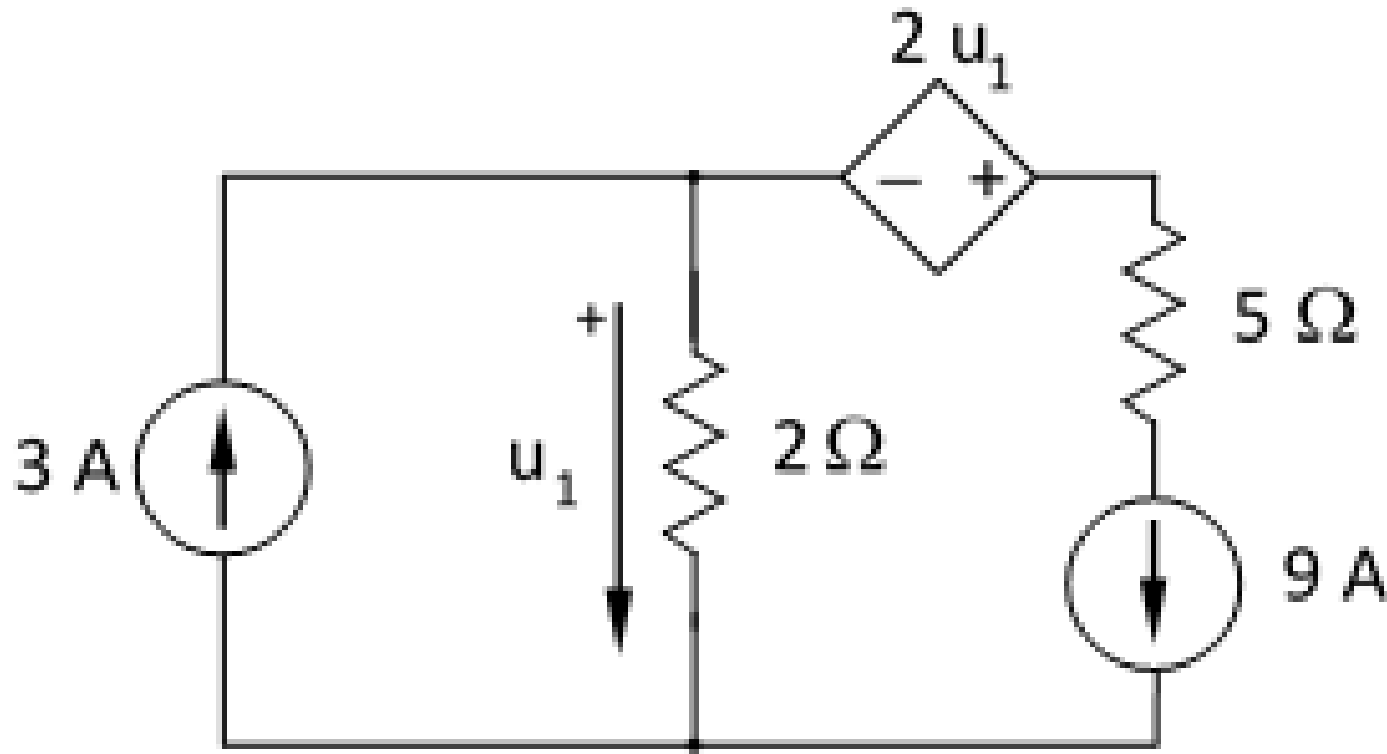


Problema 5.8 (◆◆◆)

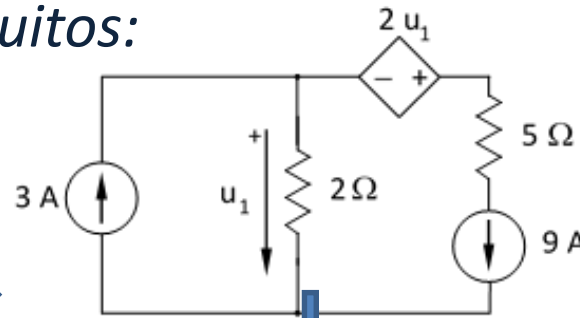
Calcular el valor de la tensión u_1 en el circuito de la figura por aplicación del *teorema de superposición*.



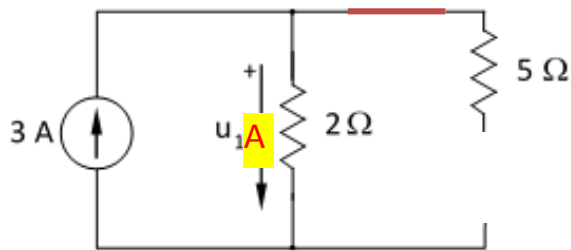
Subcircuitos obtenidos secuencialmente al “dejar encendida” cada vez sólo 1 fuente.



Anulando secuencialmente todas las fuentes menos una, se obtienen los siguientes subcircuitos:

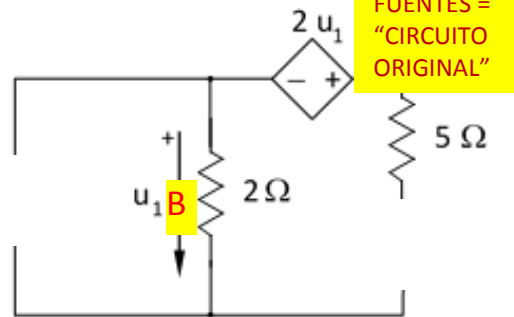


Subcircuito A



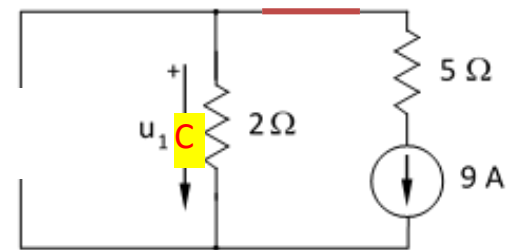
$$u_{1A} = +(2 \Omega)(3 A) = 6 V$$

Subcircuito B



$$u_{1B} = +(2 \Omega)(0 A) = 0 V$$

Subcircuito c



$$u_{1C} = -(2 \Omega)(9 A) = -18 V$$

$$u_1 = u_{1A} + u_{1B} + u_{1C} = 6 V + 0 V - 18 V = -12 V$$

Flexibilidad del principio de superposición

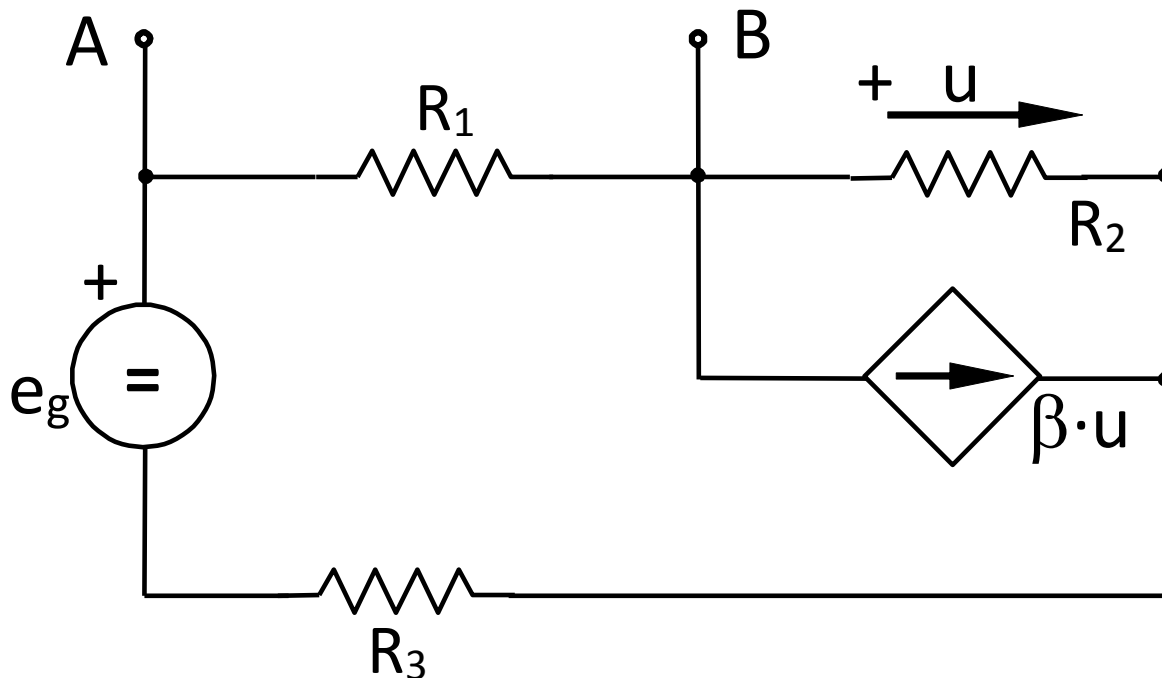


El principio de superposición es muy flexible:

- *Podemos dividir el problema como interese:*
 - Subcircuito con todas las fuentes independientes \bigcirc y subcircuito con todas las fuentes dependientes \diamond .
 - Subcircuito con todas las fuentes de intensidad y subcircuito con todas las fuentes de tensión.
 - Subcircuito con todas las fuentes de corriente continua y subcircuito con todas las fuentes de corriente alterna.
 - Aplicando superposición solo a las fuentes independientes, dejando las fuentes dependientes “encendidas” en los subcircuitos (ver ejemplos del libro de problemas para aplicar bien esta técnica).
- *Hemos de comprobar que, sumando todos los subcircuitos, todas las fuentes han sido activadas en un subcircuito (y sólo en un subcircuito) y que no nos hemos dejado ninguna por activar.*

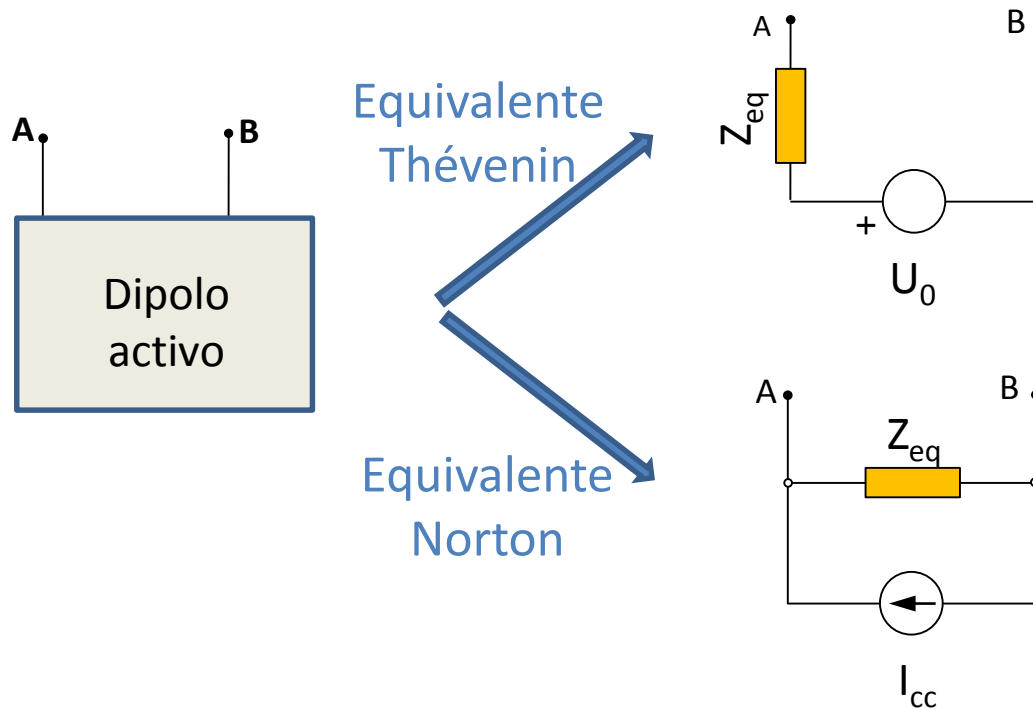
Problema 5.16 (◆◆◆)

Calcular el equivalente Norton y el equivalente Thévenin respecto de los terminales A y B del dipolo de la figura. Comprobar los resultados. Datos: $e_g = 13 \text{ V}$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $\beta = 3 \text{ S}$



5.5. Equivalente Thévenin y Equivalente Norton

- *El equivalente Thévenin y el equivalente Norton de un mismo dipolo activo, son fuentes reales equivalentes.*



Para que las fuentes reales de tensión y corriente sean equivalentes se ha de cumplir que:

$$U_0 = Z_{eq} \cdot I_{cc}$$

5.5. Jerga / nomenclatura

- Dipolo **ACTIVO** = circuito de 2 terminales con al menos una fuente independiente $\text{---}\bigcirc\text{---}$.
 - También suele contener fuentes dependientes $\text{---}\diamond\text{---}$, impedancias, etc.
 - Es el **circuito del enunciado**.
 - Equivale a una **fente real**.
- Dipolo **PASIVO** = circuito de 2 terminales **SIN** fuentes independientes $\text{---}\bigotimes\text{---}$.
 - Es el circuito del enunciado **anulando** las fuentes $\text{---}\bigcirc\text{---}$ y dejando **intactas** las fuentes dependientes $\text{---}\diamond\text{---}$.
 - Equivale a una **impedancia**.

Procedimiento general para ambos equivalentes + comprobar resultados

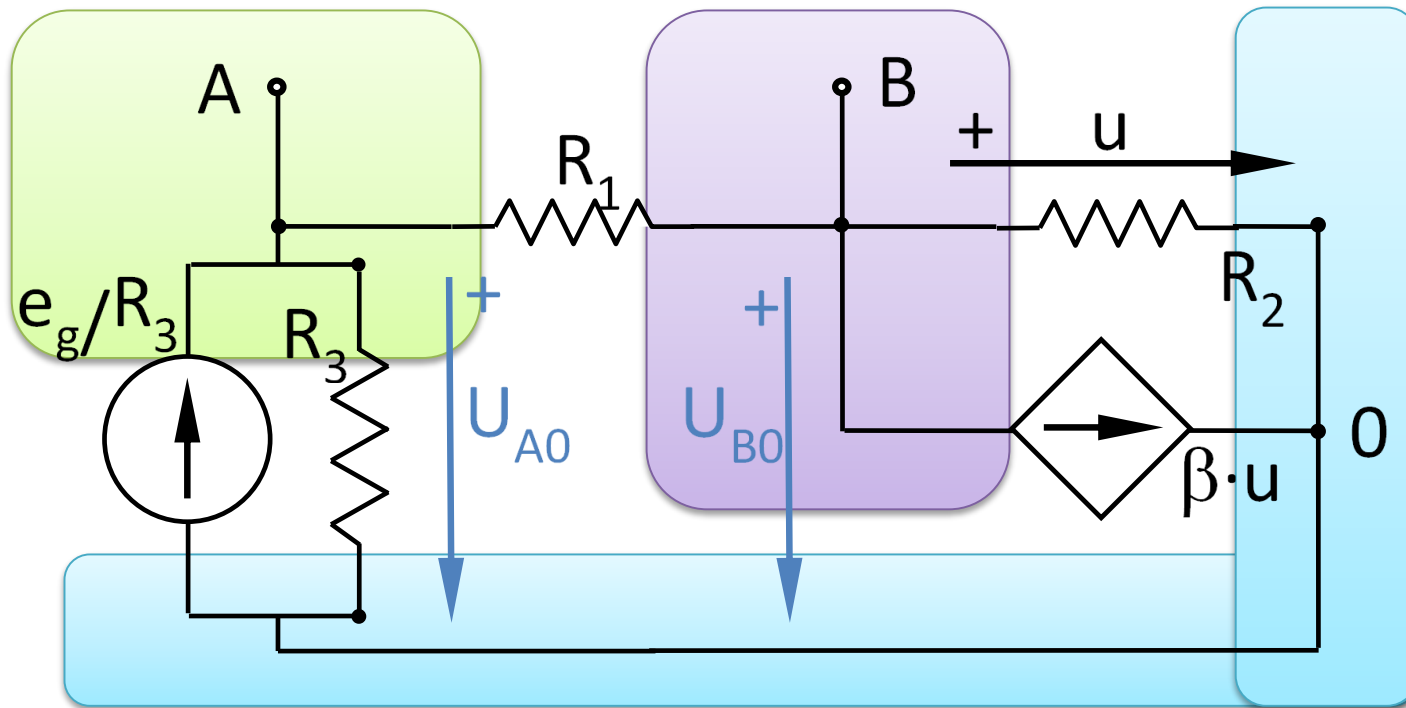


- Para obtener el equivalente Thévenin, se calcula la tensión a circuito abierto (sin conectar nada) del dipolo original, U_0 .
- Para obtener el equivalente Norton, se cortocircuitan los terminales del dipolo original y se calcula la corriente por ese cortocircuito, I_{CC} .
- Para ambos equivalentes, también es necesario calcular la impedancia equivalente del dipolo pasivo vista desde los terminales A y B, Z_{eq} .
 - Se anulan las fuentes independientes en el dipolo original (el resto de elementos “no se toca”).
 - Intentamos obtener Z_{eq} por agrupación de impedancias.
 - Si no podemos, Z_{eq} es la cociente entre la tensión y la corriente de una fuente auxiliar que colocamos entre los terminales.
- Finalmente se comprueba numéricamente que $U_0 \approx Z_{eq} I_{CC}$

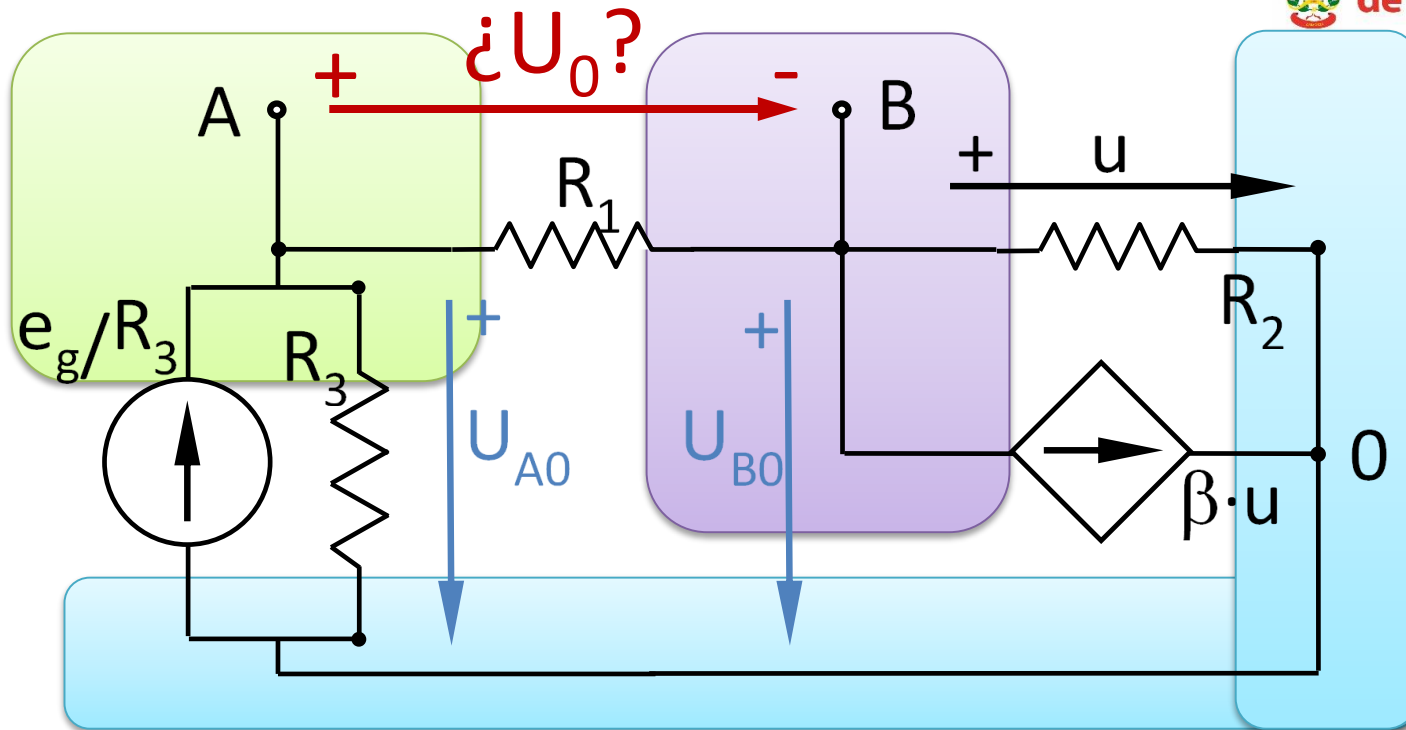
a) Tensión de vacío del dipolo original (calculada por nudos)

Para obtener el equivalente Thévenin, se calcula la tensión a circuito abierto (sin conectar nada) del dipolo original, U_0 .

- Transformar fuentes reales de tensión a corriente.
- Poner nombre a nudos, con las comprobaciones pertinentes.



a) Tensión de vacío del dipolo original



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +e_g/R_3 \\ -\beta u \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10} + \frac{1}{6} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +13/6 \\ -3U_{B0} \end{bmatrix}$$

Ec. adicional: $u = U_{B0}$

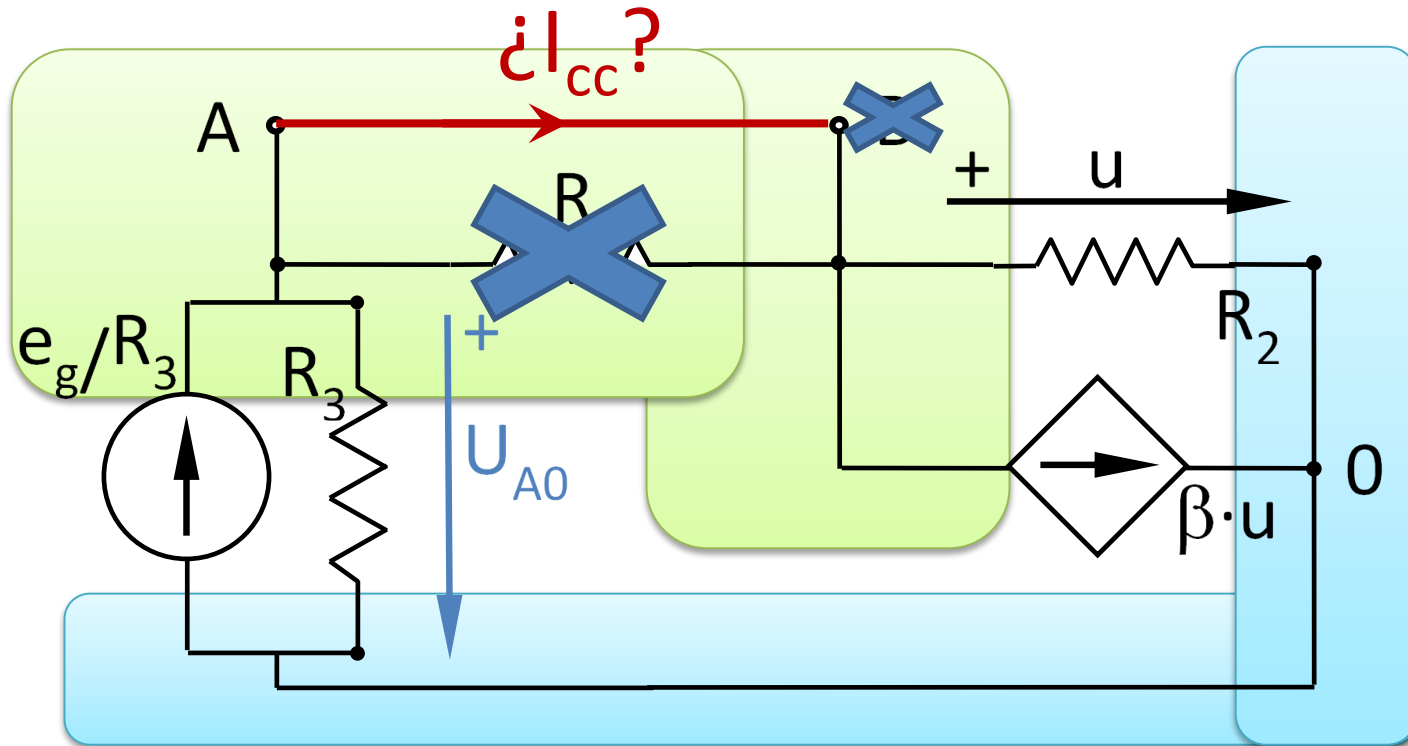
$$\text{¿}U_0\text{?} \Rightarrow U_0 = U_{A0} - U_{B0} = 8.2 \text{ V} - 0.2 \text{ V} = 8 \text{ V}$$

Procedimiento general para ambos equivalentes + comprobar resultados



- *Para obtener el equivalente Thévenin, se calcula la tensión a circuito abierto (sin conectar nada) del dipolo original, U_0 .*
- *Para obtener el equivalente Norton, se cortocircuitan los terminales del dipolo original y se calcula la corriente por ese cortocircuito, I_{CC} .*
- *Para ambos equivalentes, también es necesario calcular la impedancia equivalente del dipolo pasivo vista desde los terminales A y B, Z_{eq} .*
 - Se anulan las fuentes independientes en el dipolo original (el resto de elementos “no se toca”).
 - Intentamos obtener Z_{eq} por agrupación de impedancias.
 - Si no podemos, Z_{eq} es la cociente entre la tensión y la corriente de una fuente auxiliar que colocamos entre los terminales.
- *Finalmente se comprueba numéricamente que $U_0 \approx Z_{eq} I_{CC}$*

b) Corriente de cortocircuito del dipolo original



$$\left[\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right] [U_{A0}] = \left[+\frac{e_g}{R_3} - \beta u \right]$$

Ec. adicional: $u = U_{A0}$

$$U_{A0} = \frac{e_g}{R_3 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \beta \right)} = \frac{13}{6 \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{6} + 3 \right)} = 0,52 \text{ V}$$

¿Cómo obtengo I_{cc} a partir de U_{A0} ? \Rightarrow Varias posibilidades:

a) $I_{cc} =$ corriente que entra al nudo por abajo $= \frac{e_g}{R_3} - \frac{U_{A0}}{R_3} = 2,08 \text{ A}$

b) $I_{cc} =$ corriente que sale del nudo por la derecha $= \beta u + \frac{u}{R_2} = \beta U_{A0} + \frac{U_{A0}}{R_2} = 2,08 \text{ A}$

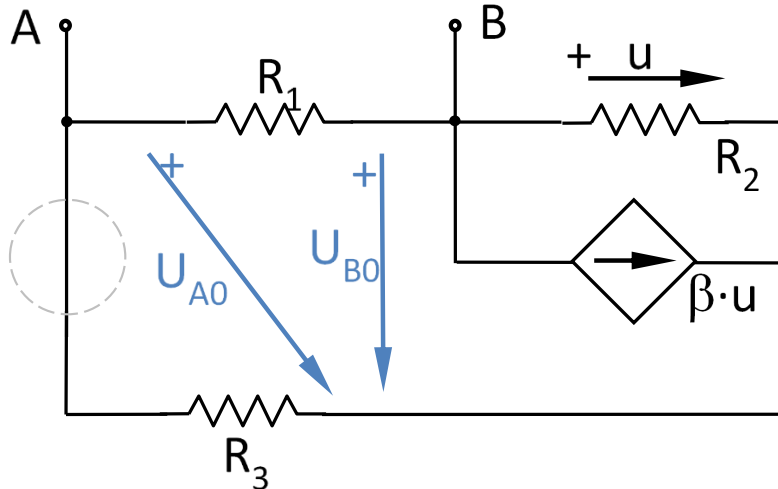
Procedimiento general para ambos equivalentes + comprobar resultados



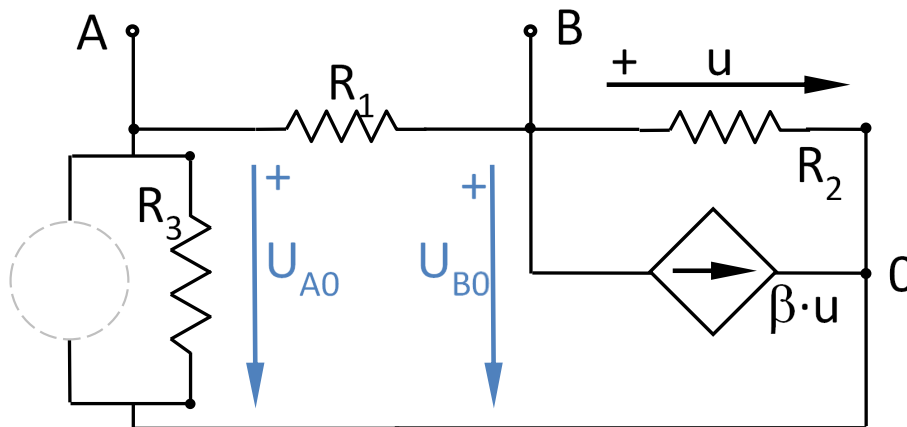
- *Para obtener el equivalente Thévenin, se calcula la tensión a circuito abierto (sin conectar nada) del dipolo original, U_0 .*
- *Para obtener el equivalente Norton, se cortocircuitan los terminales del dipolo original y se calcula la corriente por ese cortocircuito, I_{CC} .*
- **Para ambos equivalentes, también es necesario calcular la impedancia equivalente del dipolo pasivo vista desde los terminales A y B, Z_{eq} .**
 - Se anulan las fuentes independientes en el dipolo original (el resto de elementos “no se toca”).
 - Intentamos obtener Z_{eq} por agrupación de impedancias.
 - Si no podemos, Z_{eq} es la cociente entre la tensión y la corriente de una fuente auxiliar que colocamos entre los terminales.
- *Finalmente se comprueba numéricamente que $U_0 \approx Z_{eq} I_{CC}$*

c.1) Obtención del dipolo pasivo

- Anular $-O-$ en el dipolo original (el resto de elementos “no se toca”).



Dipolo original con fuentes independientes anuladas (resto de elementos intactos)



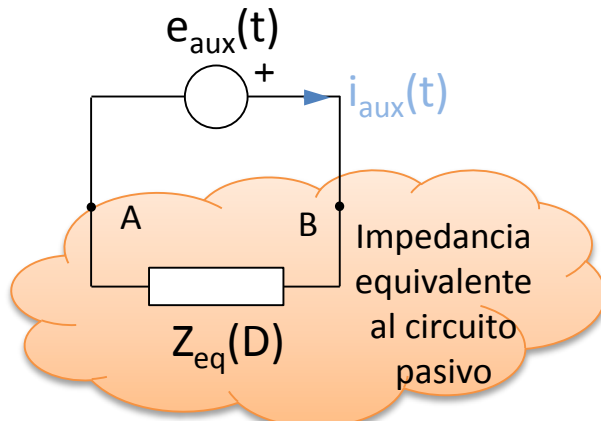
También se puede utilizar el dipolo transformado con sus fuentes independientes anuladas (resto de elementos intactos).

En caso de duda, *partir siempre del dipolo original.*

c.2) Conexión de una fuente auxiliar entre A y B

- No se puede obtener la impedancia por asociación de impedancias debido a la presencia de la fuente dependiente \rightarrow se conecta una fuente externa auxiliar en los bornes del dipolo.
 - Puede ser de tensión o de corriente, según interese mientras la corriente salga por el “+” o se ajuste el signo de Z_{eq} .

Fuente auxiliar de tensión

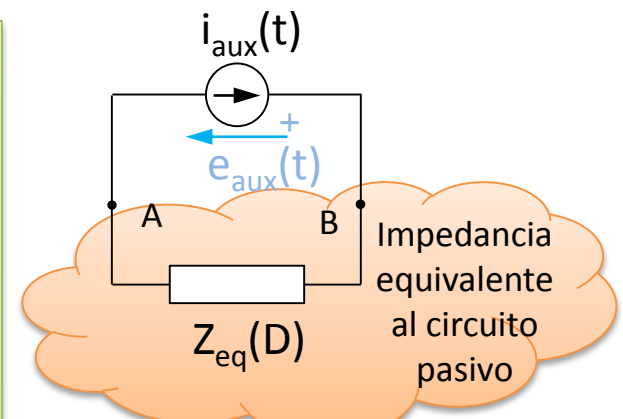


La impedancia es la relación entre la tensión y la corriente:

$$e_{aux}(t) = +Z_{eq}(D) i_{aux}(t)$$

El valor de la fuente auxiliar se puede dejar como parámetro o, para facilitar las cuentas, sustituir por cualquier valor no nulo. Por ejemplo, se puede tomar 123 V para fuente auxiliar de tensión o 123 A para fuente auxiliar de intensidad.

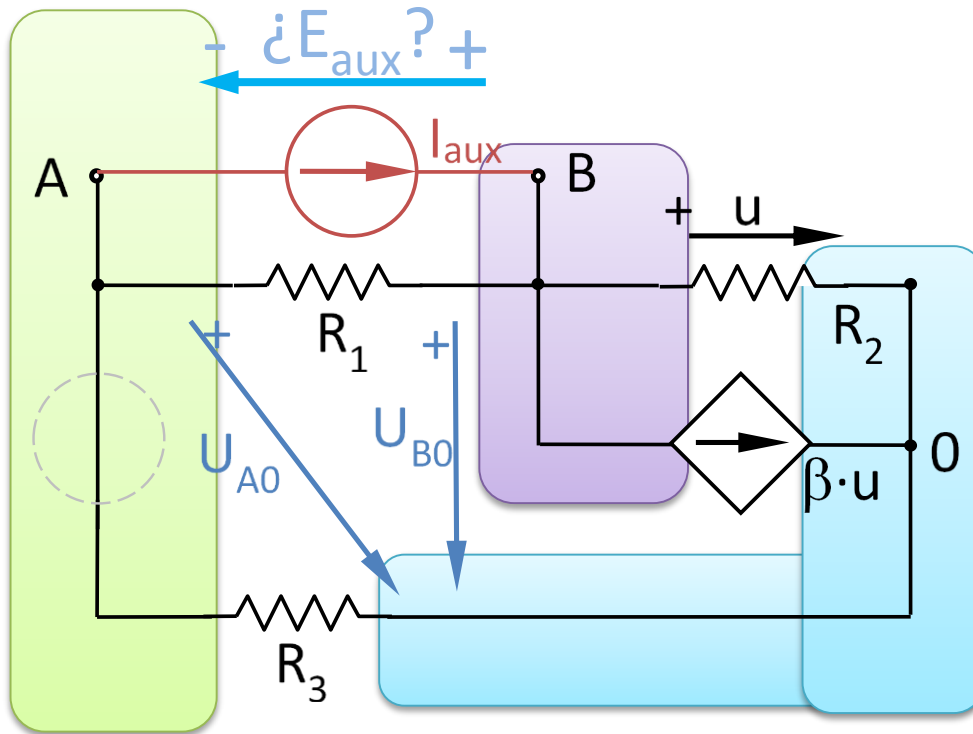
Fuente auxiliar de corriente



La impedancia es la relación entre la tensión y la corriente:

$$e_{aux}(t) = +Z_{eq}(D) i_{aux}(t)$$

c) Cálculo de la impedancia equivalente



$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -I_{aux} \\ +I_{aux} - \beta u \end{bmatrix}$$

Ec. adicional: $u = U_{B0}$

Se puede dejar I_{aux} como un parámetro o darle un valor no nulo (por ejemplo 123 A)

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{10} + \frac{1}{6} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -123 \\ +123 - 3U_{B0} \end{bmatrix}$$

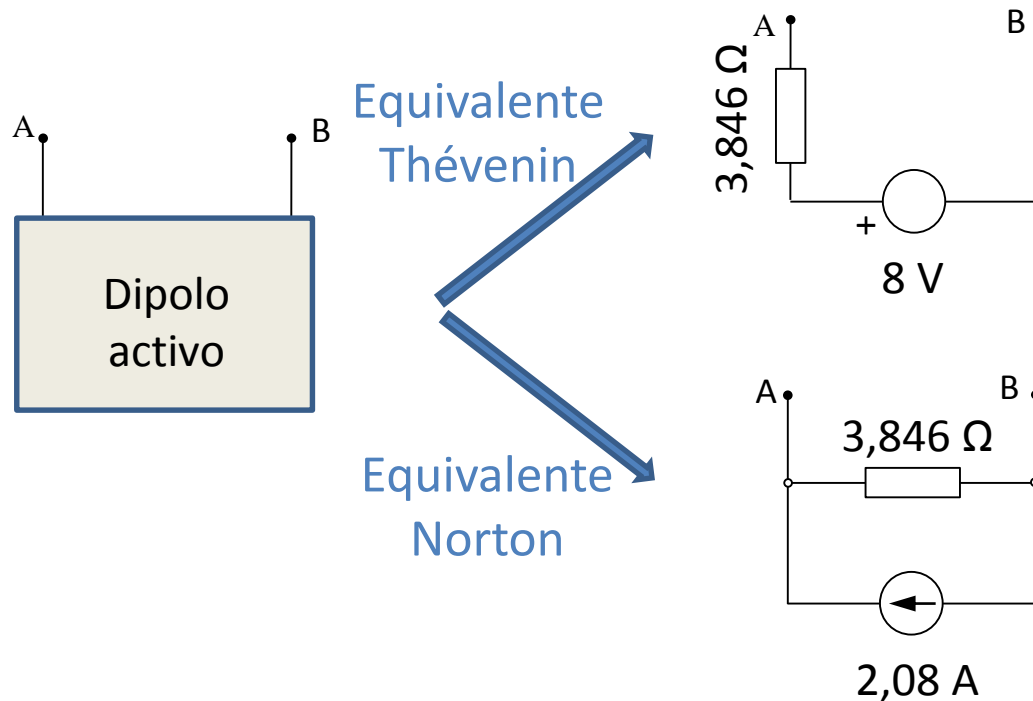
$$\begin{bmatrix} 0.2667 & -0.1 \\ -0.1 & 4.1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{A0} \\ U_{B0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -123 \\ +123 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow U_{A0} = -454.2 \text{ V} \quad U_{B0} = 18.9 \text{ V}$$

$$\text{¿} Z_{eq} \text{?} \Rightarrow Z_{eq} = + \frac{E_{aux}}{I_{aux}} = \frac{U_{B0} - U_{A0}}{I_{aux}} = \frac{18.9 \text{ V} - (-476.9 \text{ V})}{123 \text{ A}} = 3.846 \Omega$$

5.5. Equivalente Thévenin y Equivalente Norton

- El equivalente Thévenin y el equivalente Norton de un mismo dipolo activo, son fuentes reales equivalentes.



Comprobación numérica:

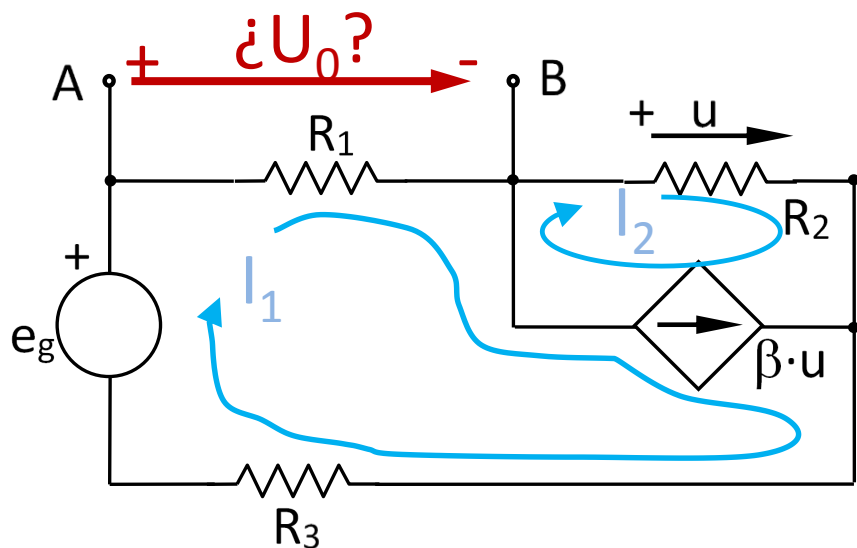
$$\text{¿ } U_0 = Z_{eq} \cdot I_{cc} \text{ ?}$$

$$\text{¿ } 8 V \approx 3.846 \Omega \cdot 2.08 A \text{ ?}$$

$$8 V \approx 7.999 V \quad \checkmark \text{😊}$$

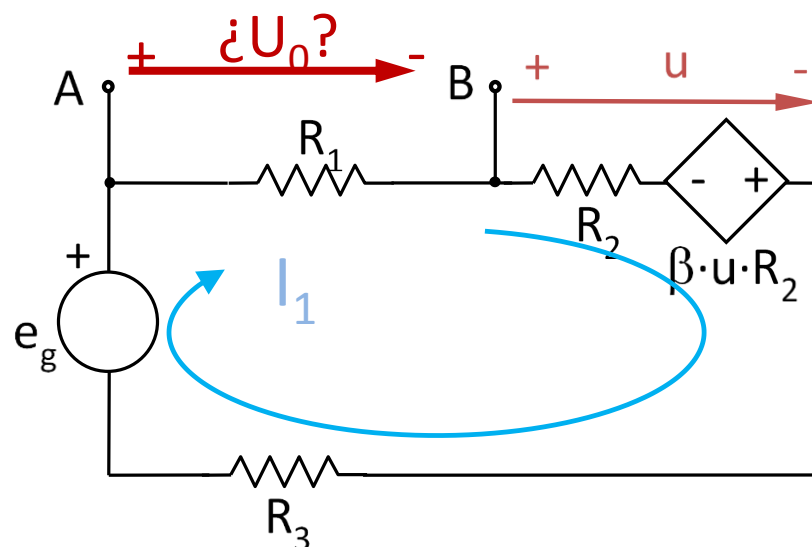
Problema 5.16 (resolución por mallas)

a) Sin transformar la fuente dependiente.



Ec. adicional: $u = R_2 I_2$

b) Transformando la fuente dependiente.



Si se transforma la fuente dependiente ¿por qué la tensión de R_2 no sigue siendo u ?

Ec. adicional: $u = R_2 I_1 - \beta u R_2$