

Tema 6 - Anexo 1

Introducción a los números complejos



A.6. Números complejos

- *Los números complejos son una extensión de los números reales.*
- *Se define un **número complejo** (\underline{A}) como un par ordenado de números reales, de manera que a_{re} es su parte real y a_{im} su parte imaginaria.*

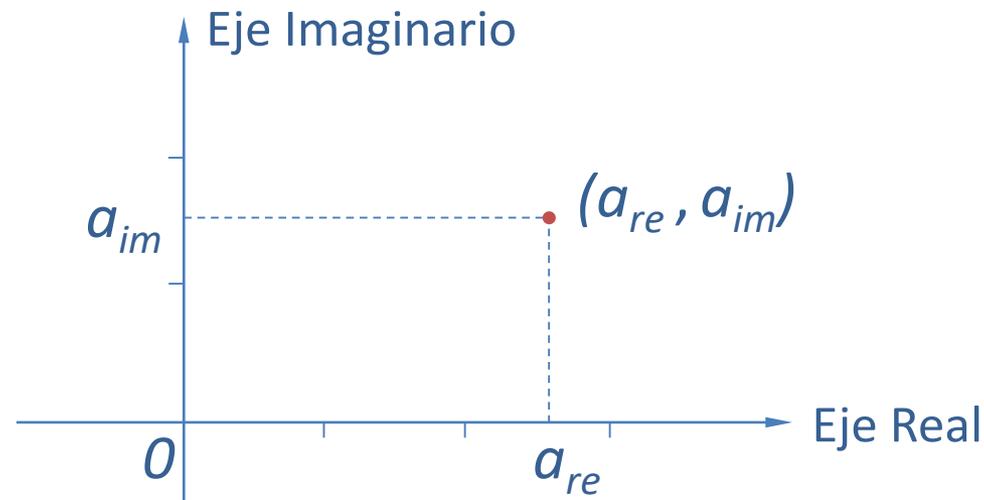
Número complejo: $\underline{A} = (a_{re}, a_{im})$

$$a_{re} = \text{Re}(\underline{A})$$

$$a_{im} = \text{Im}(\underline{A})$$

A.6. Números complejos

- *Los números complejos se representan en unos ejes cartesianos en el plano complejo o de Gauss.*
 - El eje horizontal se denomina **eje real**
 - El eje vertical se denomina **eje imaginario**
- *Se llama **afijo** de un número complejo (a_{re}, a_{im}) al punto del plano complejo que lo representa.*



A.6. Números complejos

- *En Electrotecnia, se denota la **unidad imaginaria** por la letra “j”, siendo:*

$$j = \sqrt{-1}$$

- *De esta manera:*

$$j^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$$

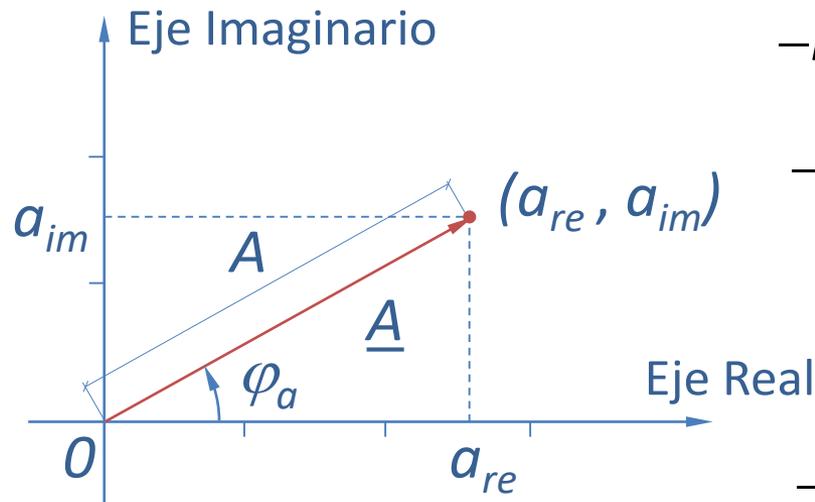
$$j^3 = j^2 \cdot j = (-1) \cdot j = -j$$

- *Se llama **número imaginario puro** al formado por la **unidad imaginaria (j)** y un **número real (a_{im})***

Número imaginario puro: ja_{im}

A.6. Números complejos

- El vector que une el origen de coordenadas con el afijo de un número complejo determina dicho número complejo, y da lugar a sus distintas representaciones.



–Representación Binómica: $\underline{A} = a_{re} + ja_{im}$

–Representación Polar: $\underline{A} = A \angle \varphi_a$

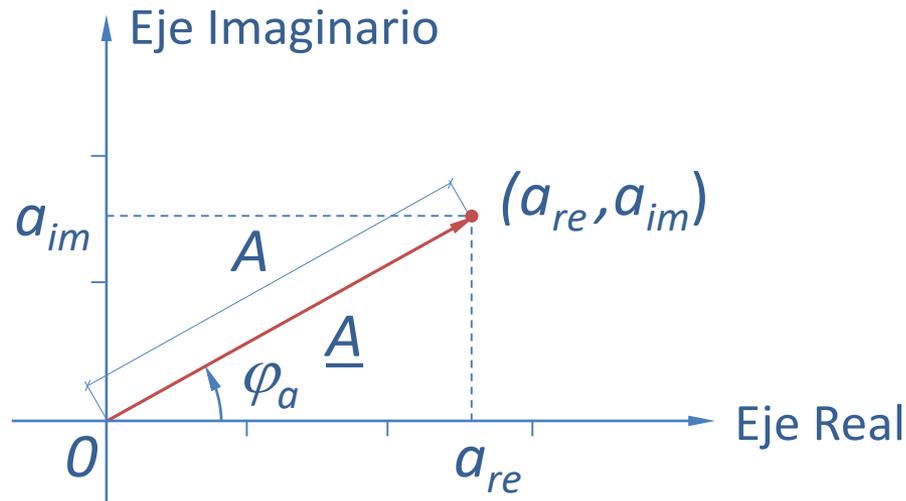
donde: A se denomina **Módulo**

φ_a se denomina **Argumento**

–Representación Exponencial: $\underline{A} = Ae^{j\varphi_a}$

A.6. Números complejos

- *Puede verse que:*



$$A = \sqrt{a_{re}^2 + a_{im}^2}$$

$$\varphi_a = \operatorname{arctg} \frac{a_{im}}{a_{re}}$$

$$a_{re} = A \cos \varphi_a$$

$$a_{im} = A \operatorname{sen} \varphi_a$$

- Número real puro: $\underline{A} = a_{re} + 0$
- Número imaginario puro: $\underline{A} = 0 + ja_{im}$

A.6. Números complejos

- *Operaciones con números complejos:*

Sean dos números complejos:

$$\underline{A} = a_{re} + ja_{im} = A \underline{|\varphi_a}$$

$$\underline{B} = b_{re} + jb_{im} = B \underline{|\varphi_b}$$

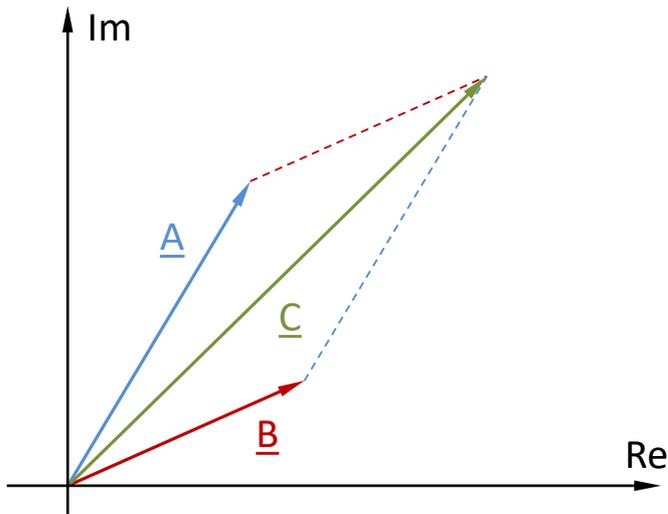
– **Suma:**

$$\underline{C} = \underline{A} + \underline{B} = (a_{re} + ja_{im}) + (b_{re} + jb_{im}) = (a_{re} + b_{re}) + j(a_{im} + b_{im})$$

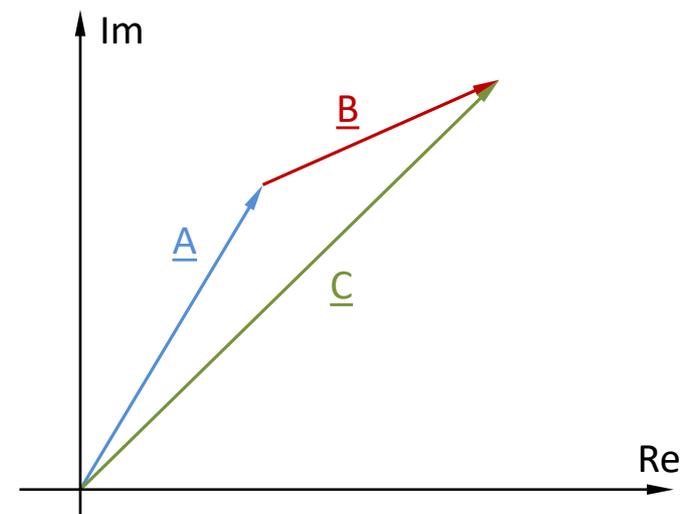
- Gráficamente:

A.6. Números complejos

$$\underline{C} = \underline{A} + \underline{B}$$



Suma de números complejos
utilizando el método del
paralelogramo



Suma de números complejos
utilizando el método del
triángulo

A.6. Números complejos

– **Producto:**

$$\underline{C} = \underline{A} \cdot \underline{B} = A \angle \varphi_a \cdot B \angle \varphi_b = A \cdot B \angle \varphi_a + \varphi_b$$

– **Cociente:**

$$\underline{C} = \frac{\underline{A}}{\underline{B}} = \frac{A \angle \varphi_a}{B \angle \varphi_b} = \frac{A}{B} \angle \varphi_a - \varphi_b$$

– **Raíz:**

$$\underline{C} = (\underline{A})^{1/n} = A^{1/n} \angle \frac{1}{n} \varphi_a$$

A.6. Números complejos

– **Inverso:**

$$\underline{C} = \frac{1}{\underline{A}} = \frac{1|0^\circ}{A|\varphi_a} = \frac{1}{A}|- \varphi_a$$

– **Opuesto:**

$$\underline{C} = -(\underline{A}) = (1|180^\circ)(A|\varphi_a) = A|\varphi_a \pm 180^\circ$$

– **Conjugado:**

$$\underline{C} = \underline{A}^* = a_{re} - ja_{im} = A|- \varphi_a$$

A.6. Números complejos

- *Propiedades:*

- Dos números complejos son iguales si lo son sus partes reales y sus partes imaginarias o, lo que es lo mismo, si lo son sus módulos y sus argumentos.

$$\underline{A} = \underline{B} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{re} = b_{re} \quad \wedge \quad a_{im} = b_{im} \\ A = B \quad \wedge \quad \varphi_a = \varphi_b \end{cases}$$

- El producto de un número complejo por su conjugado es igual al módulo de dicho número elevado al cuadrado.

$$\underline{A} \cdot \underline{A}^* = A \underline{\varphi_a} \cdot A \underline{-\varphi_a} = A^2 \underline{0^\circ}$$

Referencias

- GARCÍA TRASANCOS, J.: *“Electrotecnia”*. 9ª Edición. Ed. Paraninfo, 2006.
- SALLÁN ARASANZ, J.: *“Apuntes en Moodle de la asignatura Fundamentos de Electrotecnia”*. Grado en Ingeniería Eléctrica. Universidad de Zaragoza, 2011.



Fundamentos de Electrotecnia (Centro Universitario de la Defensa, Zaragoza) by Miguel Angel García García; Joaquín Mur Amada; Iván Cristóbal Monreal; Nabil El Halabi Fares; is licensed under a [Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 3.0 Unported License](#).

Para citar esta obra, por favor, utilice la siguiente referencia:
García García, Miguel Angel; Mur Amada, Joaquín; Cristóbal Monreal, Iván
Transparencias de la asignatura Fundamentos de Electrotecnia
Centro Universitario de la Defensa Zaragoza, 2022.