

Tema 6 - Anexo 4

Números complejos con calculadoras CASIO FX-570/991 y similares

Extracto manual calculadora CASIO

FX-570 o 991 SPX CLASSWIZ



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Para realizar cálculos con números complejos, en primer lugar introduzca el modo Complejos. Para introducir números complejos, puede utilizar coordenadas rectangulares ($a+bi$) o polares ($r\angle\theta$). Los resultados se mostrarán de acuerdo al ajuste Complejos en el menú de configuración.

$$(1 + i)^4 + (1 - i)^2 = -4 - 2i \text{ (Complejos: } a+bi)^*$$

$$\boxed{(} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{x^{\square}} \boxed{4} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{x^{\square}} \boxed{=} \quad -4 - 2i$$

$$2\angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \text{ (Unidad angular: Grado sexag (D), Complejos: } a+bi)$$

$$2 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(\angle)} \boxed{45} \boxed{=} \quad \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2\angle 45 \text{ (Unidad angular: Grado sexag (D), Complejos: } r\angle\theta)$$

$$\boxed{\sqrt{\square}} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{=} \quad 2\angle 45$$

* Cuando se eleva un número complejo a una potencia de entero usando la sintaxis $(a+bi)^n$, el valor de la potencia puede estar dentro del siguiente rango: $-1 \times 10^{10} < n < 1 \times 10^{10}$.

Nota

- Si desea introducir y mostrar los resultados en coordenadas polares, especifique la unidad angular antes de iniciar el cálculo.
- El valor θ del resultado está definido en el intervalo $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$.
- Si ha seleccionado E Línea/S Línea o E Línea/S Decim, el resultado se verá como a y bi (o r y θ) en líneas separadas.

Extracto manual calculadora CASIO

FX-570 o 991 SPX CLASSWIZ



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Ejemplos de cálculo en modo Complejos

Obtener el complejo conjugado (Conjg) de $2 + 3i$ (Complejos: $a+bi$)

$$\text{OPTN } \boxed{2} \text{ (Conjugado) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 2-3i$$

Obtener el valor absoluto (Abs) y el argumento (Arg) de $1 + i$ (Unidad angular: Grado sexag (D))

$$\text{SHIFT } \boxed{()} \text{ (Abs) } 1 \boxed{+} \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{=} \quad \sqrt{2}$$
$$\text{OPTN } \boxed{1} \text{ (Argumento) } 1 \boxed{+} \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 45$$

Extraer la parte real (ReP) y la imaginaria (ImP) de $2 + 3i$

$$\text{OPTN } \boxed{3} \text{ (Parte real) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 2$$
$$\text{OPTN } \boxed{4} \text{ (Parte imaginaria) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 3$$

Uso de un comando para especificar el formato del resultado

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2\angle 45$, $2\angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ (Unidad angular: Grado sexag (D))

$$\sqrt{\square} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \sqrt{\square} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \text{ ENG } \boxed{(i)} \text{ OPTN } \boxed{\blacktriangledown} \boxed{1} \boxed{(\blacktriangleright r \angle \theta)} \boxed{=} \quad 2\angle 45$$
$$2 \text{ SHIFT } \text{ ENG } \boxed{(\angle)} 45 \text{ OPTN } \boxed{\blacktriangledown} \boxed{2} \boxed{(\blacktriangleright a+bi)} \boxed{=} \quad \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

Extracto manual calculadora "gris"

CASIO FX-570 ES y FX-991 ES



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Cálculos con números complejos (CMPLX)

Para realizar cálculos con números complejos, presione primeramente **MODE** **2** (CMPLX) para ingresar al modo CMPLX. Para ingresar números complejos puede utilizar coordenadas rectangulares ($a+bi$) o polares ($r\angle\theta$). Los resultados se mostrarán de acuerdo al formato de números complejos elegido en el menú de configuración.

$(2 + 6i) \div (2i) = 3 - i$ (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **2** **+** **6** **ENG** **(i)** **)** **÷** \square **2** **ENG** **(i)** **)** **=**

$2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH** **Deg** (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **2** **SHIFT** **(↵)** **(∠)** **45** **=** $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$ **MATH** **Deg** (formato de números complejos: $r\angle\theta$)
 \square **√** **2** **▶** **+** \square **√** **2** **▶** **ENG** **(i)** **=** $2 \angle 45$

Nota: • Si desea ingresar y mostrar los resultados en coordenadas polares, especifique la unidad angular antes de iniciar el cálculo. • El valor θ del resultado está definido en el intervalo $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$. • Si ha seleccionado el display Linear, el resultado se verá como a y bi (o r y θ) en líneas separadas.

Ejemplos de cálculo en modo CMPLX

$(1 - i)^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ **MATH** (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **1** **-** **ENG** **(i)** **)** **⌘** **=** $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

$(1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 0$ **MATH**
 \square **1** **+** **ENG** **(i)** **)** **⌘** **+** \square **1** **-** **ENG** **(i)** **)** **⌘** **=** 0

Obtener el complejo conjugado de $2 + 3i$ (formato de número complejo: $a + bi$)

\square **SHIFT** **2** (CMPLX) **2** (Conj) **2** **+** **3** **ENG** **(i)** **)** **=** $2-3i$

Obtener el valor absoluto y el argumento de $1 + i$ **MATH** **Deg**

Valor absoluto: \square **SHIFT** **(hyp)** (Abs) **1** **+** **ENG** **(i)** **=** $\sqrt{2}$

Argumento: \square **SHIFT** **2** (CMPLX) **1** (arg) **1** **+** **ENG** **(i)** **)** **=** 45

3-i Uso de un comando para especificar el formato del resultado

Pueden ingresarse cualquiera de dos comandos especiales ($\blacktriangleright r\angle\theta$ o $\blacktriangleright a+bi$) al finalizar un cálculo para especificar el formato en el que se muestran los resultados. El comando anula la configuración del formato de números complejos existente en la calculadora.

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$, $2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH** **Deg**
 \square **√** **2** **▶** **+** \square **√** **2** **▶** **ENG** **(i)** **SHIFT** **2** (CMPLX) **3** ($\blacktriangleright r\angle\theta$) **=** $2 \angle 45$
 \square **2** **SHIFT** **(↵)** **(∠)** **45** **SHIFT** **2** (CMPLX) **4** ($\blacktriangleright a+bi$) **=** $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

Almacenar $A + Bi$ y luego determinar $\sqrt{3} + i$, $1 + \sqrt{3}i$ mediante coordenadas polares ($r\angle\theta$) **Deg**

MODE 2 (CMPLX)	CMPLX \square Math
ALPHA (↵) (A) + ALPHA (↵) (B) ENG (i)	A+Bi $\blacktriangleright r\angle\theta$
SHIFT 2 (CMPLX) 3 ($\blacktriangleright r\angle\theta$)	
CALC \square √ 3) = 1 =	$2\angle 30$
CALC (o) = 1 = \square √ 3) =	$2\angle 60$

Para salir del modo CALC: **AC**

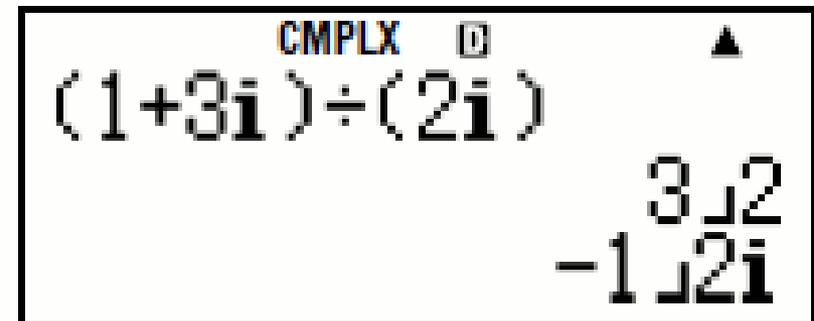
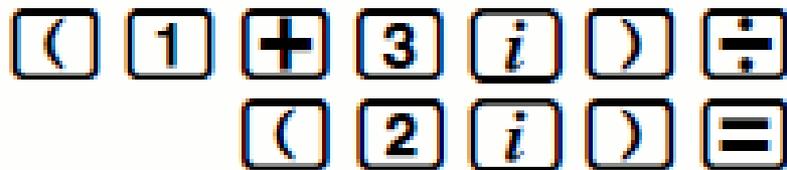
Ejemplo: división de complejos

(calculadora CASIO FX-570 y similares)

Calcular $\frac{1+j3}{j2}$ por el medio tradicional y utilizando las utilidades para complejos de la calculadora

$$\begin{aligned}\frac{1+j3}{j2} &= \frac{\sqrt{1^2+3^2} \angle \tan^{-1}(3/1)}{\sqrt{0^2+2^2} \angle \cotan^{-1}(0/2)} = \frac{\sqrt{10} \angle 71.56^\circ}{2 \angle +90^\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{10}}{2} \angle 71.56^\circ - 90^\circ = 1,581 \angle -18,43^\circ = \frac{3}{2} - j\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Calculadora CASIO:



¡No olvidar los paréntesis del denominador!

$(1+3i) / 2i = i \cdot [(1+3i) / 2]$ en algunos modelos

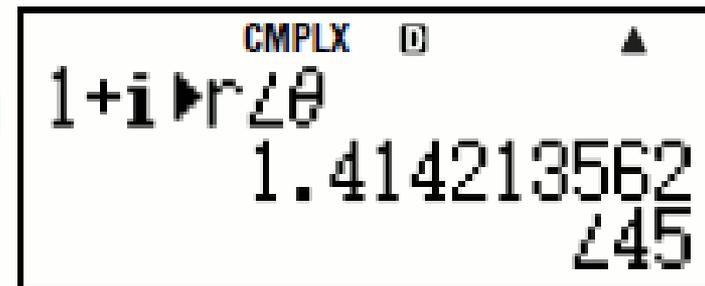
Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Escribir $1+j$ en formato polar

$$1 + j = \sqrt{1^2 + 1^2} \left| \tan^{-1}(1 / 1) = \sqrt{2} \right| 45^\circ$$

Modelo ES:

1 **+** **i**
SHIFT **2** (CMPLX) **3** (**▶** $r \angle \theta$) **=**



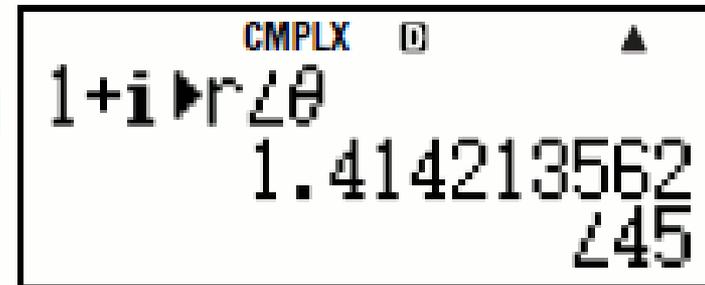
En las calculadoras **CLASSWIZ** (fx-570SPX y fx-991SPX), las funciones complejas pasan de **SHIFT** **2** al botón **OPTN**. Las funciones de expresión en formato polar o rectangular están “escondidas” en la pantalla segunda ▼.

Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Escribir $1+j$ en formato polar

$$1 + j = \sqrt{1^2 + 1^2} \left| \tan^{-1}(1 / 1) \right. = \sqrt{2} \left| 45^\circ \right.$$

[SHIFT] **[2]** (CMPLX) **[3]** ($\blacktriangleright r \angle \theta$) **[=]** **[1]** **[+]** **[i]**

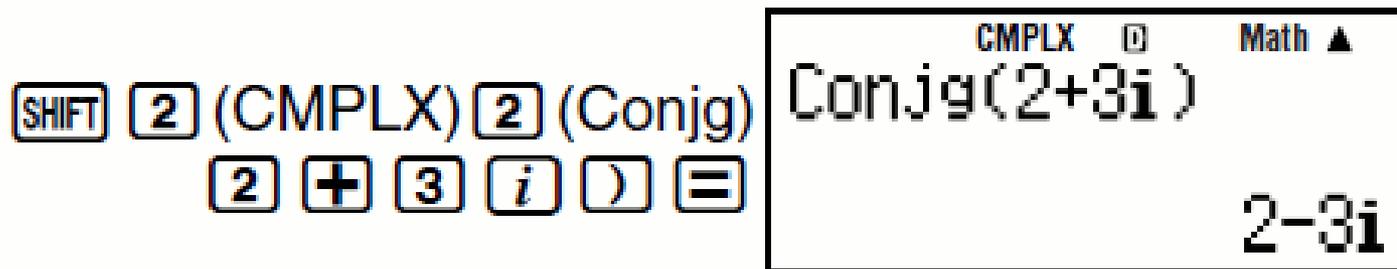


En las calculadoras **CLASSWIZ** (fx-570SPX y fx-991SPX), las funciones complejas pasan de **[SHIFT]** **[2]** al botón **[OPTN]**. Las funciones de expresión en formato polar o rectangular están “escondidas” en la pantalla segunda **[▽]**.

Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Conjugar $2+j3$

$$\text{Conj}(2 + j3) = 2 + j(-3) = 2 - j3$$



Nota: la representación por defecto se puede cambiar de forma binómica a forma polar en la segunda pantalla  del menú de configuración de la calculadora.

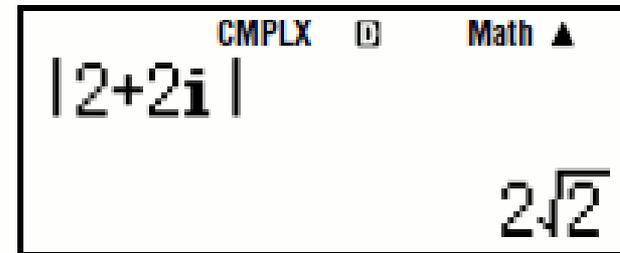
Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Obtener el módulo y argumento de $2+j2$ sin utilizar la tecla $\rightarrow r \angle \theta$ ni cambiar la configuración de la calculadora.

$$2 + j2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \left| \tan^{-1}(2 / 2) = \sqrt{8} \right| +45^\circ$$

*1

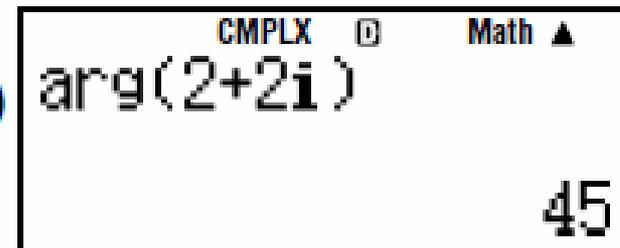
SHIFT hyp (Abs) 2 +
2 i =



CMPLEX \square Math \blacktriangle
 $|2+2i|$
 $2\sqrt{2}$

*2

SHIFT 2 (CMPLX) 1 (arg)
2 + 2 i) =



CMPLEX \square Math \blacktriangle
arg(2+2i)
45

Ejemplos de cálculo en modo CMPLX

 $(1 - i)^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ **MATH** (formato de números complejos: $a + bi$)
 $\boxed{(\text{)} 1 \boxed{=} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^2} \boxed{=} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

 $(1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 0$ **MATH**
 $\boxed{(\text{)} 1 \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^2} \boxed{+} \boxed{(\text{)} 1 \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^2} \boxed{=} 0$

 Obtener el complejo conjugado de $2 + 3i$ (formato de número complejo: $a + bi$)
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} (\text{CMPLX}) \boxed{2} (\text{Conjg}) 2 \boxed{+} 3 \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} 2-3i$

 Obtener el valor absoluto y el argumento de $1 + i$ **MATH Deg**
Valor absoluto: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} (\text{Abs}) 1 \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} \sqrt{2}$
Argumento: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} (\text{CMPLX}) \boxed{1} (\text{arg}) 1 \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} 45$

Uso de un comando para especificar el formato del resultado

Pueden ingresarse cualquiera de dos comandos especiales ($\blacktriangleright r\angle\theta$ o $\blacktriangleright a+bi$) al finalizar un cálculo para especificar el formato en el que se muestran los resultados. El comando anula la configuración del formato de números complejos existente en la calculadora.

 $\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$, $2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH Deg**
 $\boxed{\sqrt{\square}} 2 \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\square}} 2 \boxed{\blacktriangleright} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} (\text{CMPLX}) \boxed{3} (\blacktriangleright r\angle\theta) \boxed{=} 2\angle 45$
 $2 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(\leftarrow)} (\angle) 45 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} (\text{CMPLX}) \boxed{4} (\blacktriangleright a+bi) \boxed{=} \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

Variables (A, B, C, D, E, F, M, x, y)

Puede asignar valores a las variables y utilizar las variables en los cálculos.

Asignar el resultado de $3 + 5$ a la variable A

$3 + 5$ **[STO]** **[↵]** (A) 8

Multiplicar el contenido de la variable A por 10

(Continuación) **[ALPHA]** **[↵]** (A) **[×]** 10 **[=]** *1 80

Recuperar los contenidos de la variable A

(Continuación) **[SHIFT]** **[STO]** (RECALL)*2

A=8	B=√(2)
C=3.14159265	D=0.42857142
E=1√3	F=√(7)
M=7.2115×10 ¹⁰	x=7√3
y=2°15'18"	

[↵] (A) **[=]** 8

Borrar los contenidos de la variable A

0 **[STO]** **[↵]** (A) 0

*1 Para introducir una variable como se muestra aquí: presione **[ALPHA]** y a continuación presione la tecla que corresponda al nombre de la variable deseada. Para introducir x como el nombre de la variable, puede presionar **[ALPHA]** **[]** (x) o **[x]**.

*2 Presionando **[SHIFT]** **[STO]** (RECALL) se muestra una pantalla que visualiza los valores asignados actualmente a las variables A, B, C, D, E, F, M, x , e y . En esta pantalla, los valores se muestran siempre usando "Normal 1" Formato número. Para cerrar la pantalla sin recuperar un valor de variable, presione **[AC]**.

Memoria independiente (M)

Puede sumar o restar resultados de un cálculo a la memoria independiente. El indicador “M” aparece en el display cuando la memoria independiente contiene algún valor distinto de cero.

Borrar el contenido de M

0 **STO** **M+** (M) 0

Sumar el resultado de 10×5 a M

(Continuación) 10×5 **M+** 50

Restar el resultado de $10 + 5$ de M

(Continuación) $10 + 5$ **SHIFT** **M+** (M-) 15

Recuperar el contenido de M

(Continuación) **SHIFT** **STO** (RECALL) **M+** (M) **=** 35

Nota: La variable M es utilizada para la memoria independiente. También puede activar M y utilizarla en un cálculo que está introduciendo.

Borrado del contenido de todas las memorias

La memoria Ans, la memoria independiente y los contenidos de las variables se mantienen aun si presiona **AC**, cambia el modo de cálculo o apaga la calculadora. Los contenidos de la memoria PreAns se mantienen incluso si presiona **AC** y apaga la calculadora sin salir del modo Calcular.

Extracto manual calculadora CASIO FX-115 MS

Para ingresar este símbolo:	Realice esta operación de tecla:	Unidad
f (femto)	SHIFT f	10^{-15}

- Para los valores visualizados, la calculadora selecciona el símbolo de ingeniería que hace que la parte numérica del valor caiga dentro de la gama de 1 a 1000.
- Los símbolos de ingeniería no pueden usarse cuando se ingresan fracciones.
- Ejemplo:** $9 \div 10 = 0,9$ m (mili)

MODE \dots 1 (Disp) 1 Eng
 $0.$
 9 \div 10 $=$ $9 \div 10$ m
 $900.$

Cuando los símbolos de ingeniería están activados, aun un cálculo estándar (no de ingeniería) resulta en que los resultados se visualicen usando los símbolos de ingeniería.

SHIFT ENG 0.9
 ENG $9 \div 10$ m
 $900.$

Cálculos con números complejos CPLX

Cuando desea realizar cálculos que incluyen números complejos, utilice la tecla MODE para ingresar el modo CPLX .

CPLX \dots MODE 2

- El ajuste de la unidad angular actual (Deg, Rad, Gra) afecta los cálculos del modo CPLX . Puede almacenar una expresión en la memoria CALC mientras se encuentra en el modo CPLX .
- Tenga en cuenta que en el modo CPLX , solamente puede usar las variables A, B, C y M. Las variables D, E, F, X e Y son usadas por la calculadora, que cambia frecuentemente sus valores. No debe usar estos valores en sus expresiones.

S-7

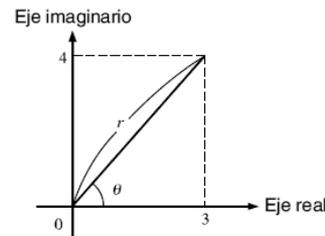
- El indicador "R \leftrightarrow " en la esquina derecha superior de una presentación de resultado de cálculo, indica un resultado con número complejo. Presione SHIFT Re-Im para alternar la presentación entre la parte real y parte imaginaria del resultado.
- Puede usar la función de repetición en el modo CPLX . Sin embargo, como los números complejos están almacenados en la memoria de repetición en el modo CPLX , se utiliza más memoria que lo normal.
- Ejemplo:** $(2+3i) + (4+5i) = 6+8i$

(Parte real 6) 2 $+$ 3 i $+$ 4 $+$ 5 i $=$
 (Parte imaginaria 8i) SHIFT Re-Im

Valor absoluto y cálculo de argumento

Suponiendo que el número imaginario expresado por la forma rectangular $z = a + bi$ se representa como un punto en el plano gausiano, puede determinarse el valor absoluto (r) y argumento (θ) del número complejo. La forma polar es $r \angle \theta$.

- Ejemplo 1:** Determinar el valor absoluto (r) y el argumento (θ) de $3+4i$ (Unidad angular: Deg)
 $(r = 5, \theta = 53,13010235^\circ)$



$(r = 5)$ SHIFT Abs C 3 $+$ 4 i $=$
 $(\theta = 53,13010235^\circ)$ SHIFT arg C 3 $+$ 4 i $=$

- El número complejo también puede ser ingresado usando la forma polar $r \angle \theta$.

S-8

- Ejemplo 2:** $\sqrt{2} \angle 45 = 1 + i$
 (Unidad angular: Deg) $\sqrt{2}$ SHIFT \angle 45 $=$
 SHIFT Re-Im

Presentación de forma rectangular \leftrightarrow forma polar

Puede usar la operación descrita a continuación para convertir un número complejo de forma rectangular a su forma polar, y un número complejo de forma polar a su forma rectangular. Presione SHIFT Re-Im para alternar la presentación entre el valor absoluto (r) y argumento (θ).

- Ejemplo:** $1 + i \leftrightarrow 1,414213562 \angle 45$
 (Unidad angular: Deg) 1 $+$ i SHIFT $\rightarrow r \angle \theta$ $=$ SHIFT Re-Im
 $\sqrt{2}$ SHIFT \angle 45 SHIFT $\rightarrow a+bi$ $=$ SHIFT Re-Im

- Puede seleccionar la forma rectangular ($a+bi$) o forma polar ($r \angle \theta$) para visualizar los resultados de cálculos con números complejos.

MODE \dots 1 (Disp) ▶

1 ($a+bi$): Forma rectangular

2 ($r \angle \theta$): Forma polar (indicada por " $r \angle \theta$ " sobre la presentación)

Conjugación de un número complejo

Para cualquier número complejo z en donde $z = a+bi$, su conjugación (\bar{z}) es $\bar{z} = a-bi$.

- Ejemplo:** Determinar la conjugación del número complejo $1,23 + 2,34i$ (Resultado: $1,23 - 2,34i$)

SHIFT Conj C 1 $+$ 23 $+$ 2 $+$ 34 i $=$
 SHIFT Re-Im

S-9