1. A.

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a_1	a_2	
0	x_4	1	2	3	1	0	0	0	0	800
M	a_1	2	0	1	0	-1	0	1	0	200
M	a_2	0	1	1	0	0	-1	0	1	300
		2-2M	3-M	4-2M	0	M	M	0	0	

Entra x_1 sale a_1

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a_1	a_2	
0	x_4	0	2	5/2	1	1/2	0	-1/2	0	700
2	x_1	1	0	1/2	0	-1/2	0	1/2	0	100
M	a_2	0	1	1	0	0	-1	0	1	300
		0	3-M	3-M	0	1	M	M-1	0	

Entra x_2 sale a_2

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	a_1	a_2	
0	x_4	0	0	1/2	1	1/2	2	-1/2	-2	100
2	x_1	1	0	1/2	0	-1/2	0	1/2	0	100
3	x_2	0	1	1	0	0	-1	0	1	300
		0	0	0	0	1	3	M-1	M-3	

B.

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	1	2	3	1	0	0	800
0	x_5	-2	0	-1	0	1	0	-200
0	x_6	0	-1	-1	0	0	1	-300
		2	3	4	0	0	0	

Entra x_2 sale x_6

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	1	0	1	1	0	2	200
0	x_5	-2	0	-1	0	1	0	-200
3	x_2	0	1	1	0	0	-1	300
		2	0	1	0	0	3	

Entra x_1 sale x_5

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	0	1/2	1	1/2	2	100
2	x_1	1	0	1/2	0	-1/2	0	100
3	x_2	0	1	1	0	0	-1	300
		0	0	0	0	1	3	

C. Por ejemplo, sobre la solución óptima del apartado B), entra x_3 sale x_4

C_b	x_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
4	x_3	0	0	1	2	1	4	200
2	x_1	1	0	0	-1	-1	-2	0
3	x_2	0	1	0	-2	-1	-5	100
		0	0	0	0	1	3	

Son soluciones las contenidas en la tabla y todas las soluciones de la combinación lineal convexa de ellas.

D. De la solución óptima de B), obtenemos la matriz B^{-1}.

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 2 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

multiplicamos por el nuevo vector de recursos, teniendo en cuenta los cambios de dirección realizados en las dos últimas restricciones:

$$B^{-1}\hat{b} = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 2 \\ 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 800 \\ -250 \\ -325 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 125 \\ 325 \end{pmatrix} \geq 0$$

E. La restricción $x_1 + x_2 + x_3 \leq 300$ es verificada por la segunda tabla óptima encontrada en 1.C por tanto dicha solución es una solución óptima para esta nueva situación.

2. A.

$$\begin{array}{ll} \text{mín} & G = 2y_1 + 3y_2 \\ \text{s. a:} & 3y_1 + y_2 \geq 5 \\ & y_1 + 2y_2 \geq 2 \\ & y_1 - 3y_2 \geq 6 \\ & 2y_1 - y_2 \geq 3 \\ & y_1 \geq 0, y_2 \geq 0 \end{array}$$

B. Resolvemos gráficamente y obtenemos la solución $(y_1, y_2) = (6, 0)$.

C. Imponemos las condiciones de la holgura complementaria $x_j v_j = 0, y_i u_i = 0, i = 1, 2, j = 1, 2, 3, 4$. $(v_1, v_2, v_3, v_4) = (13, 4, 0, 9)$

$$\begin{array}{l} x_1 v_1 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ x_2 v_2 = 0 \rightarrow x_2 = 0 \\ x_3 v_3 = 0 \ ok \\ x_4 v_4 = 0 \rightarrow x_4 = 0 \\ y_1 u_1 = 0 \rightarrow u_1 = 0 \\ y_2 u_2 = 0 \ ok \end{array}$$

queda por tanto que $x_1 = x_2 = x_4 = u_1 = 0$, al introducir dicha información en el problema primal obtenemos $x_3 = 2$ y $u_2 = 9$, solución factible y por tanto óptima.

3. A partir de la información de PL-1, se generan dos subproblemas nuevos. PL-2 y PL-3. PL-2 construido con la información de PL-1 y la restricción $x_2 \leq 2$, y PL-3 con la información de PL-1 más la restricción $x_2 \geq 3$.

Al resolver gráficamente PL-2, sin más que añadir la restricción $x_2 \leq 2$ sobre el gráfico proporcionado, nos queda como posibles soluciones los puntos extremos $(0,0)$, $(0,1)$, $(1,2)$, $(3,2)$ y $(3,0)$. De todos ellos la solución $(3,2)$ es la que proporciona el mayor valor $Z = 7$. Como dicha solución es factible para el problema de programación lineal entera nos permite cerrar la rama y además establecer una cota inferior del valor óptimo $\underline{Z} = 7$.

Al tratar de resolver el problema PL-3 vemos que el problema no es factible por tanto dicha rama también se cierra.

Teniendo en cuenta el proceso de ramificación obtenido llegamos a que la solución óptima es la mejor solución factible de las obtenidas en la ramificación, $(x_1, x_2) = (3,2)$ con un valor de la función objetivo de 7 unidades.