Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente y transformadores ideales

Ejemplos + Problema 6.10/16

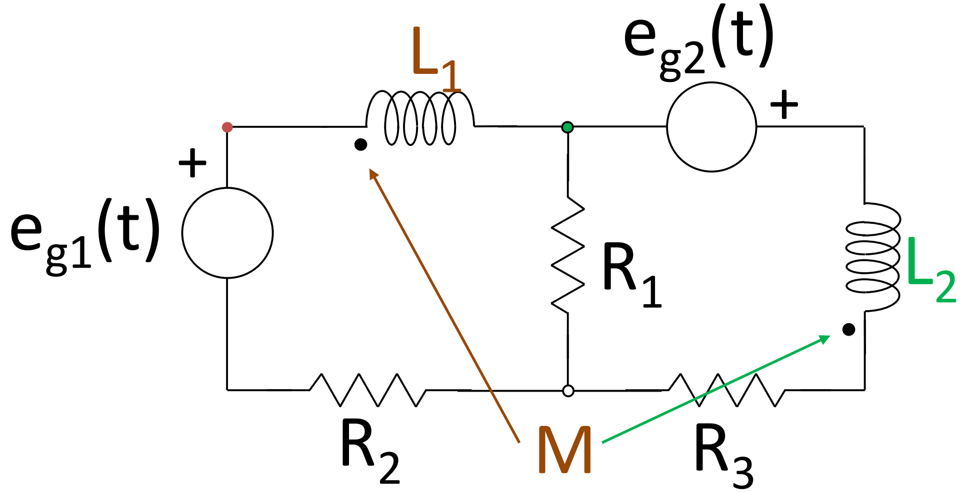
Problemas de Fundamentos de Electrotecnia.
M.A. García, J. Mur, I. Cristóbal, N. El Halabi.
1ª edición, enero 2013. C.U.D.

2ª edición, enero 2019. C.U.D.

A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura en Régimen Estacionario Sinusoidal.



Para ayudarnos a escribir las ecuaciones de malla, dibujamos las referencias → de:

1º) El fasor de la corriente por cada bobina acoplada.

2º) El fasor de la tensión inducida por su acoplamiento magnético en la otra bobina.

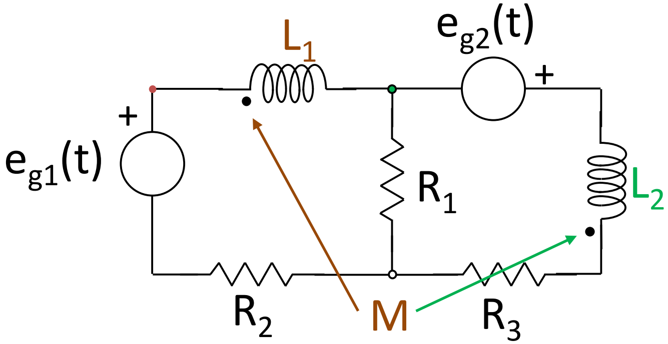
El sentido de la referencia de tensión → es el mismo que la intensidad que lo genera *respecto a los terminales marcados* •.

Para pasar de corriente de una bobina a la tensión que induce en la otra bobina, hay que multiplicar dicha intensidad por la impedancia mutua ($j\omega M$).

A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

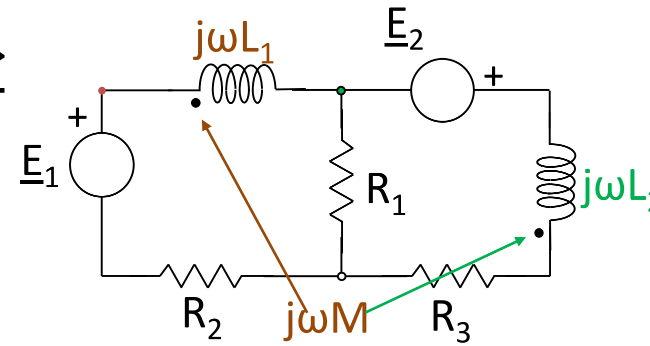
Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura en Régimen Estacionario Sinusoidal.



Transformación fasorial: $\underline{I}$, $\underline{U}$

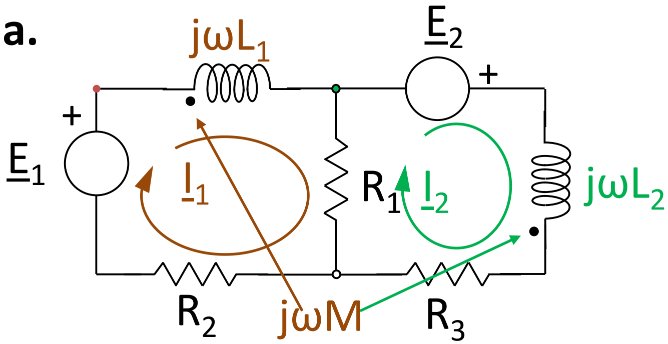
temporal: $i(t)$, u(t)



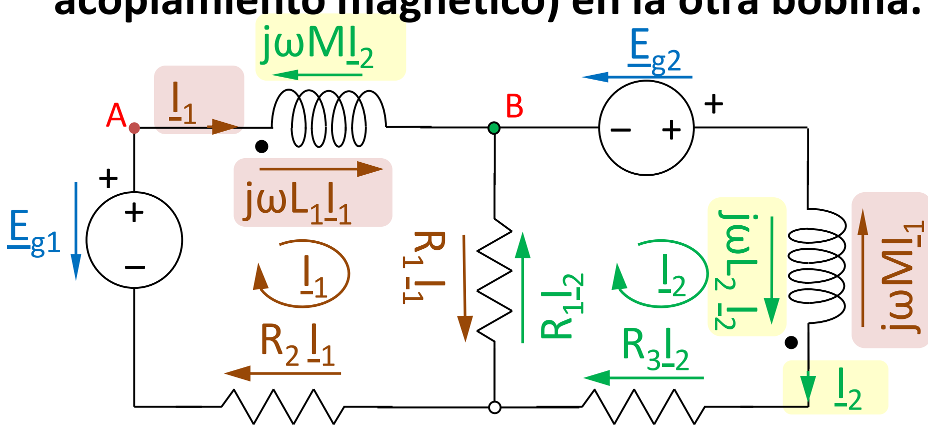
A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



2) Razonar con los terminales • marcados para obtener el sentido de la tensión que las corrientes de malla inducen (debido al acoplamiento magnético) en la otra bobina.



3) Aplicar la 2ª LK a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en las bobinas.

- Malla 1.
  2ª LK a la trayectoria cerrada desde A hasta A en el sentido de circulación de la corriente $\underline{I}_1$:

$$j\omega L_1 \underline{I}_1 - \boxed{j\omega M \underline{I}_2} + R_1 \underline{I}_1 - R_1 \underline{I}_2 + R_2 \underline{I}_1 - \underline{E}_{g1} = 0$$

- Malla 2.
  2ª LK a la trayectoria cerrada desde B hasta B en el sentido de circulación de la corriente $\underline{I}_2$:

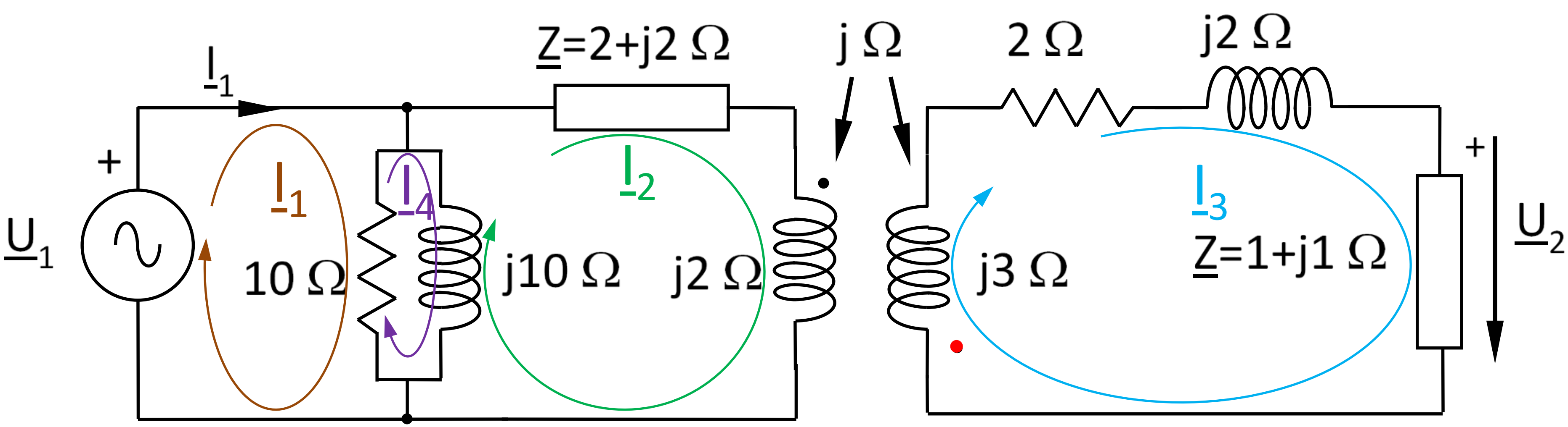
$$-\underline{E}_{g2} + j\omega L_2 \underline{I}_2 - \boxed{j\omega M \underline{I}_1} + R_3 \underline{I}_2 + R_1 \underline{I}_2 - R_1 \underline{I}_1 = 0$$

ATENCIÓN: los signos de las fuentes dependen del lado de la igualdad en que se sitúen.

Problema 6.10/16 (♦♦♦)

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario sinusoidal. Si $\underline{U}_2 = 10\lfloor 0^\circ \; V$, hallar la tensión $\underline{U}_1$ y la intensidad $\underline{I}_1$.



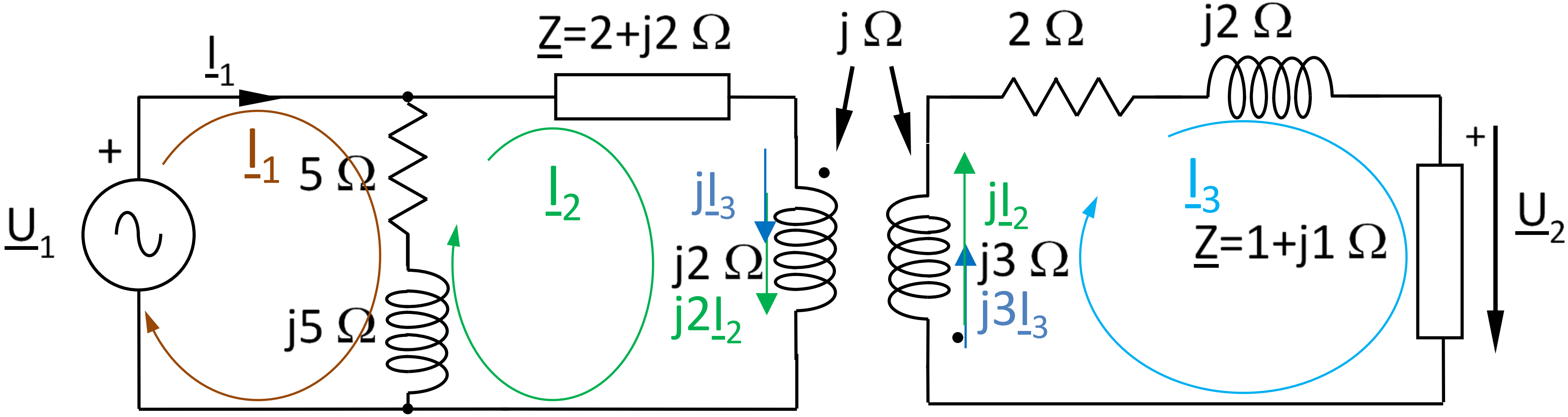
☑Circuito ya en dominio fasorial👍

Las ramas 10 y j10 en paralelo se transforman en 5 + j5

Problema 6.10 (♦♦♦)

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario sinusoidal. Si $\underline{U}_2 = 10\angle 0^\circ\ V$, hallar la tensión $\underline{U}_1$ y la intensidad $\underline{I}_1$.



$$(5+j5)(\underline{I}_1-\underline{I}_2) - \underline{U}_1 = 0$$

$$(2+j2)\underline{I}_2 \boxed{+j2\,\underline{I}_2 + j\,\underline{I}_3} + (5+j5)(\underline{I}_2-\underline{I}_1) = 0 \quad \Rightarrow (2+j4)\underline{I}_2 + j\,\underline{I}_3 - \underline{U}_1 = 0$$

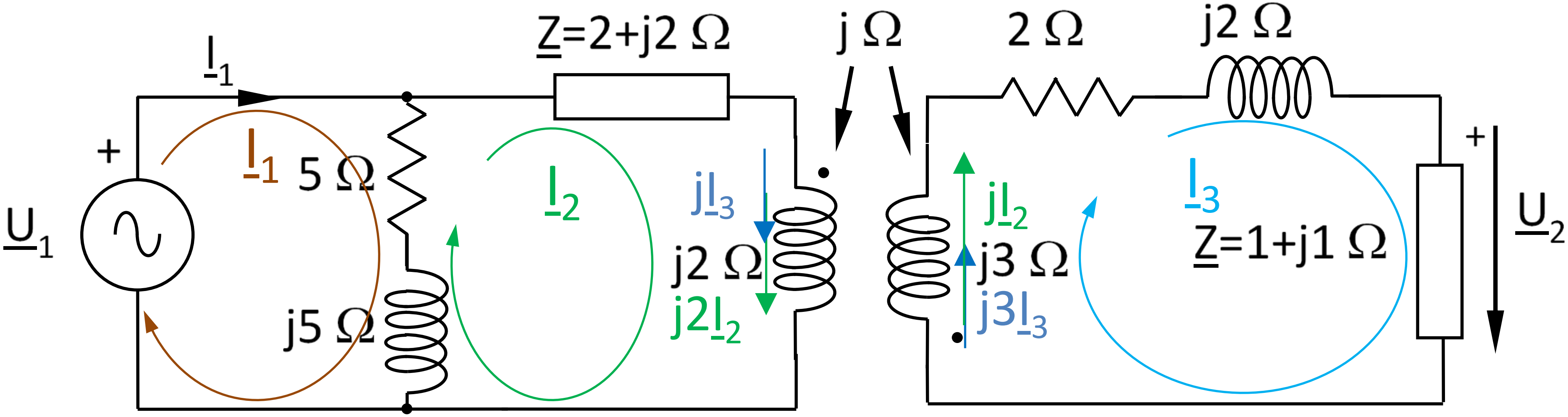
$$(2+j2)\underline{I}_3 + (1+j)\,\underline{I}_3 \boxed{+j\,\underline{I}_2 + j3\,\underline{I}_3} = 0 \quad \Rightarrow (3+j6)\underline{I}_3 + j\,\underline{I}_2 = 0$$

3 ecuaciones
3 incógnitas

$$\underline{U}_2 = (1+j)\,\underline{I}_3 = 10\angle 0^\circ \quad \Rightarrow \underline{I}_3 = \frac{10\angle 0^\circ}{1+j} = 5-j5$$

Problema 6.10 (♦♦♦)

El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario sinusoidal. Si $\underline{U}_2 = 10\angle 0^\circ\ V$, hallar la tensión $\underline{U}_1$ y la intensidad $\underline{I}_1$.



3 ecuaciones
3 incógnitas

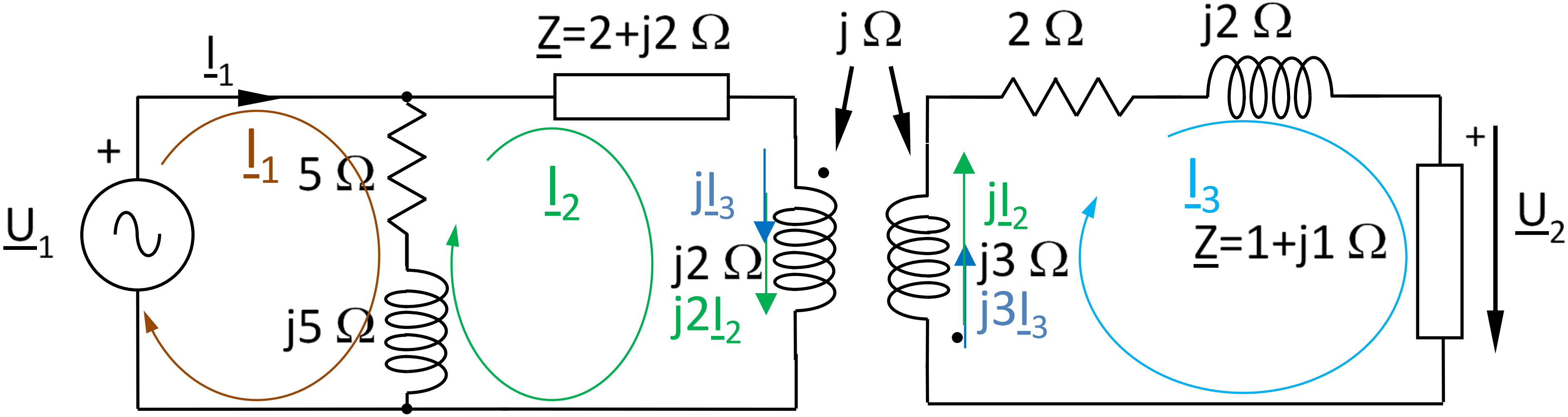
$$\begin{cases} (2+j4)\underline{I}_2 + j\,\underline{I}_3 - \underline{U}_1 = 0 \\ (3+j3)\underline{I}_3 + j\,\underline{I}_2 + j3\,\underline{I}_3 = 0 \\ \boxed{\underline{I}_3 = 5 - j5} \end{cases}$$

Sustituyo $\underline{I}_3$
2 ecuaciones
2 incógnitas

$$\begin{cases} (2+j4)\underline{I}_2 + j\,(5-j5) = \underline{U}_1 \\ (3+j6)(5-j5) + j\,\underline{I}_2 = 0 \end{cases}$$

Problema 6.10 (♦♦♦)

El circuito de la figura se encuentra en régimen estacionario sinusoidal. Si $\underline{U}_2 = 10\angle 0^\circ\ V$, hallar la tensión $\underline{U}_1$ y la intensidad $\underline{I}_1$.



$$\begin{cases} (2+j4)\underline{I}_2 + j(5-j5) = \underline{U}_1 \\ \boxed{\underline{I}_2} = \dfrac{(3+j6)(5-j5)}{-j} = -15+j45 = \boxed{47{,}43\angle 108{,}4º} \end{cases}$$

$$\boxed{\underline{U}_1} = (2+j4)(-15+j45) + j(5-j5) = -205+j35 = \boxed{207{,}97\angle 170{,}31º}$$

$$¿\underline{I}_1? \rightarrow \underline{U}_1 = (5+j5)[\underline{I}_1 - \underline{I}_2]$$

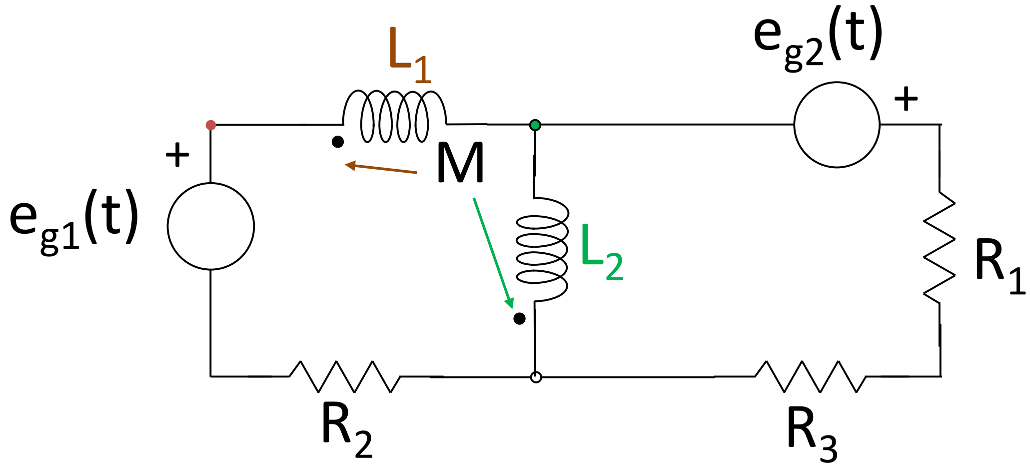
$$\rightarrow \boxed{\underline{I}_1} = \frac{\underline{U}_1}{5+j5} + \underline{I}_2 = \frac{-205+j35}{5+j5} - 15 + j45 = \boxed{76{,}06\angle 114{,}9º}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \underline{U}_1 &= 208\angle 170{,}31º \\ \underline{I}_1 &= 76{,}06\angle 114{,}9º \end{aligned}}$$

A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura en Régimen Estacionario Sinusoidal.



Para ayudarnos a escribir las ecuaciones de malla, dibujamos las referencias $\rightarrow$ de:

1º) El fasor de la corriente por cada bobina acoplada.

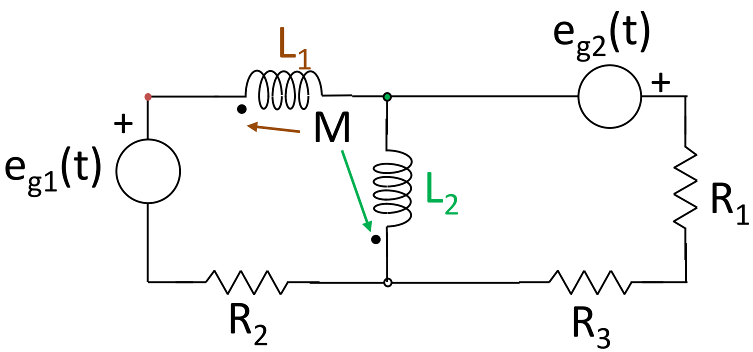
2º) El fasor de la tensión inducida por su acoplamiento magnético en la otra bobina.

El sentido de la referencia de tensión $\rightarrow$ es el mismo que la intensidad que lo genera *respecto a los terminales marcados* •.

Para pasar de corriente de una bobina a tensión inducida en la otra bobina, hay que multiplicar la intensidad por la impedancia mutua ($j\omega M$).

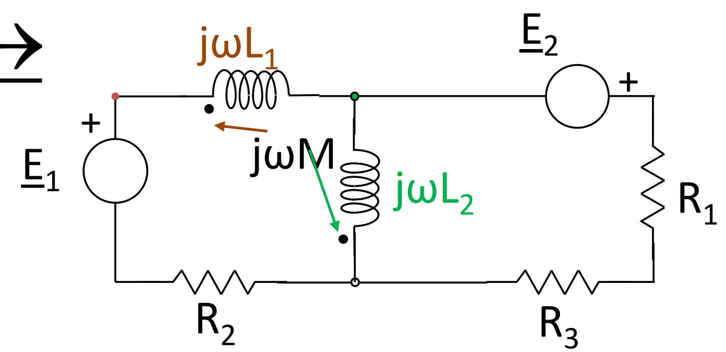
A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura en Régimen Estacionario Sinusoidal.



Transformación fasorial: $\underline{I}$, $\underline{U}$

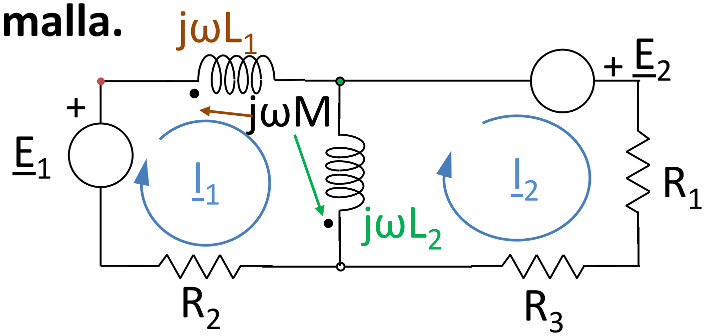
temporal: $i(t)$, $u(t)$



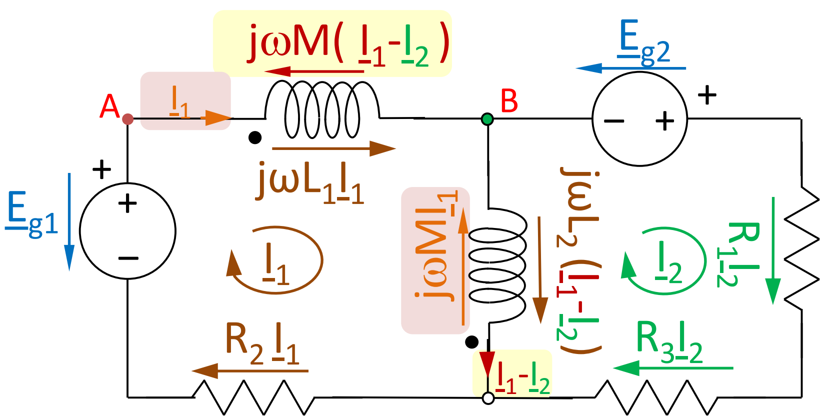
A1.1. Circuitos con bobinas acopladas magnéticamente

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



2) Razonar con los terminales • marcados para obtener el sentido de la tensión que las corrientes de malla inducen (debido al acoplamiento magnético) en la otra bobina.



3) Aplicar la 2ª LK a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en las bobinas.

- Malla 1:
  2ª LK a la trayectoria cerrada desde A hasta A en el sentido de circulación de la corriente $\underline{I}_1$:

$$+j\omega L_1 \underline{I}_1 - \boxed{j\omega M(\underline{I}_1-\underline{I}_2)} + j\omega L_2(\underline{I}_1-\underline{I}_2) - \boxed{j\omega M\underline{I}_1} + R_2\underline{I}_1 - \underline{E}_{g1} = 0$$

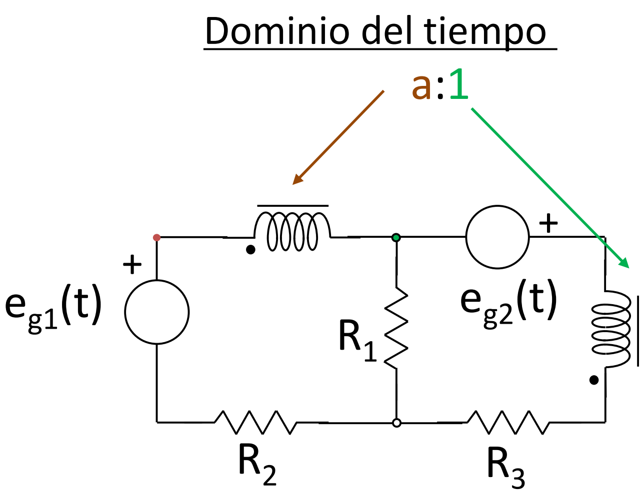
- Malla 2:
  2ª LK a la trayectoria cerrada desde B hasta B en el sentido de circulación de la corriente $\underline{I}_2$:

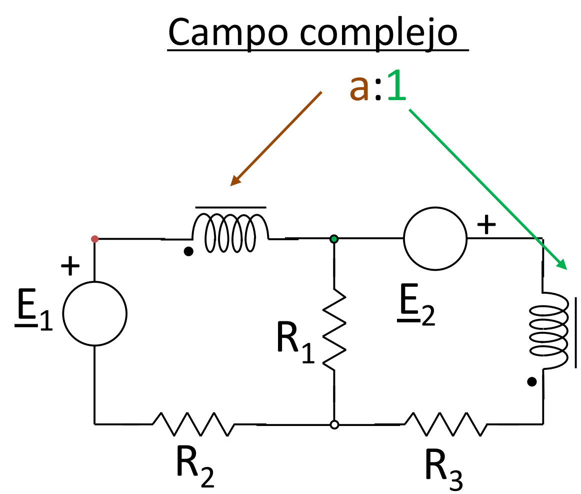
$$-\underline{E}_{g2} + R_1\underline{I}_2 + R_3\underline{I}_2 + j\omega L_2(\underline{I}_2-\underline{I}_1) + \boxed{j\omega M\underline{I}_1} = 0$$

ATENCIÓN: los signos de las fuentes dependen del lado de la igualdad en que se sitúen.

A1.2. Circuitos con transformadores ideales

- *Problema: escribir las ecuaciones correspondientes al análisis por mallas del circuito de la figura.*

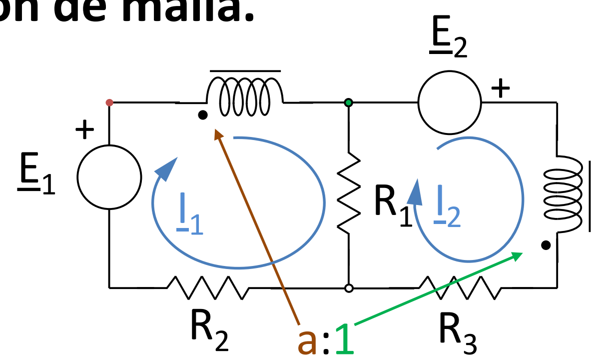




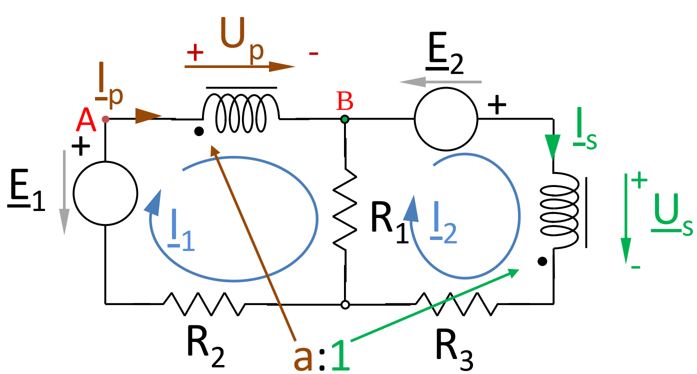
A1.2. Circuitos con transformadores ideales

Centro Universitario de la Defensa Zaragoza

1) Establecer las corrientes de circulación de malla.



2) Dar referencias a la tensión y a la corriente en los devanados del transformador.



3) Aplicar la 2ª LK a las trayectorias cerradas definidas por las mallas, considerando las referencias de tensión en los devanados.

- Malla 1: 2ª LK a la trayectoria cerrada desde A hasta A en el sentido de circulación de la corriente $i_1(t)$:

$$\underline{U}_p + R_1[\underline{I}_1 - \underline{I}_2] + R_2\underline{I}_1 - \underline{E}_1 = 0$$

- Malla 2: 2ª LK a la trayectoria cerrada desde B hasta B en el sentido de circulación de la corriente $i_2(t)$:

$$-\underline{E}_2 + \underline{U}_s + R_3\underline{I}_2 + R_1[\underline{I}_2 - \underline{I}_1] = 0$$

4) Añadir las ecuaciones adicionales del transformador con las referencias indicadas.

$$\frac{\underline{U}_p}{\underline{U}_s} = -\frac{a}{1} \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_p = -a\underline{U}_s$$

$$a\,\underline{I}_p - 1\,\underline{I}_s = 0 \quad + \quad \left\{ \begin{matrix} \underline{I}_p = \underline{I}_1 \\ \underline{I}_s = \underline{I}_2 \end{matrix} \right\} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 = +\frac{1}{a}\underline{I}_2$$