 25x_2 + 22x_3 \\ \text{s. a:} \quad & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 1600 \\ & 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1600 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

B. Hay que plantear la dicotomía

$$x_1 \leq 0 \text{ o } x_1 \geq 150$$

que se modela de la forma

$$\begin{aligned} x_1 &\leq y_1 M \\ x_1 - 150 &\geq -M(1 - y_1) \\ y_1 &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Si se conoce, en la primera ecuación M puede sustituirse por una cota superior de X_1 y $-M$ en la segunda por una cota inferior de $x_1 - 150$. Por ejemplo 800 y -150, respectivamente.

C. Definimos dos variables $z_1, z_2 \in \{0, 1\}$ que toman valor 0 si no se amplía la capacidad de producción de la máquina correspondiente y 1 si se amplía. El planteamiento del problema queda

$$\begin{aligned} \text{máx} \quad & Z = 24x_1 + 25x_2 + 22x_3 + 500z_1 + 500z_2 \\ \text{s. a:} \quad & x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 1600 + 2000z_1 \\ & 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 1600 + 2000z_2 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, z_1, z_2 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$