

Anexo 1 - Tema 4

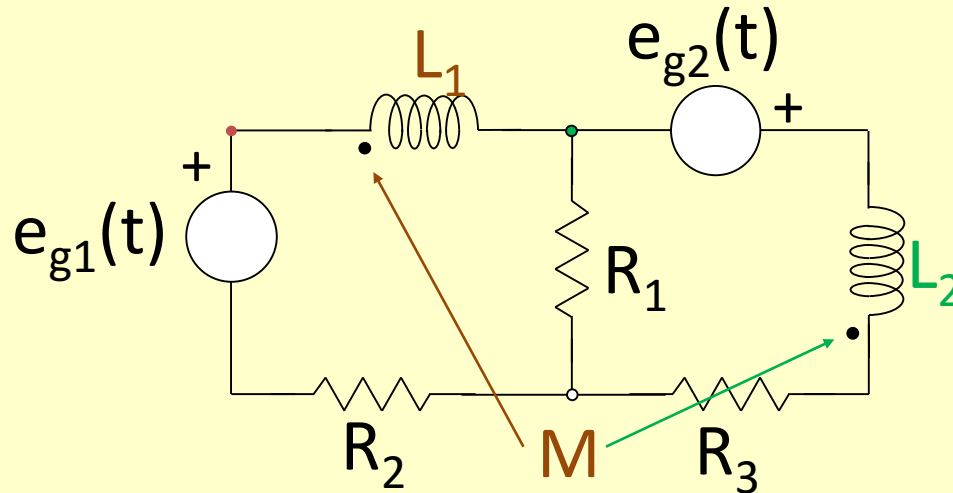
*Circuitos con bobinas acopladas
magnéticamente y transformadores
ideales.*

A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

- *En el caso de presencia de bobinas acopladas magnéticamente, se recomienda aplicar la LKT a cada malla. Para aplicarla, se suman las tensiones en todos los elementos de cada malla y se hace esta suma igual a cero. Se recomienda empezar la suma de tensiones en un punto de la malla y terminarla en ese mismo punto, teniendo en cuenta que las tensiones en las bobinas acopladas no sólo se deben a que circula intensidad por ellas, sino que también se deben a que circula intensidad por las bobinas con las que están acopladas.*
- *Recordar el criterio de escritura de la LKT en el método de análisis por mallas: **Caídas de tensión positivas las crea la intensidad de la malla considerada en cada momento.***

A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores

Problema: escribir, utilizando el operador D , las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura.

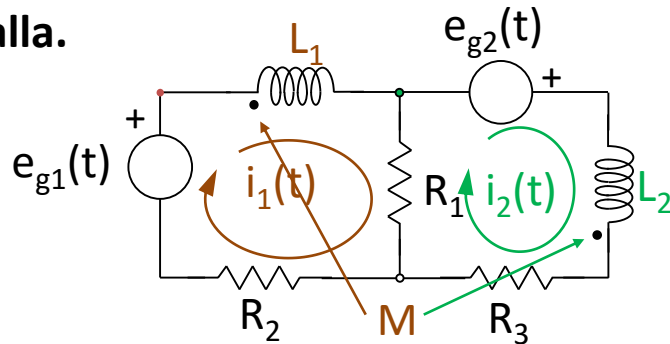


Para ayudarnos a escribir las ecuaciones de malla, dibujamos las referencias \rightarrow de la tensión inducida por su acoplamiento magnético mutuo en la otra bobina.

- El sentido de la referencia de tensión \rightarrow es el mismo que la intensidad que lo genera *respecto a los terminales equivalentes marcados con \bullet* .
- Para pasar de corriente de una bobina a la tensión que induce en la otra bobina, hay que multiplicar dicha intensidad por la impedancia mutua (MD).

A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores

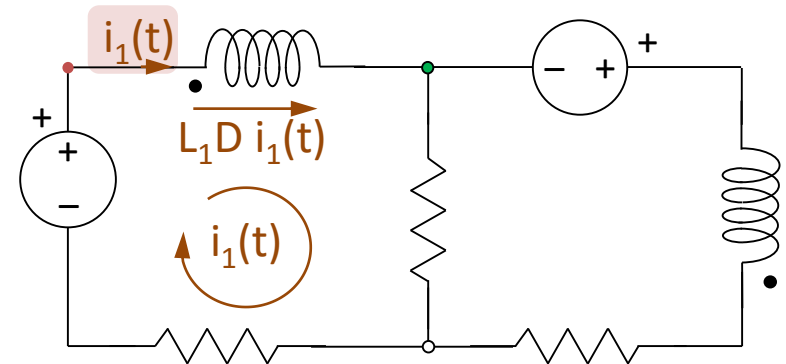
1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



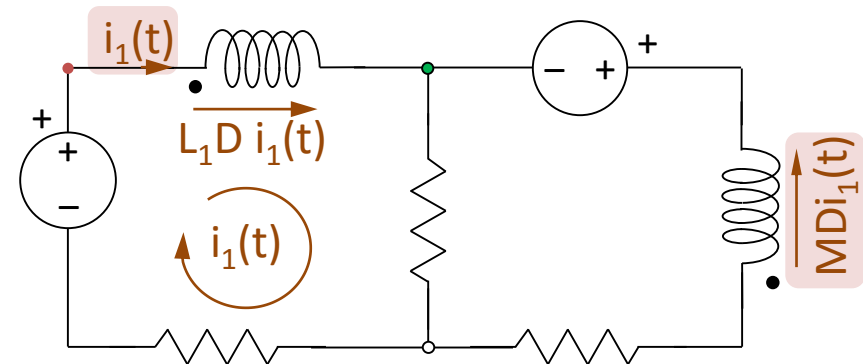
2) Razonar con los terminales • marcados para obtener el sentido de las tensiones mutuas debido al acoplamiento magnético

2a) Marcar la referencia de la tensión Mutua $MD i_1(t)$ en la segunda bobina en el sentido de circulación de la primera bobina .

- Corriente que circula por la primera bobina: $i_1(t)$
- Dibujamos junto a la bobina la referencia \rightarrow de tensión $L_1 D i_1(t)$ en el mismo sentido que $i_1(t)$.
- En la primera bobina, la referencia de tensión $L_1 D i_1(t)$ va del terminal marcado • al terminal sin marca ($\bullet \rightarrow \circ$).



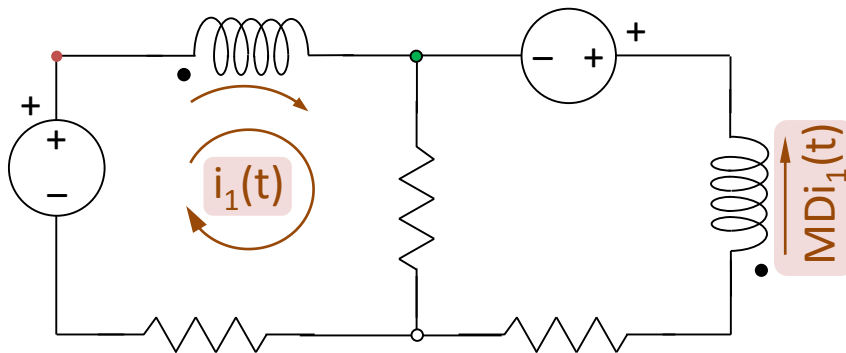
- En la otra bobina se dibuja la referencia de la tensión Mutua $MD i_1(t)$ que va en el mismo sentido que $L_1 D i_1(t)$ (del terminal marcado • al terminal sin marca, $\bullet \rightarrow \circ$). En la otra bobina se cambia L_1 por el coeficiente de inducción Mutua.



A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores

En resumen, se empieza por la primera bobina:

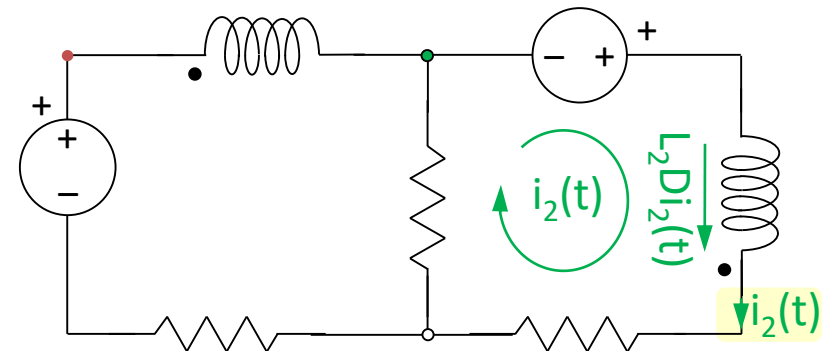
- $L_1 D i_1(t)$ va en el sentido de circulación de la malla de la primera bobina. $L_1 D i_1(t)$ no se suele dibujar para no enmarañar el circuito.
- Se marca la referencia de la tensión Mutua $M D i_1(t)$ en la otra bobina en el sentido de circulación de la primera bobina.



2b) Marcar la referencia de la tensión Mutua $M D i_2(t)$ en la bobina izquierda en el sentido de circulación de la otra bobina

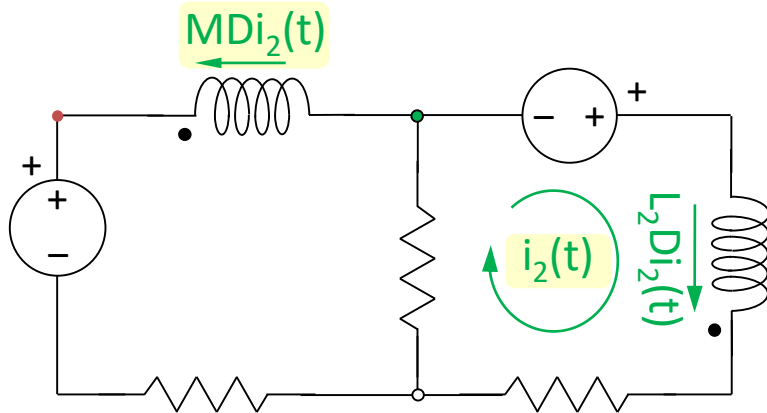
- Corriente que circula por la bobina derecha: $i_2(t)$

- Para mayor claridad en este ejemplo, dibujamos junto a la bobina derecha la referencia de tensión $L_2 D i_2(t)$ en el mismo sentido \downarrow que $i_2(t)$.
- En la bobina derecha, su propia referencia de tensión $L_2 D i_2(t)$ va del terminal sin marca hacia el marcado \bullet .

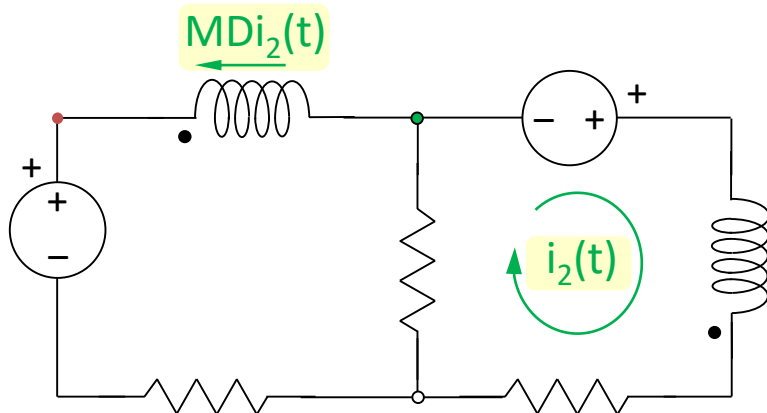


- En la bobina 1 se dibuja la referencia Mutua $M D i_2(t)$ que va en el mismo sentido que $L_2 D i_2(t)$ (del terminal marcado \bullet al terminal sin marca). Nótese que en la tensión mutua aparece el coeficiente de inducción Mutua (en vez de L_2).

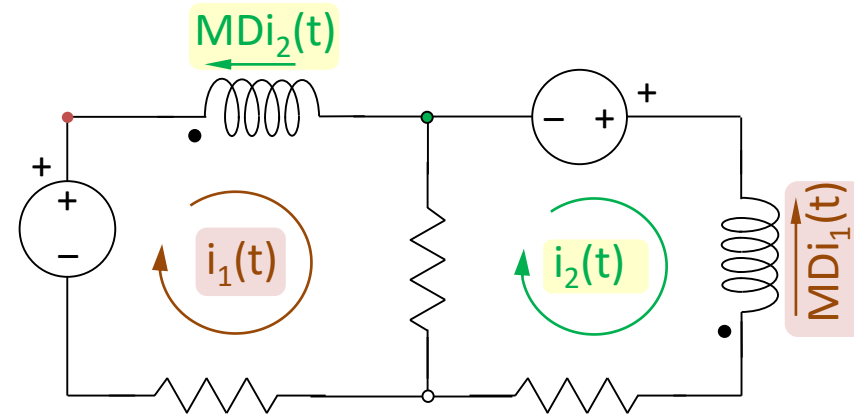
A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores



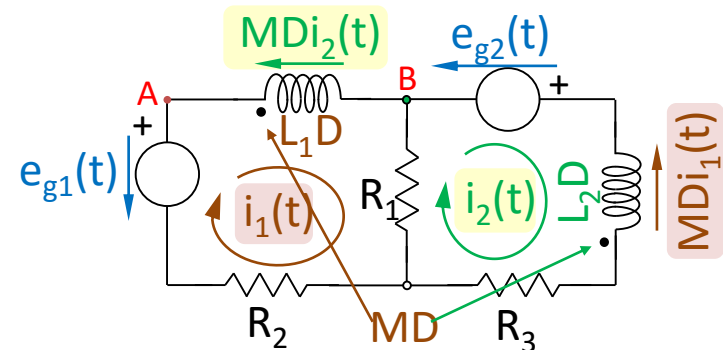
- Para no enmarañar el circuito, sólo se deja la referencia de la tensión Mutua $MD i_2(t)$ en la bobina 1 en el sentido de circulación de la bobina 2.



2c) Circuito sólo con las tensiones mutuas

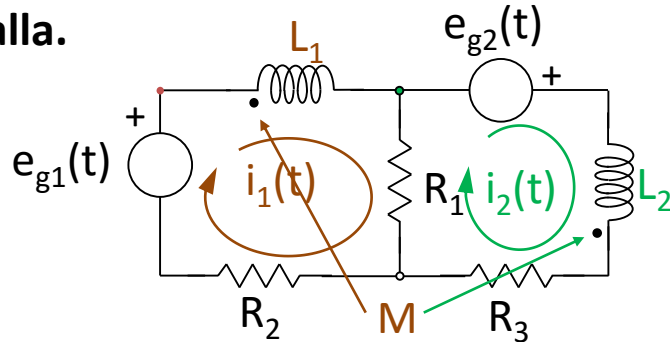


- Una vez obtenidas las tensiones mutuas, se procede a escribir las ecuaciones de malla.

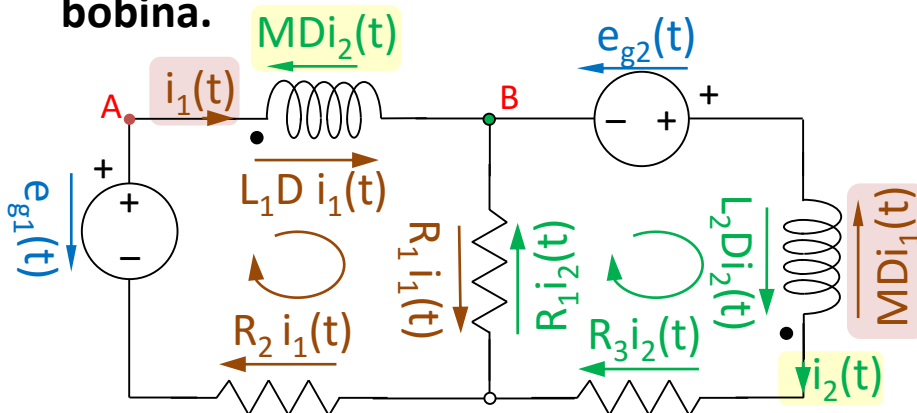


A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores

1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



2) Razonar con los terminales • marcados para obtener el sentido de la tensión que las corrientes de malla inducen (debido al acoplamiento magnético mutuo) en la otra bobina.



3) Aplicar la LKT a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en las bobinas.

- Malla 1.
LKT a la trayectoria cerrada desde A hasta A en el sentido de circulación de la corriente $i_1(t)$:

$$-MDi_2(t) + L_1Di_1(t) + R_1i_1(t) - R_1i_2(t) + R_2i_1(t) - e_{g_1}(t) = 0$$

- Malla 2.
LKT a la trayectoria cerrada desde B hasta B en el sentido de circulación de la corriente $i_2(t)$:

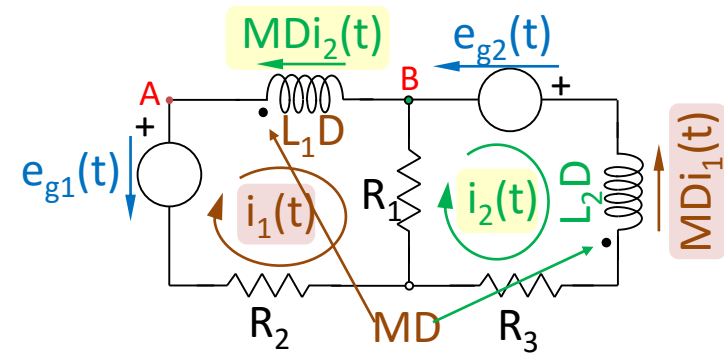
$$-e_{g_2}(t) - MDi_1(t) + L_2Di_2(t) + R_3i_2(t) + R_1i_2(t) - R_1i_1(t) = 0$$

ATENCIÓN: los signos de las fuentes dependen del lado de la igualdad en que se sitúen.

A1.2. Bobinas acopladas en ramas exteriores

Los únicos términos que aparecen con signo negativo en las ecuaciones de mallas con este procedimiento son:

- las fuentes
- las tensiones mutuas y las de transformadores
- Los términos de las impedancias compartidas entre ramas se suelen escribir con un solo término donde aparece la corriente de malla considerada menos la opuesta.



- Malla 1: LKT a la trayectoria cerrada desde **A** hasta **A** en el sentido de circulación de la corriente $i_1(t)$

$$-MD i_2(t) + L_1 D i_1(t) + R_1 [i_1(t) - i_2(t)] + R_2 i_1(t) - e_{g1}(t) = 0$$

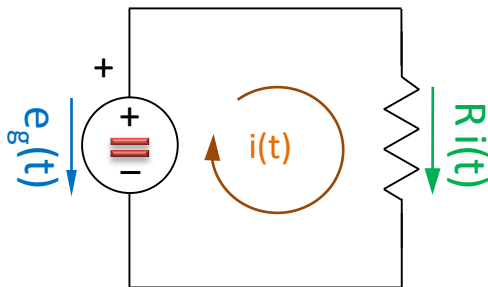
- Malla 2: LKT a la trayectoria cerrada desde **B** hasta **B** en el sentido de circulación de la corriente $i_2(t)$:

$$-e_{g2}(t) - MD i_1(t) + L_2 D i_2(t) + R_3 i_2(t) + R_1 [i_2(t) - i_1(t)] = 0$$

A1.3. Signos de fuentes según su posición en las igualdades

ATENCIÓN: los signos de las fuentes dependen del lado de la igualdad en que se sitúen.

Fuente escrita en la ecuación en el mismo lado que las impedancias \Rightarrow aplicar mismo criterio que para las impedancias (*caídas de tensión positivas las crea la intensidad de la malla considerada en cada momento*).



$$R i(t) - e_g(t) = 0$$

Razonamiento: Referencia de tensión \downarrow de $e_g(t)$ en sentido **CONTRARIO** que \curvearrowright la corriente de malla considerada \Rightarrow signo **CONTRARIO** $-$.

Fuente escrita al otro lado de la igualdad que las impedancias \Rightarrow signo del terminal de la fuente por donde *sale* la corriente.

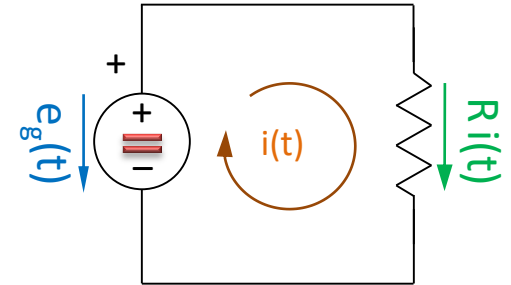
$$R i(t) = +e_g(t)$$

Razonamiento: la corriente de malla *sale* por el terminal $+$ de la fuente $e_g(t)$.

A1.3. Regla nemotécnica para los signos de las fuentes en igualdades

Regla nemotécnica para quien le sea útil:

- Imaginar dentro de la fuente un signo =
- Si las fuentes se escriben en la ecuación con las impedancias (ANTES del =) utilizar el **signo** del terminal de la fuente que aparece en el sentido de circulación de la malla considerada ANTES del = dentro de la fuente.



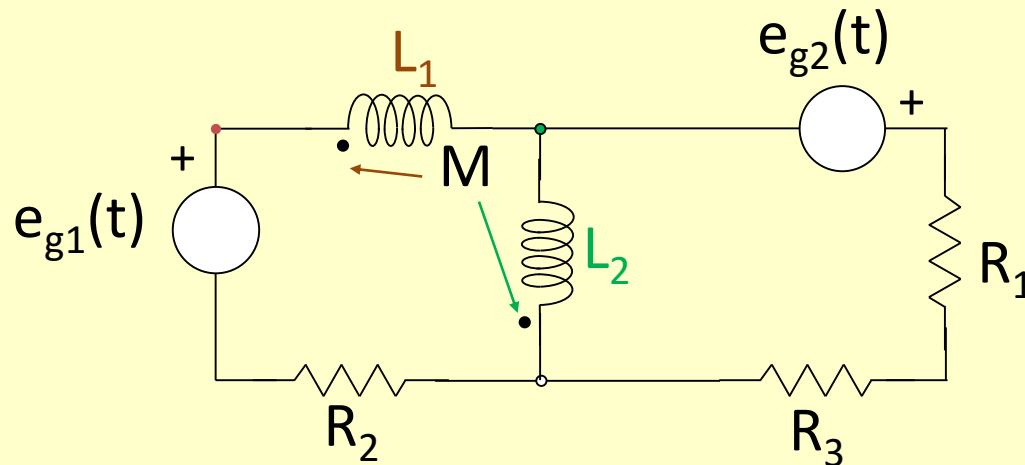
$$R i(t) - e_g(t) = 0$$

- Si las fuentes se escriben DESPUÉS del =, utilizar el **signo** del terminal de la fuente que aparece en el sentido de circulación de la malla considerada DESPUÉS del =.

$$R i(t) = +e_g(t)$$

A1.4. Bobinas acopladas en ramas interiores

Problema: escribir, utilizando el operador D , las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura.

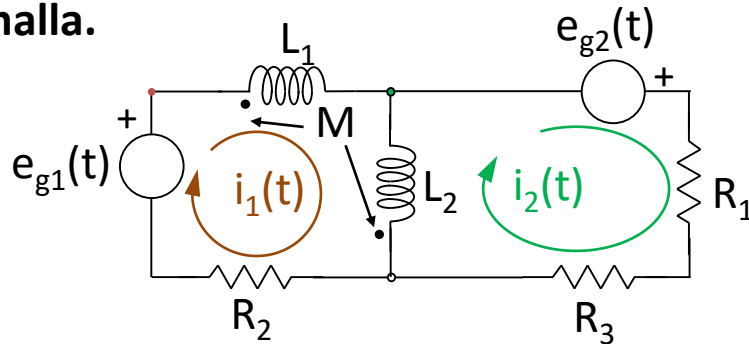


Para ayudarnos a escribir las ecuaciones de malla, dibujamos las referencias \rightarrow de la tensión inducida por su acoplamiento magnético mutuo en la otra bobina.

- El sentido de la referencia de tensión \rightarrow es el mismo que la intensidad que lo genera *respecto a los terminales equivalentes marcados con \bullet* .
- Para pasar de corriente de una bobina a la tensión que induce en la otra bobina, hay que multiplicar dicha intensidad por la impedancia mutua (MD).

A1.4. Bobinas acopladas en ramas interiores

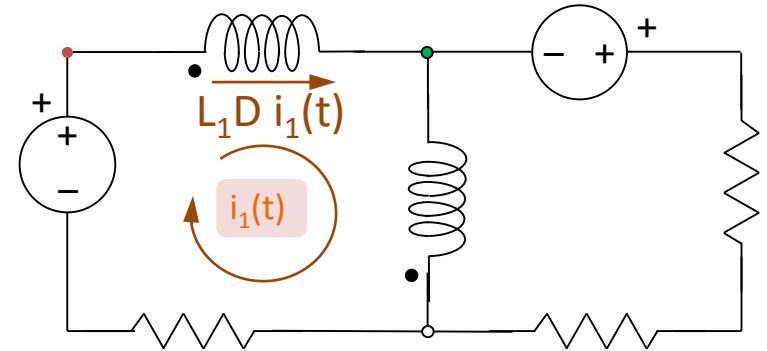
1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



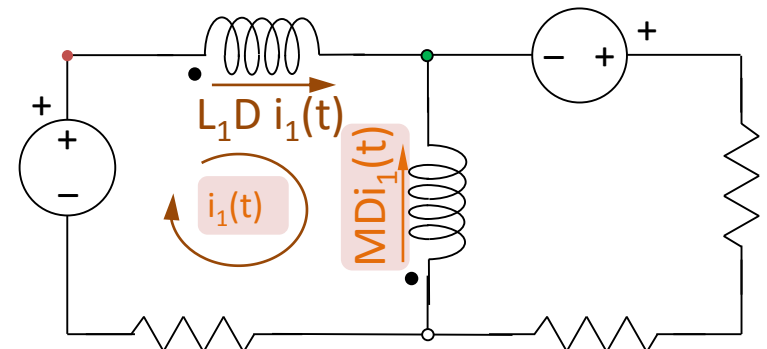
2) Razonar con los terminales \bullet marcados para obtener el sentido de las tensiones debido al acoplamiento magnético mutuo

2a) Marcar la referencia de la tensión **Mutua MD $i_1(t)$** en la bobina derecha en el sentido de circulación de la bobina izquierda.

- Corriente que circula por la bobina izquierda: $i_1(t)$
- Dibujamos junto a la bobina la referencia \rightarrow de tensión $L_1 D i_1(t)$ en el mismo sentido que $i_1(t)$.
- En la bobina izquierda, la referencia de tensión $L_1 D i_1(t)$ va del terminal marcado \bullet al terminal sin marca ($\bullet \rightarrow \circ$).



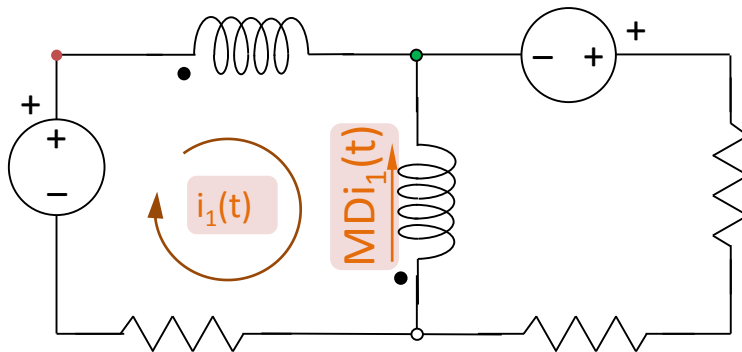
- En la otra bobina se dibuja la referencia de la tensión inducida $MD i_1(t)$ que va en el mismo sentido que $L_1 D i_1(t)$ (del terminal marcado \bullet al terminal sin marca, $\bullet \rightarrow \circ$). En la otra bobina se cambia L_1 por el coeficiente de inducción **Mutua**.



A1.4. Bobinas acopladas en ramas interiores

En resumen, se empieza por la bobina izquierda:

- $L_1 D i_1(t)$ va en el sentido de circulación de la malla de la primera bobina ($\bullet \rightarrow \circ$, del terminal marcado \bullet al terminal sin marca). $L_1 D i_1(t)$ no se suele dibujar para no enmarañar el circuito.
- Se marca la referencia de la tensión inducida $MD i_1(t)$ en la otra bobina en el sentido de circulación de la primera bobina ($\bullet \rightarrow \circ$, del terminal marcado \bullet al terminal sin marca).

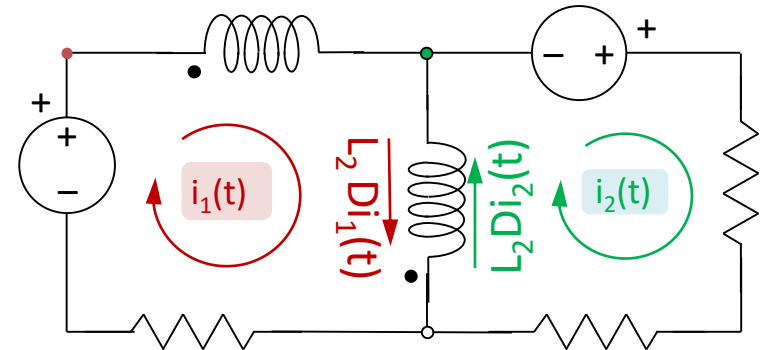


2b) Marcar la referencia de las tensiones $MD i_2(t)$ y $MD i_1(t)$ en bobina izquierda debida a la otra bobina

- Corrientes que circulan por la bobina interior:
 $\downarrow i_1(t)$ e $\uparrow i_2(t)$

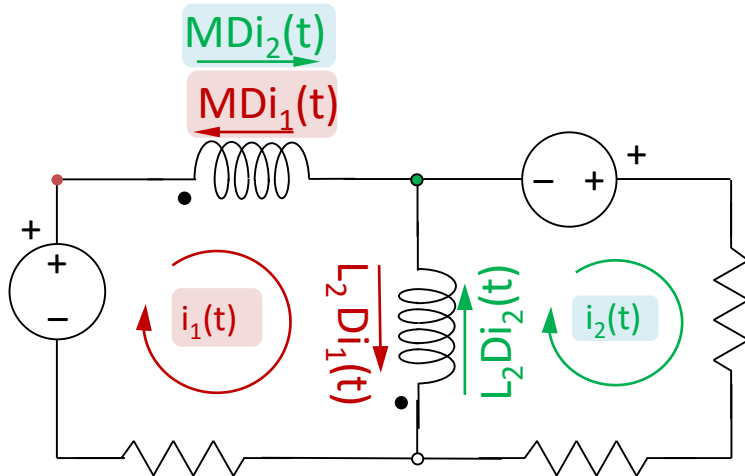
- Para mayor claridad en este ejemplo, dibujamos las referencias propias de la bobina interior:

- $L_2 D i_1(t)$ en el mismo sentido \downarrow que $i_1(t)$.
- $L_2 D i_2(t)$ en el mismo sentido \uparrow que $i_2(t)$.

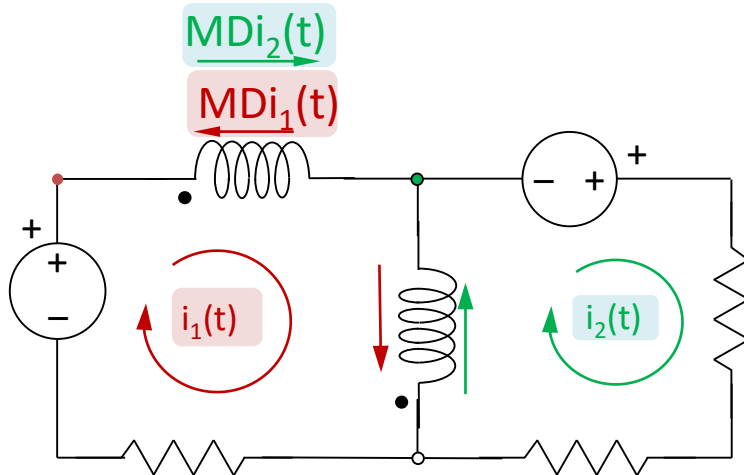


- En la bobina izquierda se dibuja la referencia Mutua $MD i_2(t)$ que va en el mismo sentido $\bullet \rightarrow \circ$ que $L_2 D i_2(t)$ (del terminal marcado \bullet al terminal sin marca).
- También se dibuja la referencia Mutua $MD i_1(t)$ que va en el mismo sentido $\circ \rightarrow \bullet$ que $L_2 D i_1(t)$ (del terminal sin marca al terminal marcado \bullet).

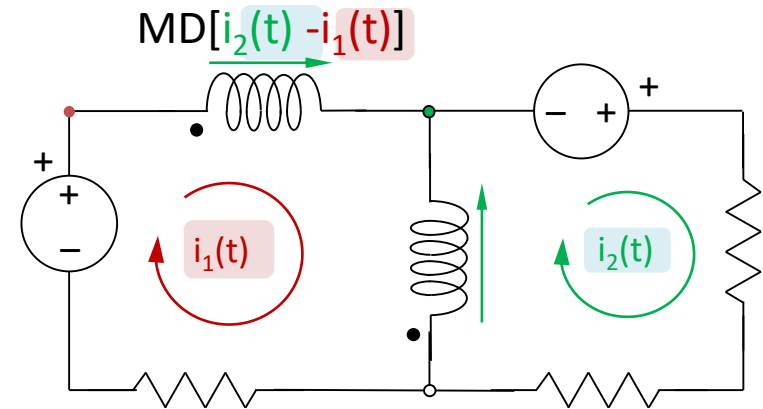
A1.4. Bobinas acopladas en ramas interiores



- Para no enmarañar el circuito, sólo se deja la referencia de las tensiones mutuas.



- Las tensiones mutuas se pueden agrupar en un solo término en el sentido de la malla.

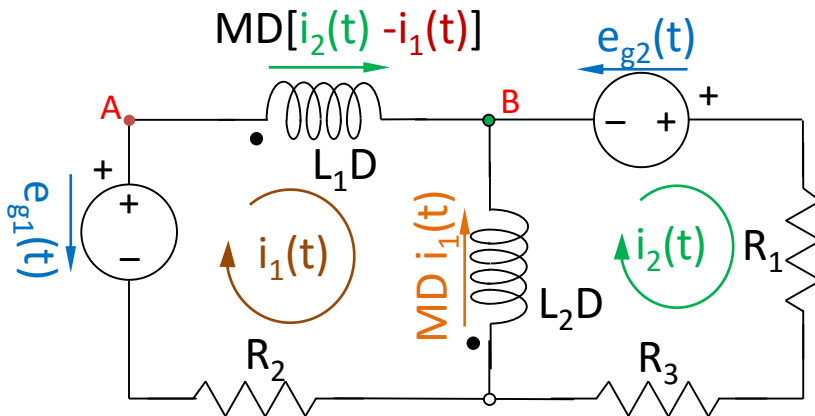


Nota: Cuando el sentido de circulación \cup es el mismo en las mallas, el término MD está multiplicado por una diferencia de corrientes. Por tanto, es suficiente con razonar con una corriente de malla.

Por ejemplo: en la bobina 2, $i_2(t)$ va del terminal marcado • al terminal sin marca. Por tanto, en la bobina 1 la inducción mutua MD $[i_2(t) - i_1(t)]$ también va de terminal marcado • al terminal sin marca.

A1.4. Bobinas acopladas en ramas interiores

2c) Circuito sólo con las referencias de las tensiones inducidas mutuamente



3) Aplicar la LKT a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en las bobinas.

- Malla 1:
LKT a la trayectoria cerrada desde **A** hasta **A** en el sentido de circulación de la corriente $i_1(t)$.

$$MD[i_2(t) - i_1(t)] + L_1 D i_1(t) - MD i_1(t) + L_2 D [i_1(t) - i_2(t)] + R_2 i_1(t) - e_{g1}(t) = 0$$

- Malla 2:
LKT a la trayectoria cerrada desde **B** hasta **B** en el sentido de circulación de la corriente $i_2(t)$.

$$-e_{g2}(t) + R_1 i_2(t) + R_3 i_2(t) + MD i_1(t) + L_2 D [i_2(t) - i_1(t)] = 0$$

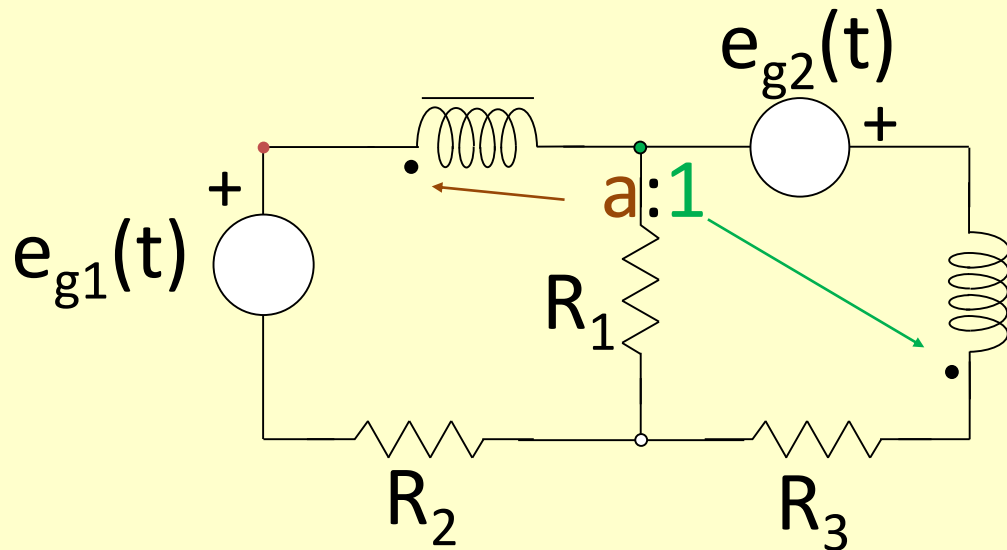
ATENCIÓN: los signos de las fuentes dependen del lado de la igualdad en que se sitúen.

A1.5. Circuitos con transformadores ideales

- *En el caso de presencia de transformadores ideales, se recomienda aplicar la LKT a cada malla incluyendo la caída de tensión en los devanados del transformador y escribir más adelante las ecuaciones de definición del transformador de acuerdo a las referencias consideradas.*
- *Recordar el criterio de escritura de la LKT en el método de análisis por mallas: **Caídas de tensión positivas las crea la intensidad de la malla considerada en cada momento.***

A1.5. Circuitos con transformadores ideales

- *Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura.*

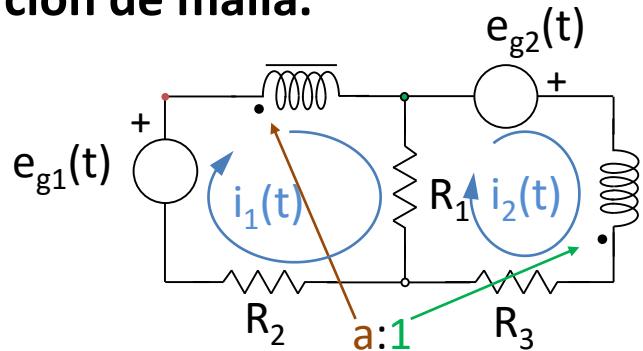


Para ayudarnos a escribir las ecuaciones de malla, dibujamos las referencias \rightarrow de:

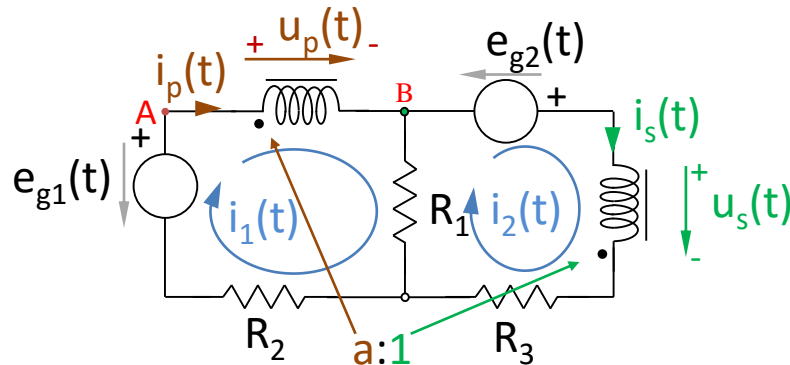
- 1º) La corriente por cada bobina del transformador.
- 2º) La tensión en bornes de cada bobina del transformador.

A1.5. Circuitos con transformadores ideales

1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



2) Dar referencias a la tensión y a la corriente en los devanados del transformador.



3) Aplicar la LKT a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en los devanados.

- Malla 1: LKT a la trayectoria cerrada desde **A** hasta **A** en el sentido de circulación de la corriente $i_1(t)$:

$$u_p(t) + R_1[i_1(t) - i_2(t)] + R_2 i_1(t) - e_{g1}(t) = 0$$

- Malla 2: LKT a la trayectoria cerrada desde **B** hasta **B** en el sentido de circulación de la corriente $i_2(t)$:

$$-e_{g2}(t) + u_s(t) + R_3 i_2(t) + R_1[i_2(t) - i_1(t)] = 0$$

4) Añadir las ecuaciones adicionales del transformador con las referencias indicadas.

$$\frac{u_p(t)}{u_s(t)} = -\frac{a}{1} \quad \rightarrow \quad u_p(t) = -a u_s(t)$$

$$a i_p(t) - 1 i_s(t) = 0 \quad + \quad \begin{cases} i_p(t) = i_1(t) \\ i_s(t) = i_2(t) \end{cases} \quad \rightarrow \quad i_1(t) = +\frac{1}{a} i_2(t)$$