

# ***Tema 8***

## *Sistemas trifásicos equilibrados*



## **Tema 8.- Sistemas trifásicos equilibrados.**

- 8.1.- Introducción.
- 8.2.- Generación de un sistema trifásico.
- 8.3.- Conexiones en estrella y en triángulo.
  - 8.3.1.- Conexión en estrella (Y).
  - 8.3.2.- Conexión en triángulo (D).
- 8.4.- Conexión de sistemas trifásicos.
  - 8.4.1.- Sistema estrella-estrella.
  - 8.4.2.- Sistema triángulo-triángulo.
  - 8.4.3.- Sistema estrella-triángulo.
  - 8.4.4.- Sistema triángulo-estrella.
- 8.5.- Tensiones e intensidades en sistemas trifásicos.
  - 8.5.1.- Tensión de línea o compuesta.
  - 8.5.2.- Intensidad de línea.
  - 8.5.3.- Tensión de fase o simple.
  - 8.5.4.- Intensidad de fase.
- 8.6.- Sistemas trifásicos equilibrados.
  - 8.6.1.- Relación entre magnitudes de línea y fase.
  - 8.6.2.- Equivalentes monofásicos.
  - 8.6.3.- Equivalencia de cargas.
  - 8.6.4.- Potencia en sistemas trifásicos equilibrados.

## ***8.1. Introducción***

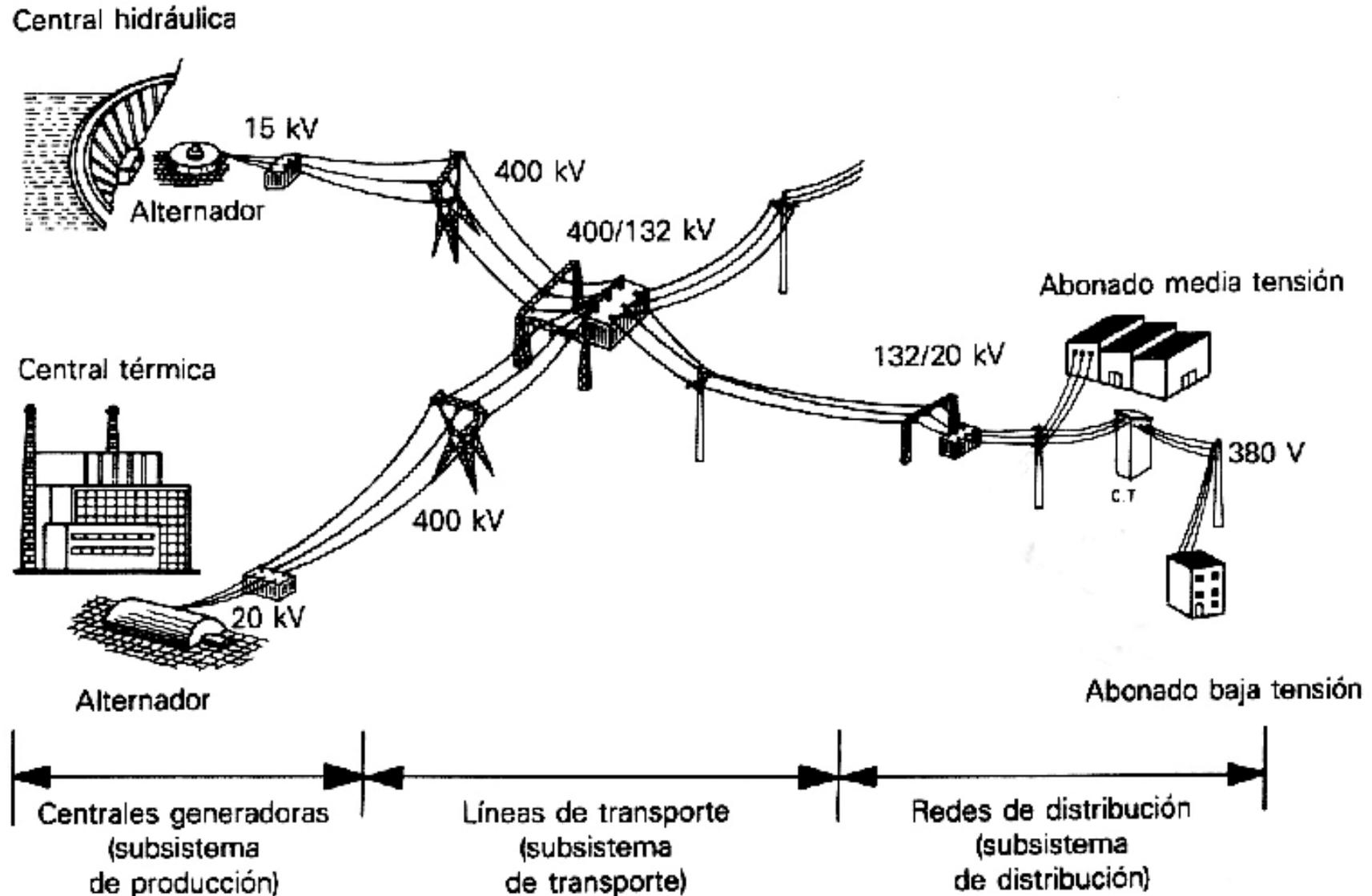
## 8.1. Introducción

- *Los sistemas trifásicos son los más habitualmente empleados en la generación, el transporte y la distribución de la energía eléctrica.*
- *Esto es debido a que los sistemas trifásicos presentan notables ventajas sobre los monofásicos. Entre estas ventajas se pueden citar:*
  - Para transportar una determinada energía a una determinada tensión, con unas determinadas pérdidas, es más económico el sistema trifásico ya que supone un ahorro de “cobre” del 25%
  - La potencia instantánea es constante. Esto se refleja en un par totalmente uniforme en los motores trifásicos, y las consiguientes menores vibraciones
  - Los motores trifásicos pueden arrancar por sí mismos, mientras que los monofásicos precisan sistemas de arranque especiales
  - Los sistemas trifásicos son capaces de generar campos magnéticos giratorios

## 8.1. *Introducción*

- *Las instalaciones de pequeña potencia (por ejemplo las instalaciones domésticas) son monofásicas, pero no se tratan más que de una derivación de un sistema trifásico.*
- *Para conocer y estudiar el funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia se hace necesario entonces conocer el análisis de los circuitos trifásicos. No obstante, hay que tener en cuenta que:*
  - Las técnicas de análisis vistas en el caso de circuitos monofásicos son aplicables directamente a sistemas trifásicos.
  - En muchas ocasiones, el análisis de los sistemas trifásicos se efectúa mediante su reducción a sistemas monofásicos equivalentes, cuyo estudio ya se ha visto.

# 8.1. Introducción



# 8.1. *Introducción*



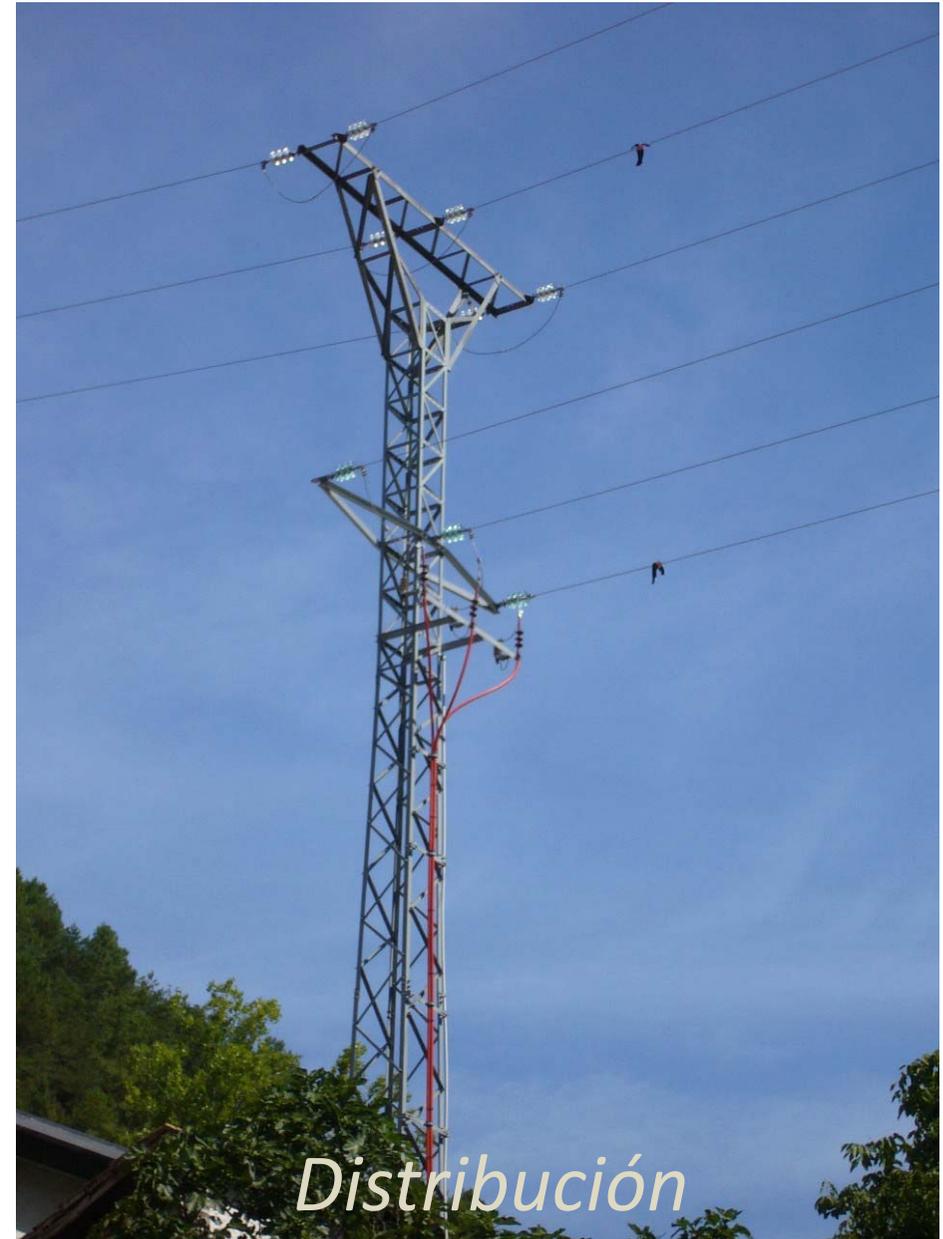
## 8.1. *Introducción*



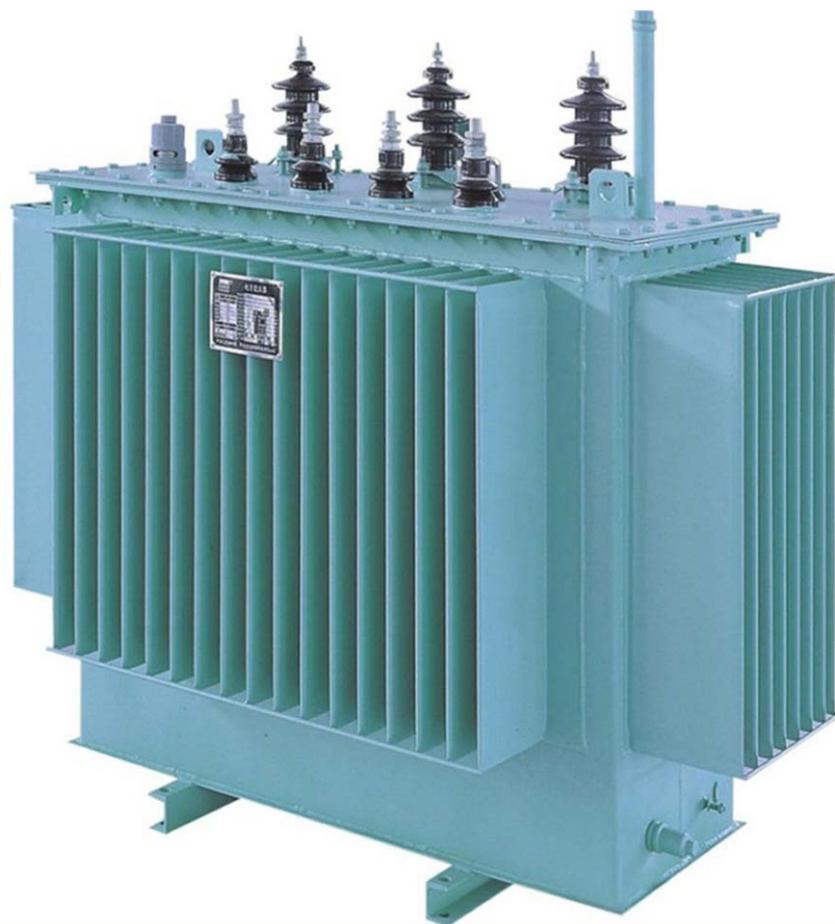
# 8.1. *Introducción*



# 8.1. *Introducción*



## 8.1. *Introducción*

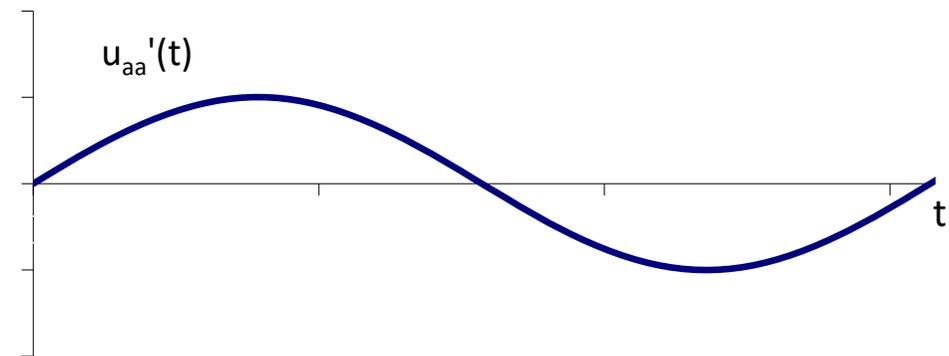
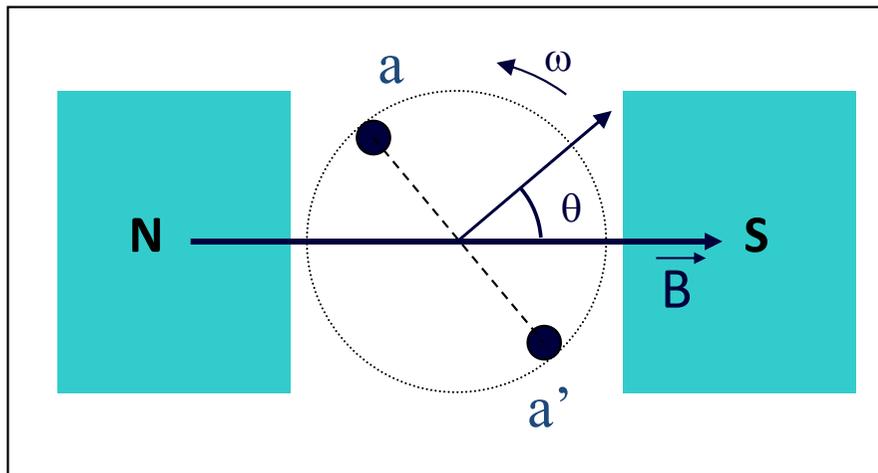
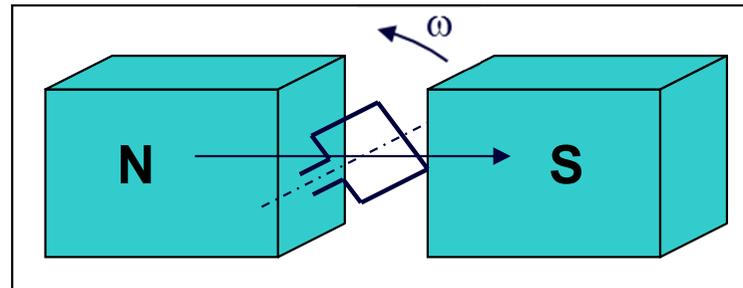


### *Distribución en baja tensión*

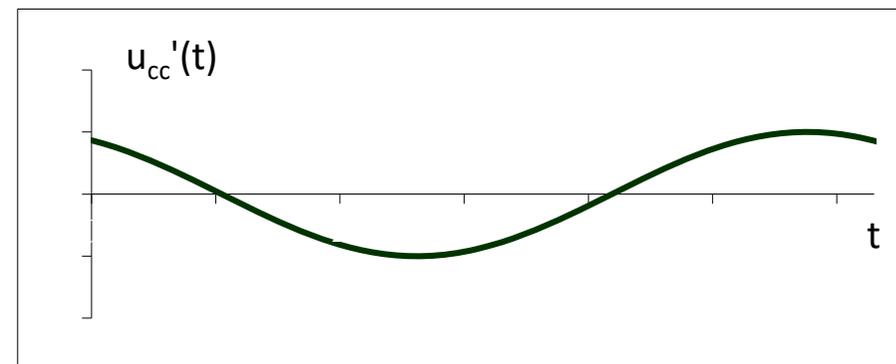
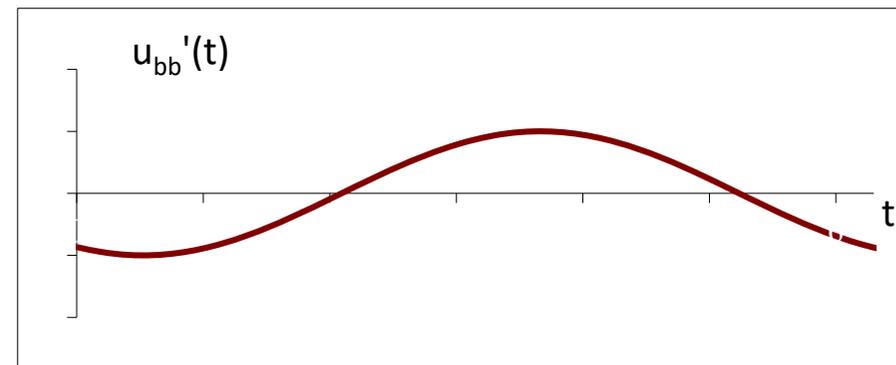
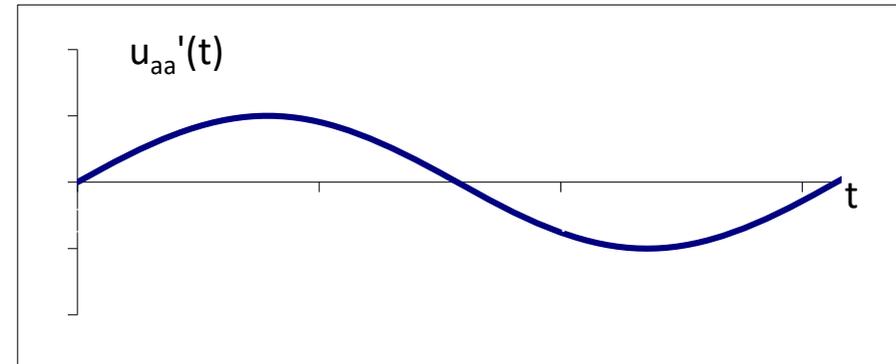
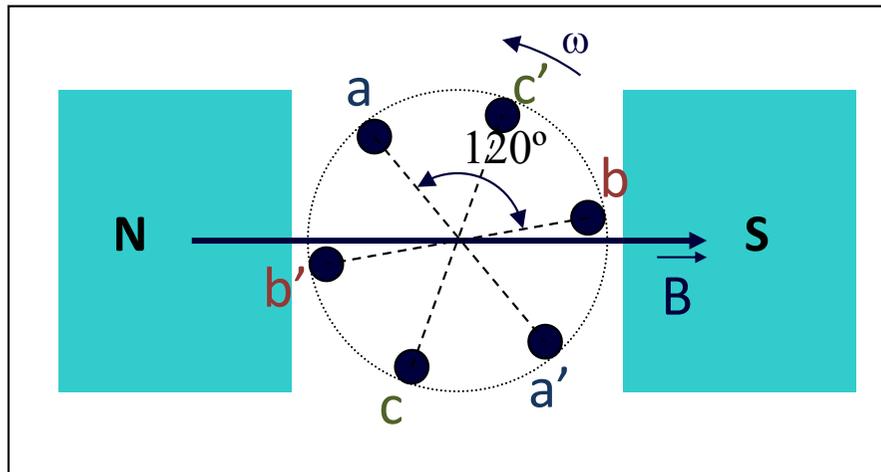
## ***8.2. Generación de un sistema trifásico***

## 8.2. *Generación de un sistema trifásico*

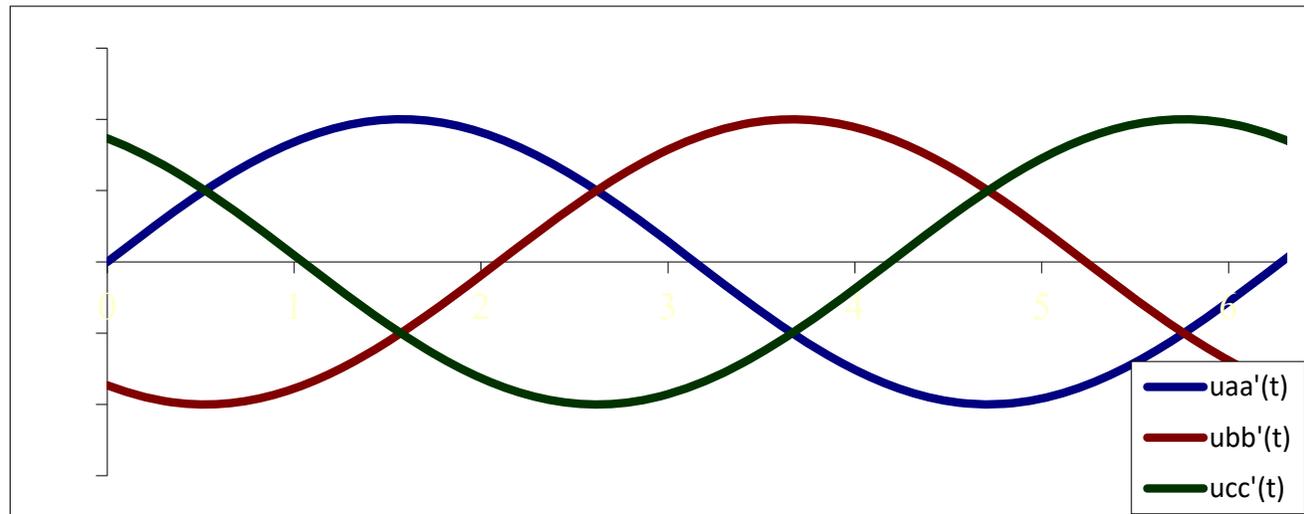
- *Como se ha visto:*



## 8.2. Generación de un sistema trifásico



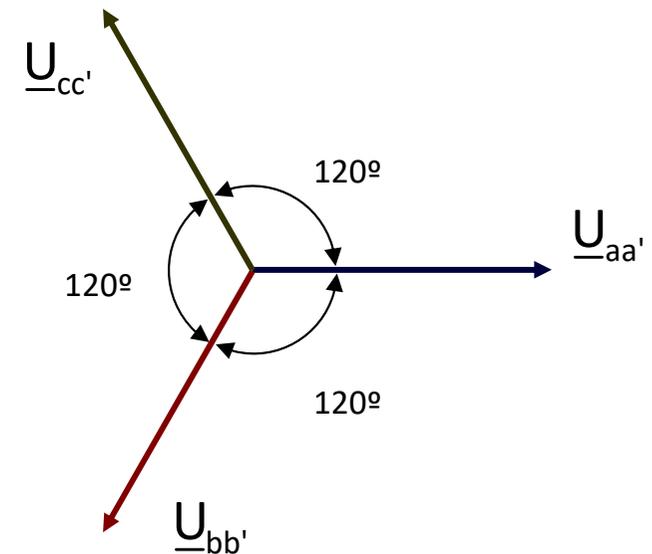
## 8.2. Generación de un sistema trifásico



$$u_{aa'}(t) = U_0 \text{sen}(\omega t)$$

$$u_{bb'}(t) = U_0 \text{sen}\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$u_{cc'}(t) = U_0 \text{sen}\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = U_0 \text{sen}\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

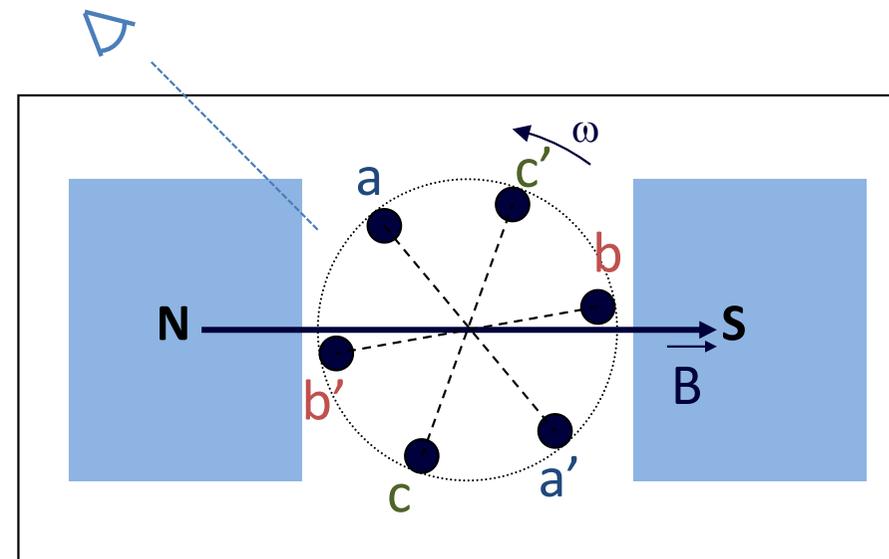
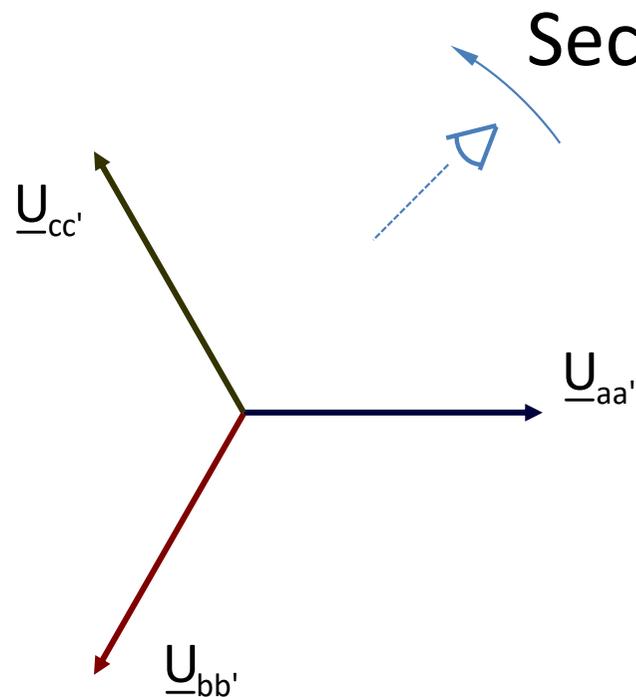


## 8.2. *Generación de un sistema trifásico*

*Se dispone de tres fuentes reales de tensión con la misma amplitud y desfasadas  $120^\circ$  entre sí*

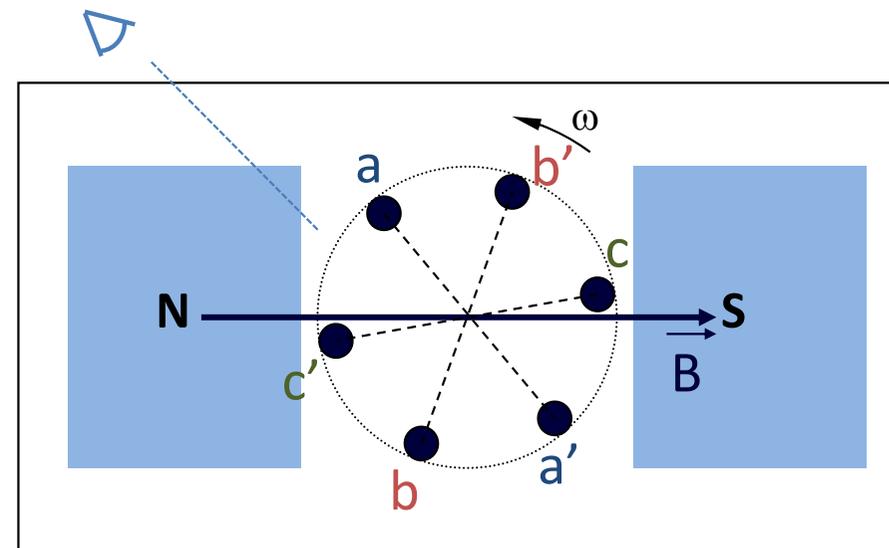
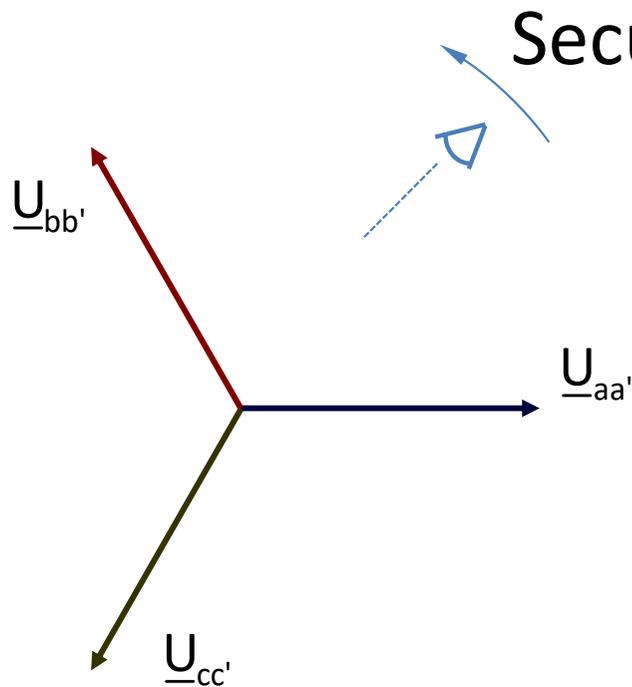
- Fase: cada una de las partes de un circuito trifásico donde se genera, se transporta o se utiliza cada una de las tensiones del sistema
- Secuencia de fases: orden en el que se suceden los valores máximos de las tensiones en las fases
  - abc: secuencia directa
  - acb: secuencia inversa

## 8.2. Generación de un sistema trifásico



$$\underline{U}_{aa'} = U \underline{\angle 0^\circ}$$
$$\underline{U}_{bb'} = U \underline{\angle -120^\circ}$$
$$\underline{U}_{cc'} = U \underline{\angle -240^\circ} = U \underline{\angle 120^\circ}$$

## 8.2. Generación de un sistema trifásico



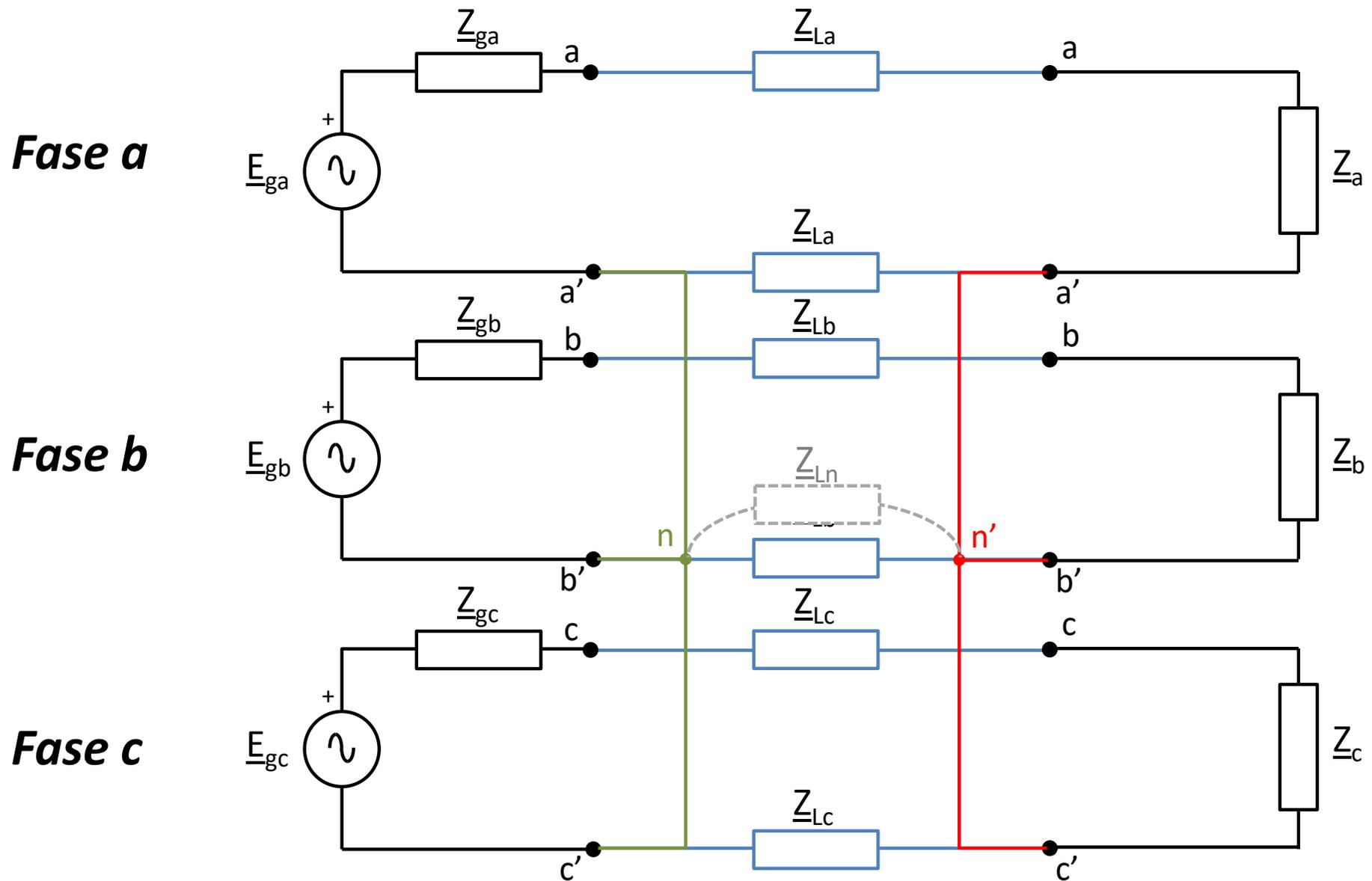
$$\underline{U}_{aa'} = U \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{bb'} = U \angle -240^\circ = U \angle 120^\circ$$

$$\underline{U}_{cc'} = U \angle -120^\circ$$

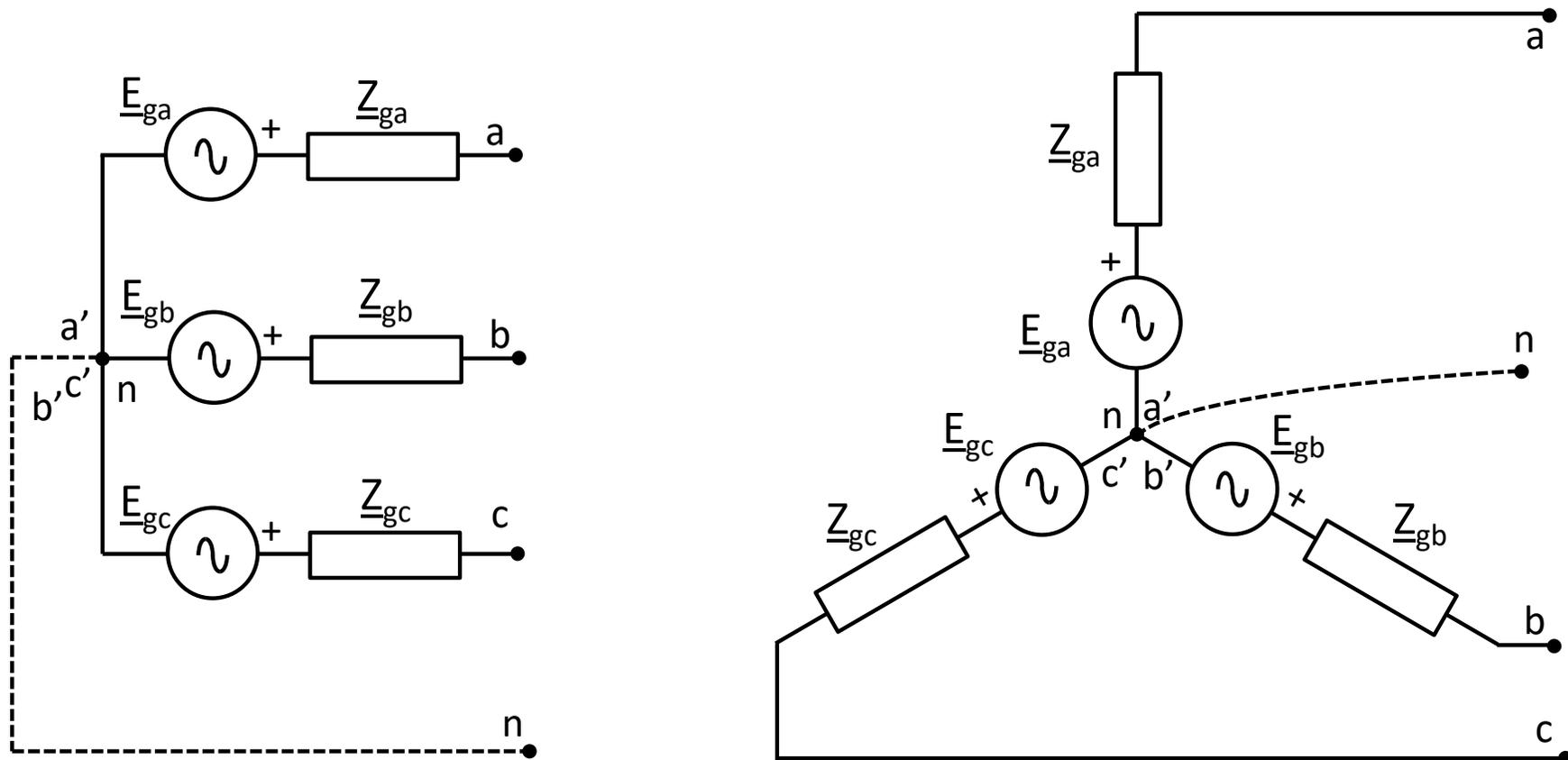
## ***8.3. Conexiones en estrella (Y) y en triángulo( $\Delta$ )***

# 8.3.1. Conexión en estrella



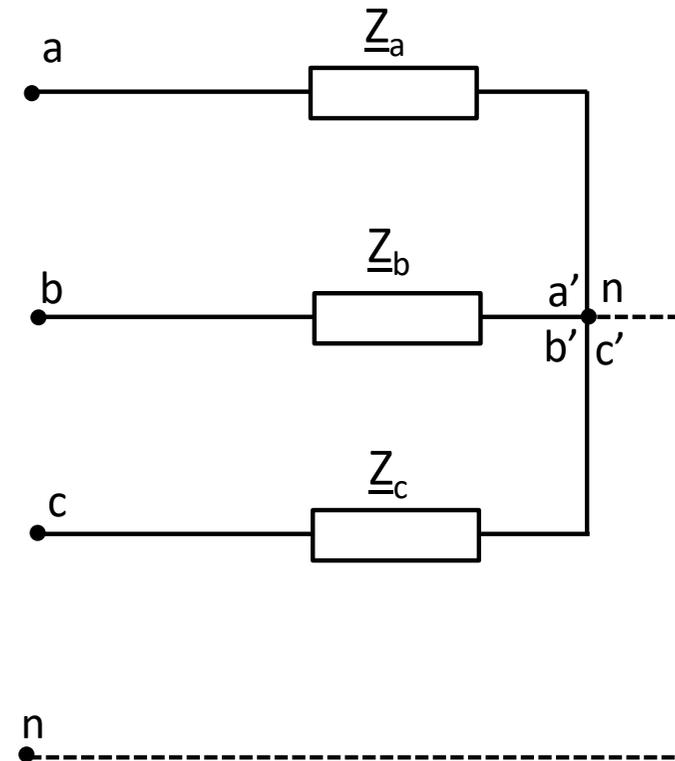
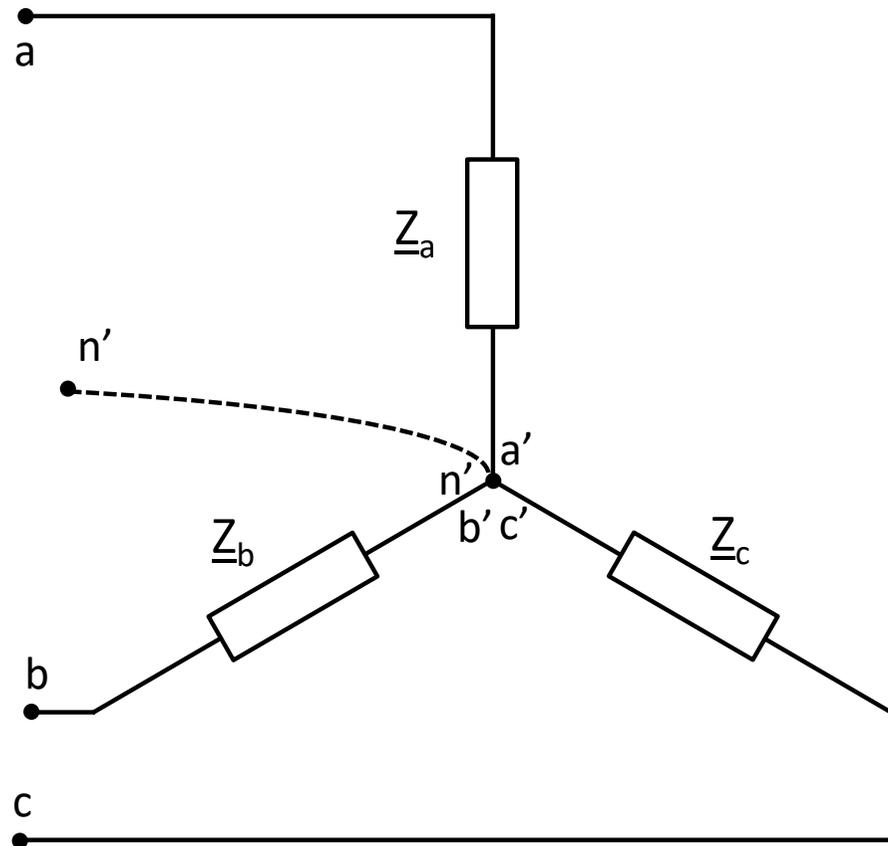
## 8.3.1. Conexión en estrella

- Se unen entre sí uno de los terminales de cada una de las fases (punto neutro de la estrella)



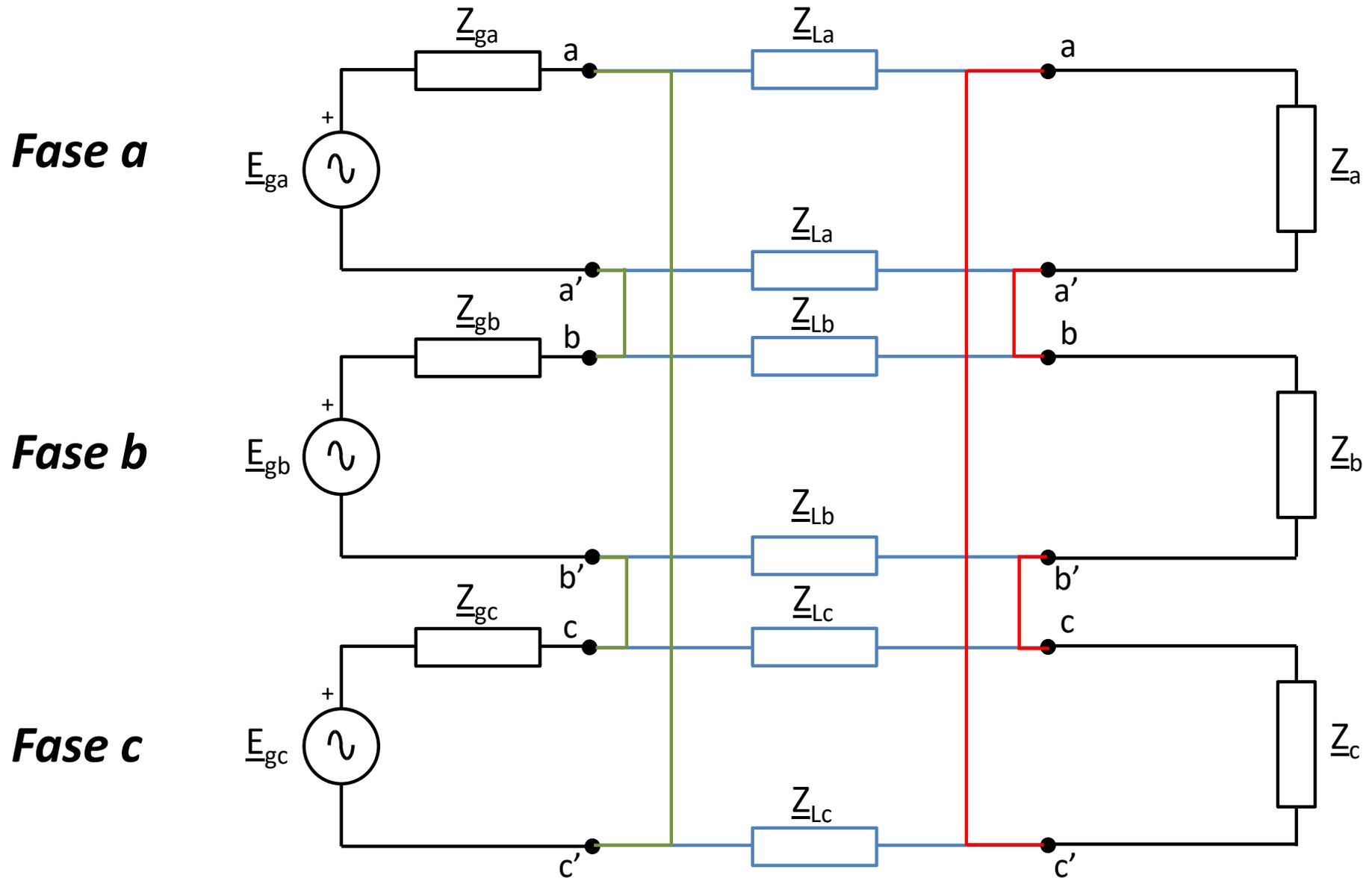
**Generador en estrella**

## 8.3.1. Conexión en estrella



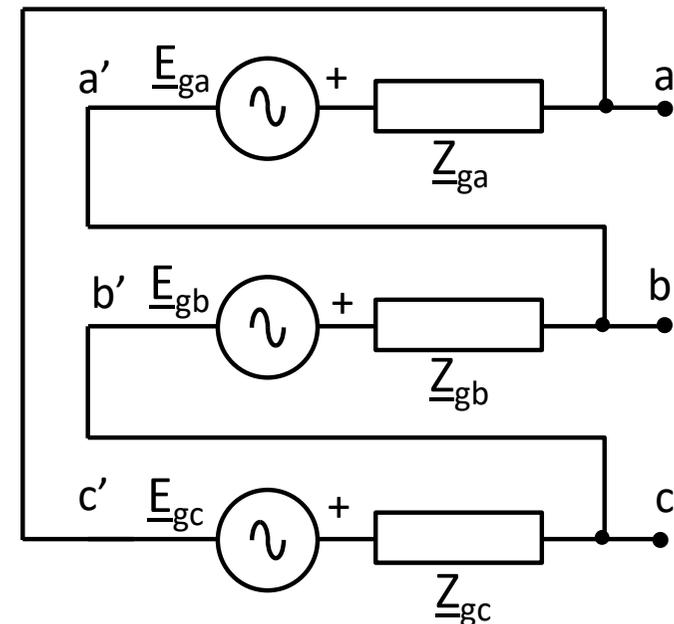
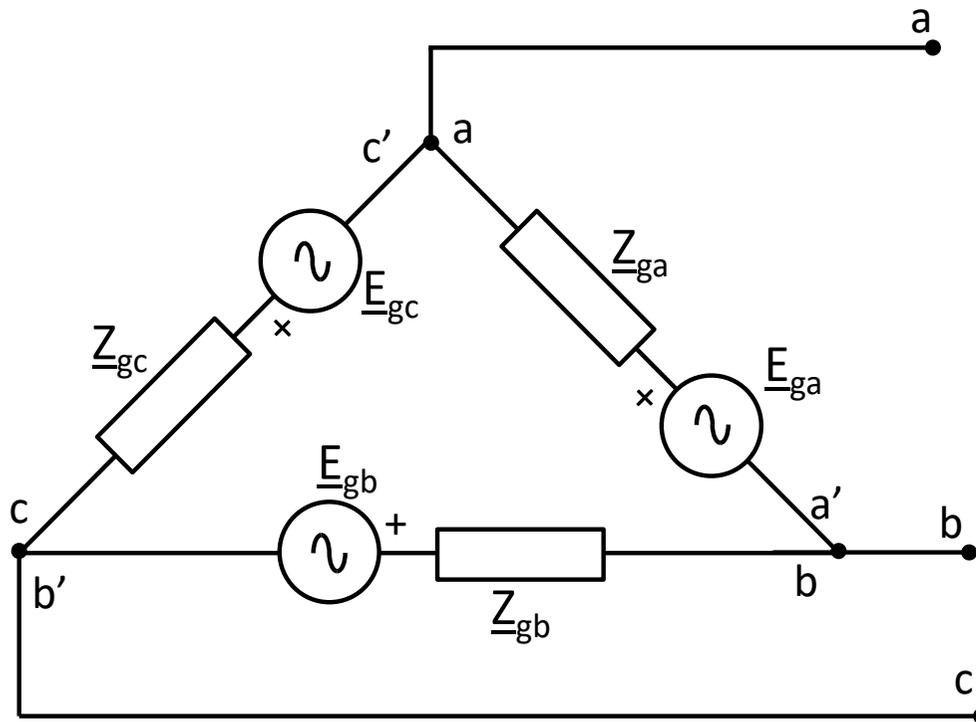
### Carga en estrella

## 8.3.2. Conexión en triángulo



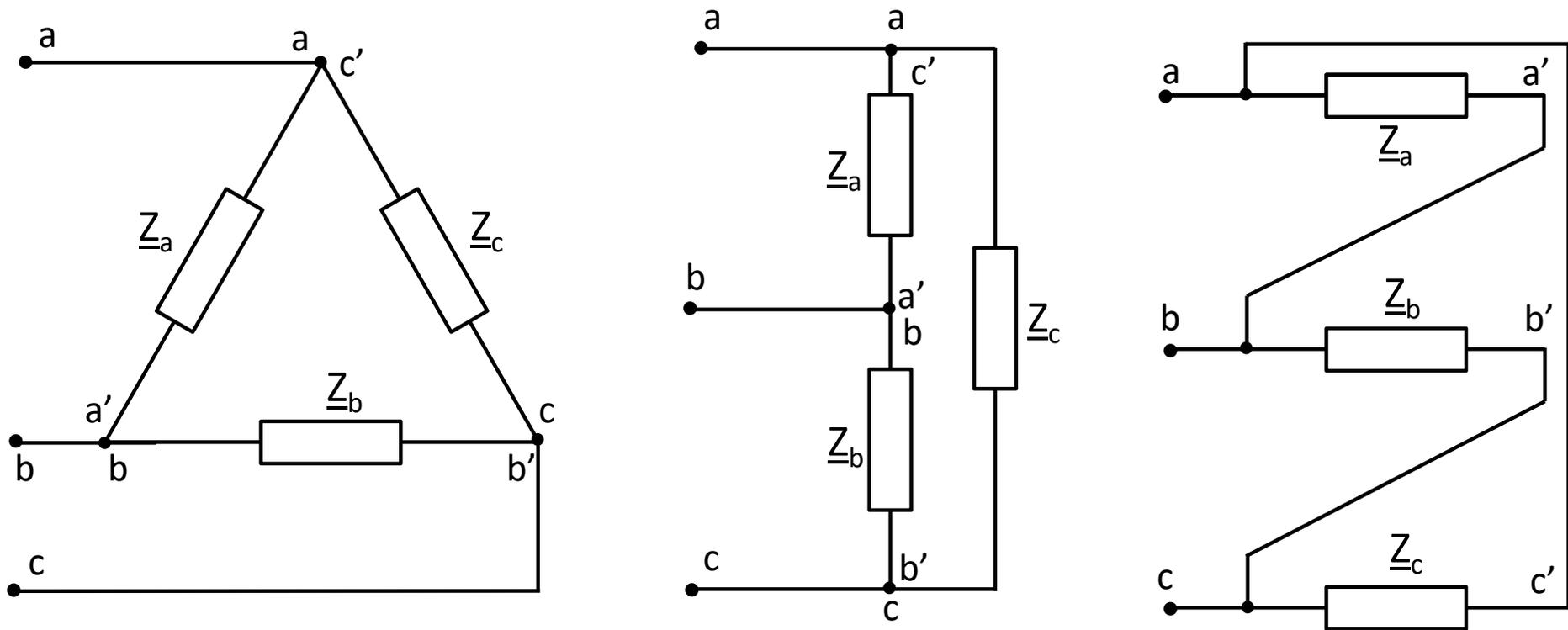
## 8.3.2. Conexión en triángulo

- Se unen el terminal “final” de una fase con el terminal “comienzo” de la siguiente:



**Generador en triángulo**

## 8.3.2. Conexión en triángulo



**Carga en triángulo**

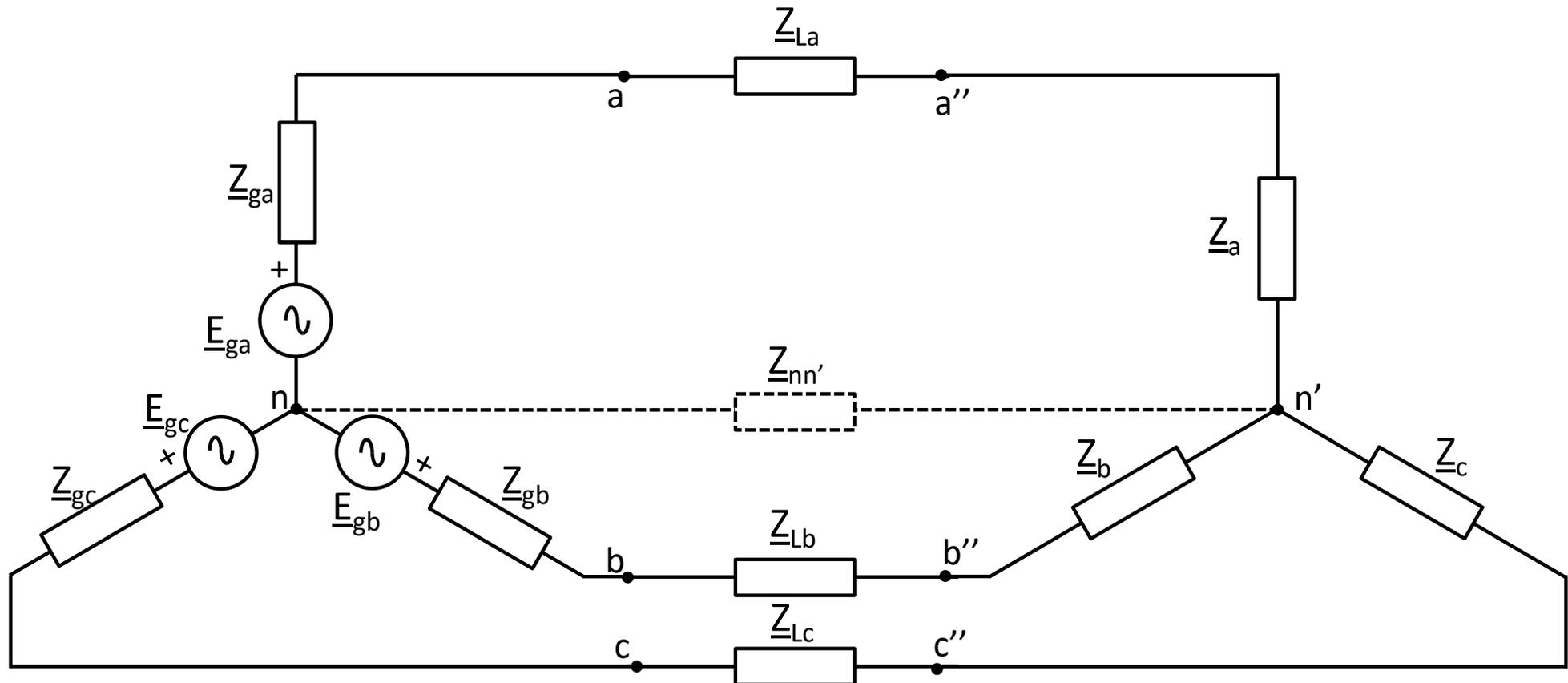
# ¿En Y ó en D?



## ***8.4. Conexión de sistemas trifásicos***

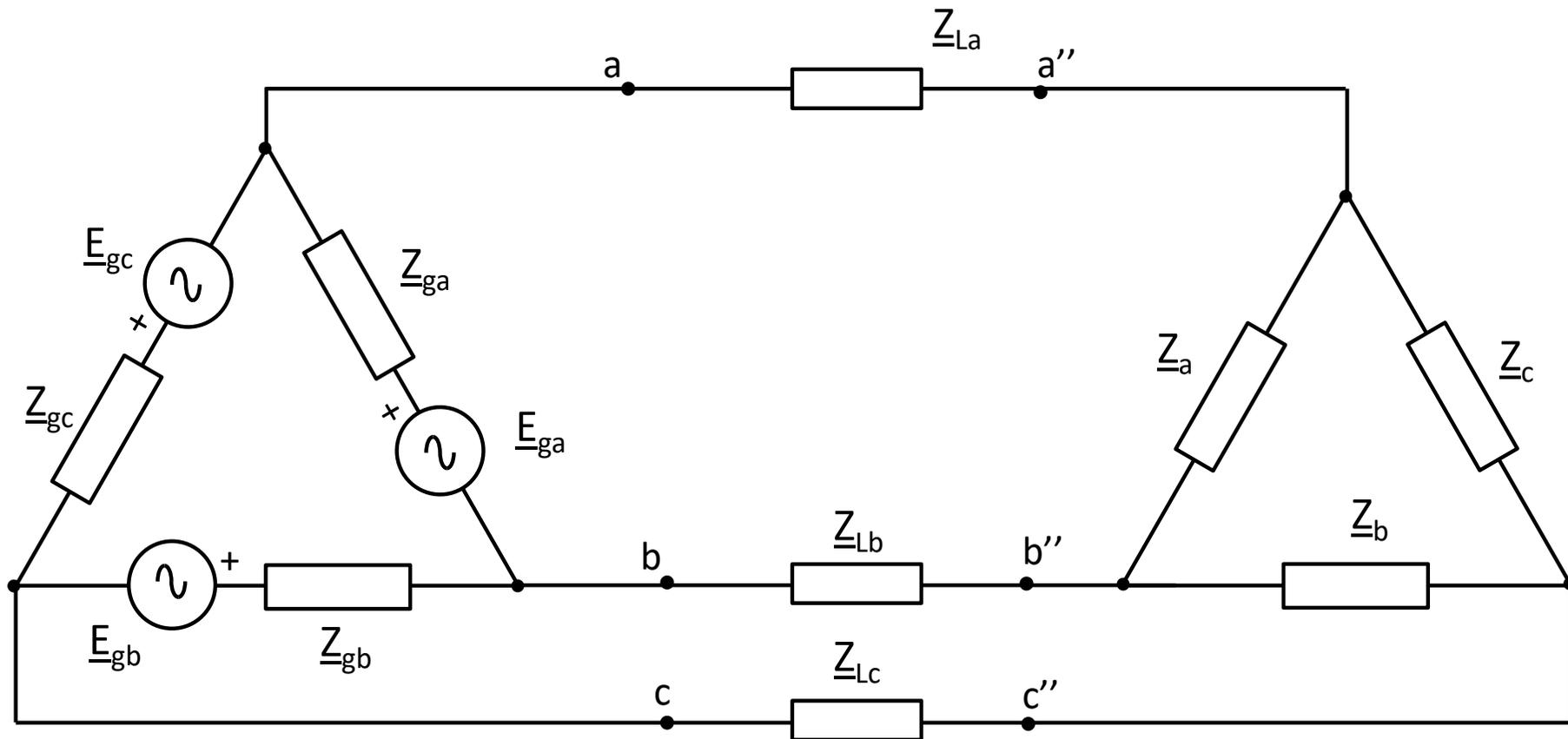
## 8.4.1. Sistema estrella - estrella

- *Sistema Y-Y*



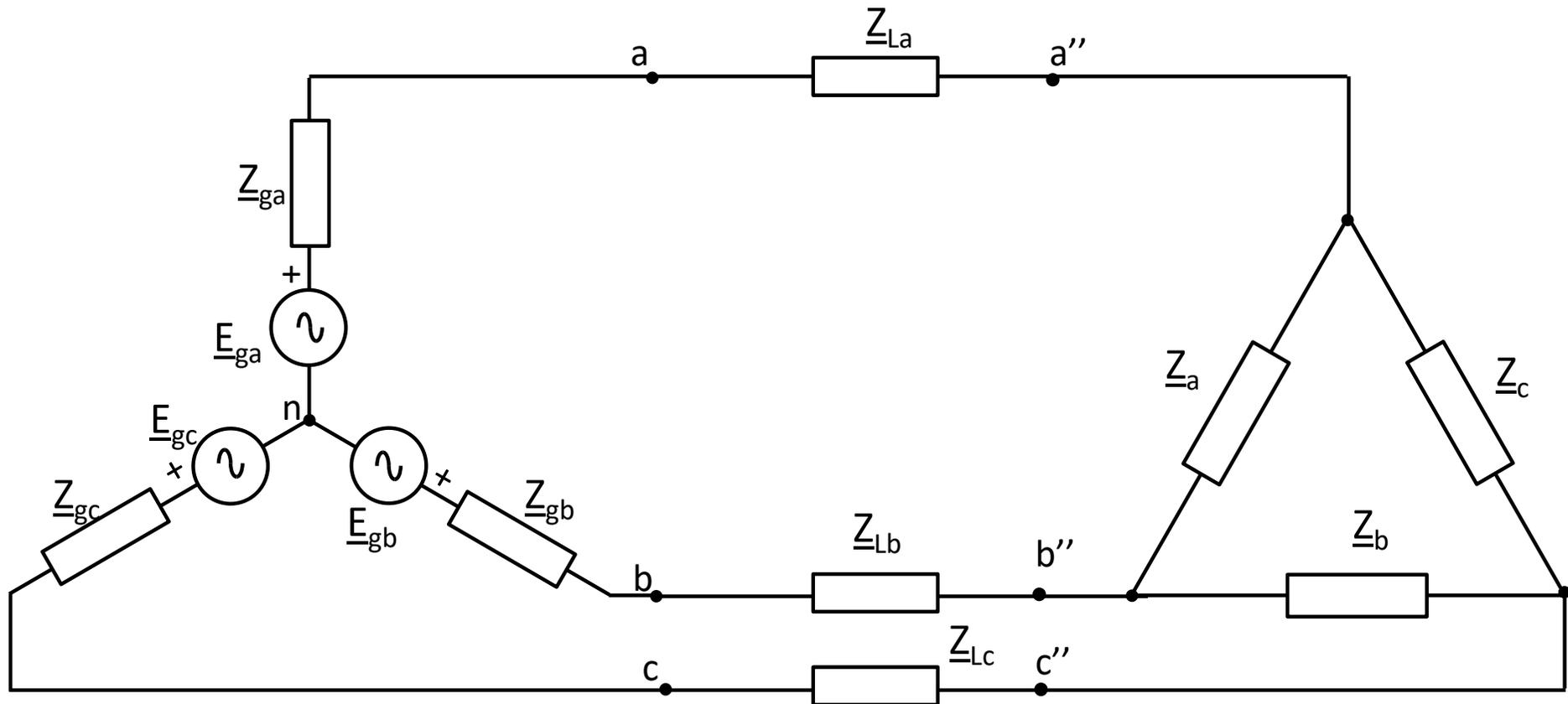
## 8.4.2. Sistema triángulo - triángulo

- Sistema  $\Delta$ - $\Delta$



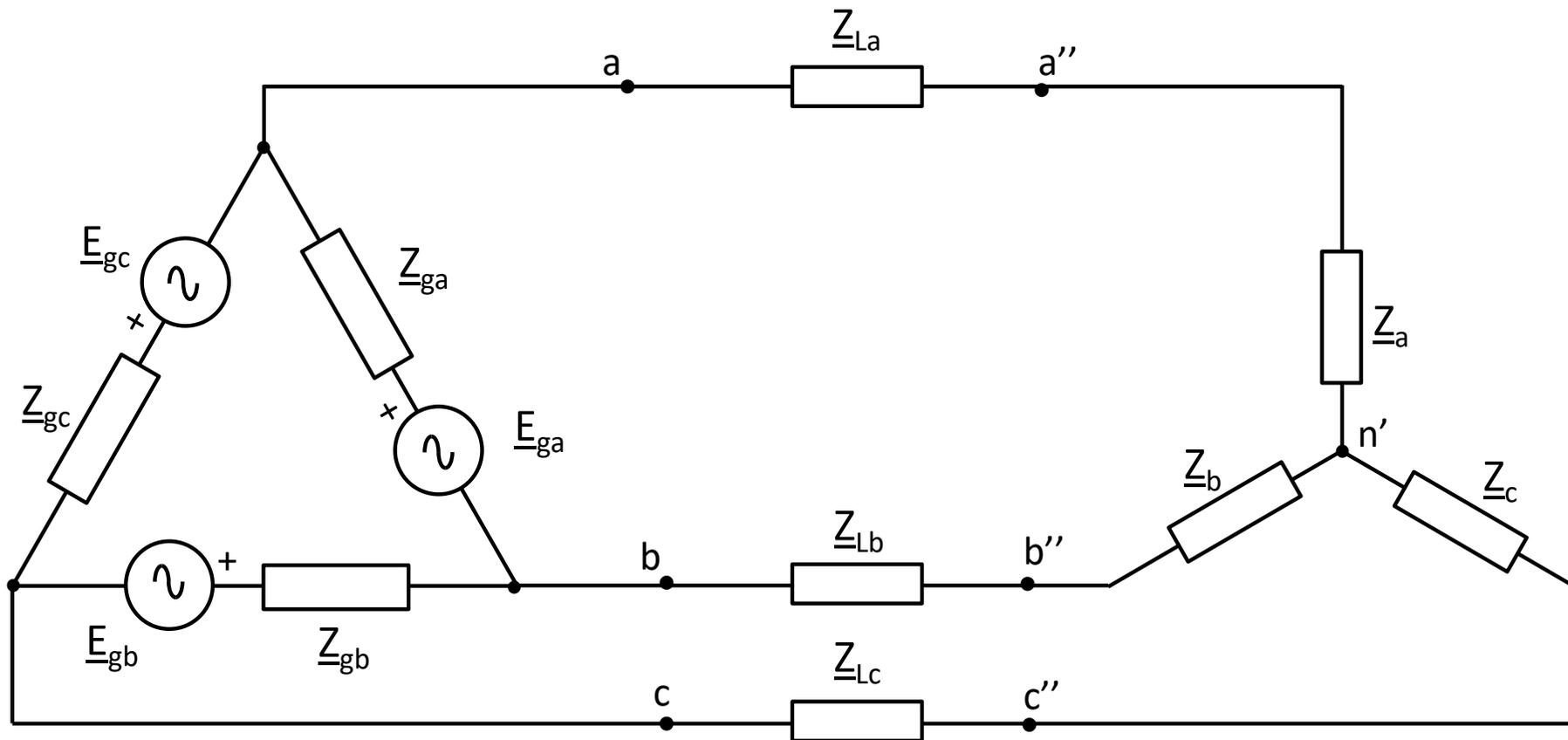
## 8.4.3. Sistema estrella - triángulo

- Sistema Y- $\Delta$



## 8.4.4. Sistema triángulo - estrella

- Sistema  $\Delta$ -Y





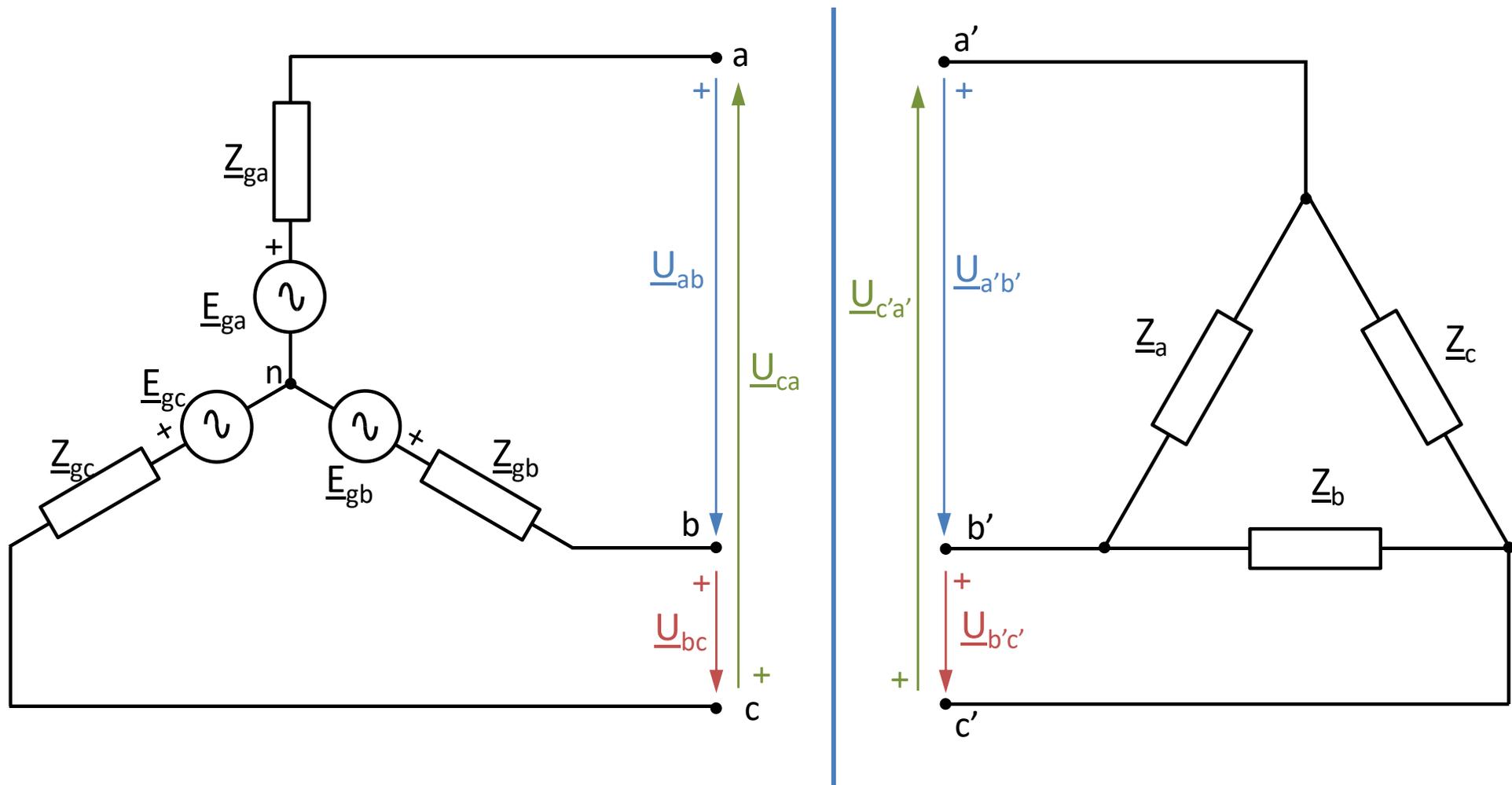


“Trenzado”

## ***8.5. Tensiones e intensidades en sistemas trifásicos***

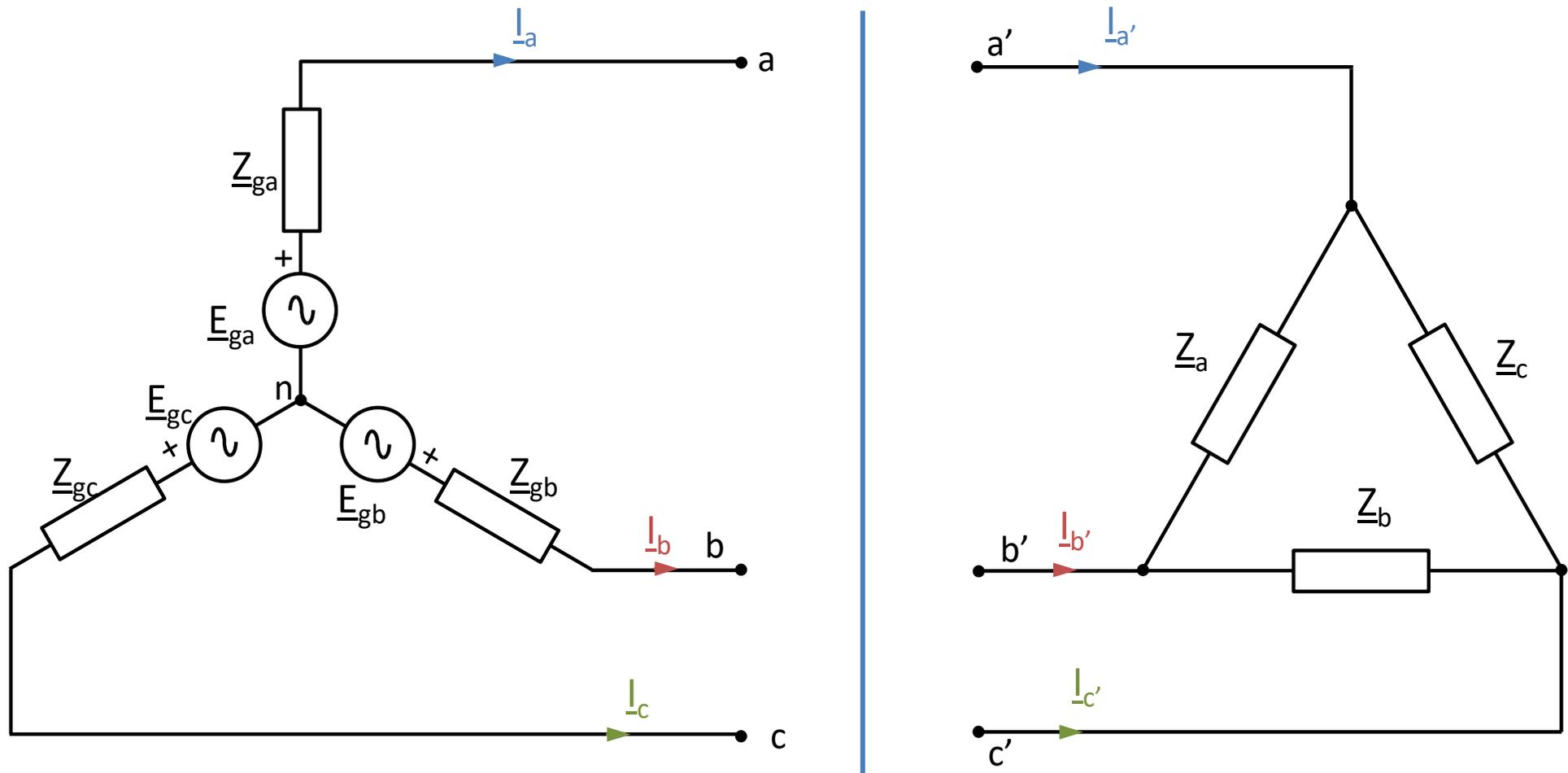
# 8.5.1. Tensión de línea o tensión compuesta

- Tensión entre dos conductores de línea.



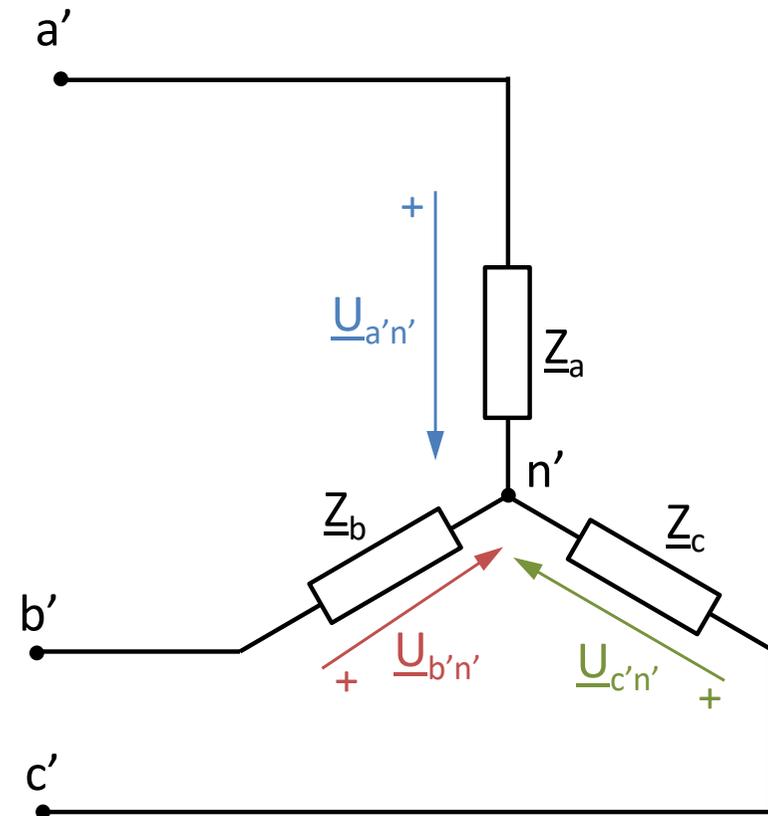
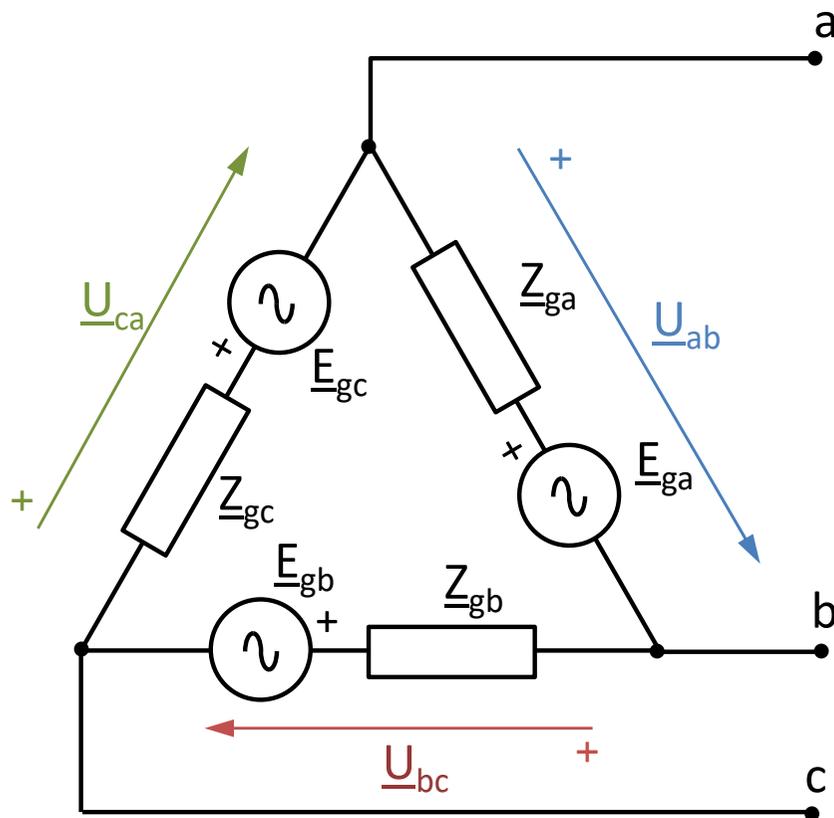
## 8.5.2. Intensidad de línea

- Intensidad que circula por cada uno de los conductores de la línea de conexión entre generación y carga.



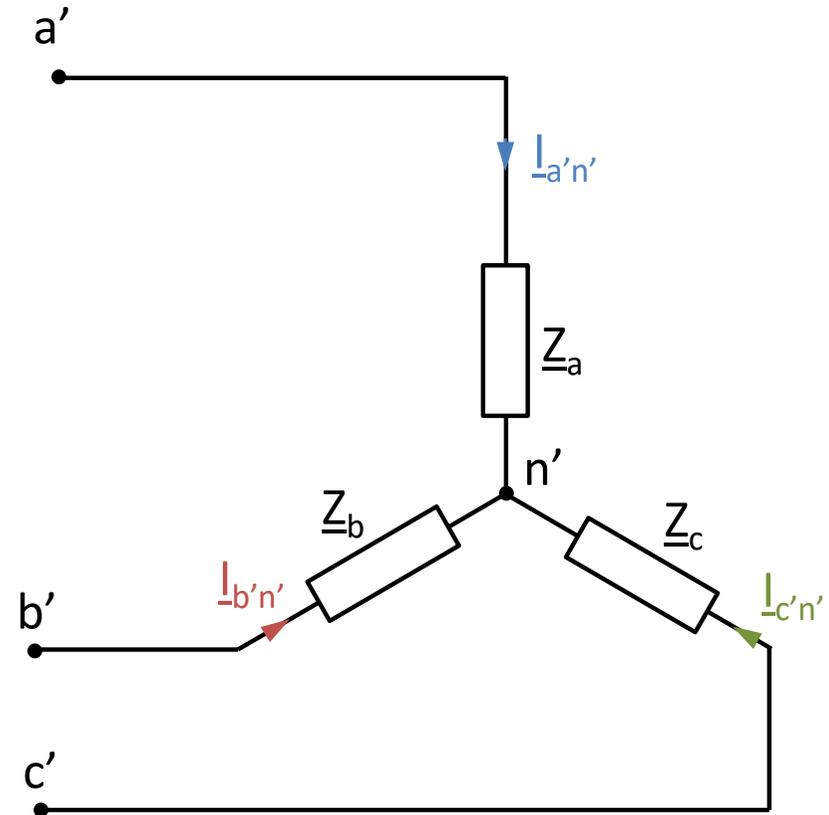
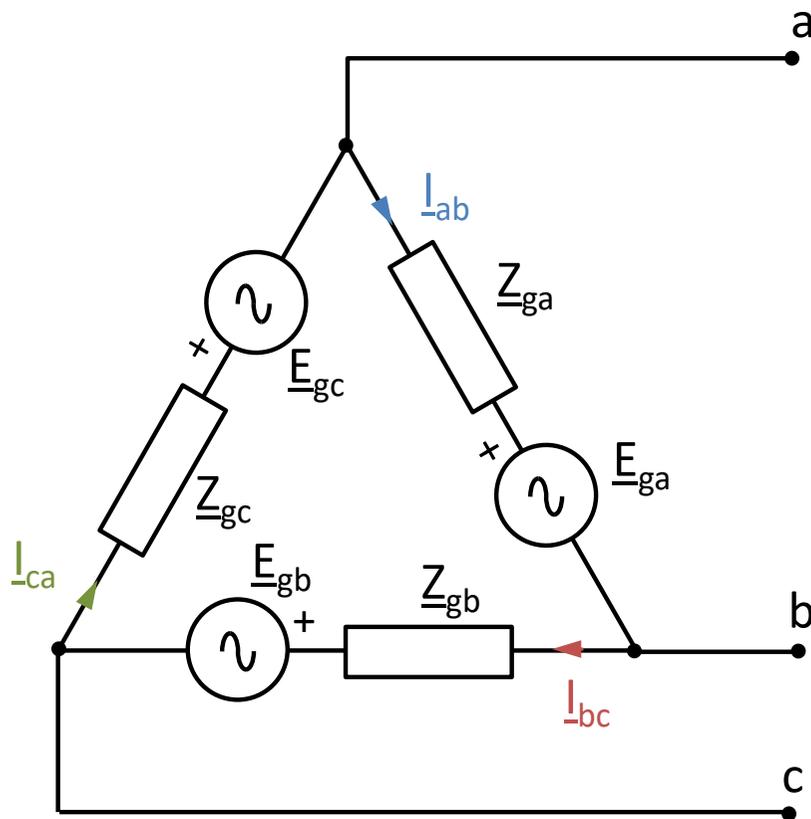
## 8.5.3. Tensión de fase o tensión simple

- Tensión en bornes de cada una de las fases, ya sea de la generación o de la carga

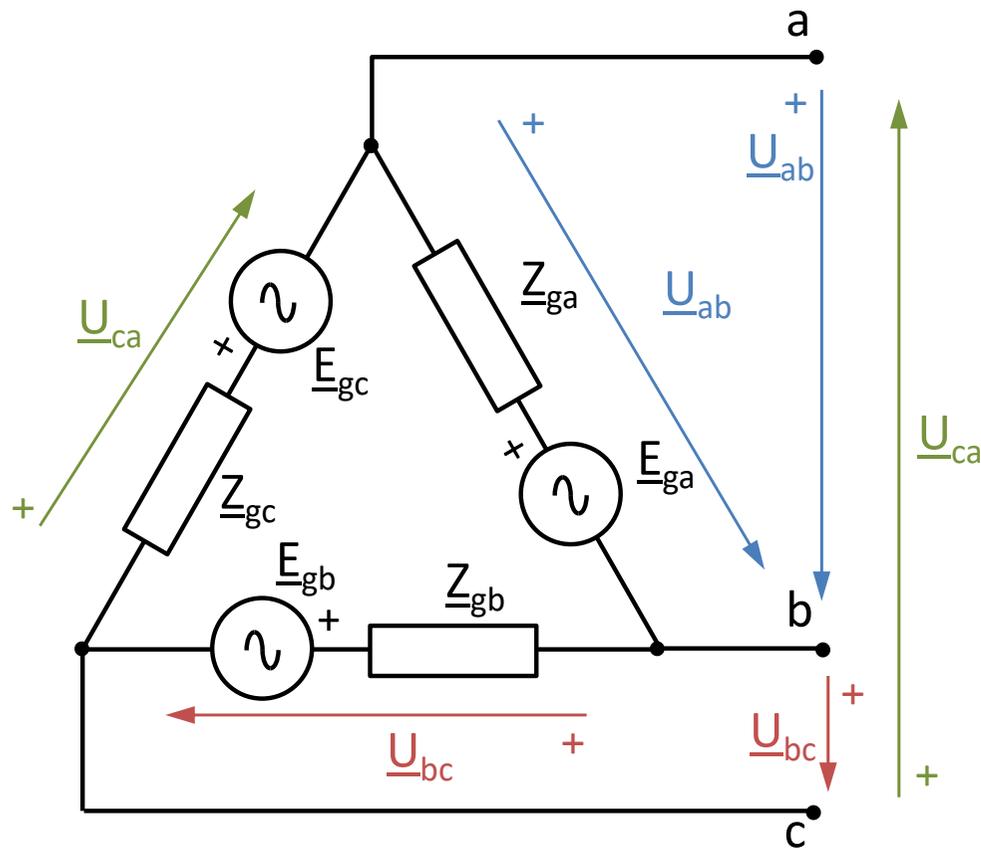


## 8.5.4. Intensidad de fase

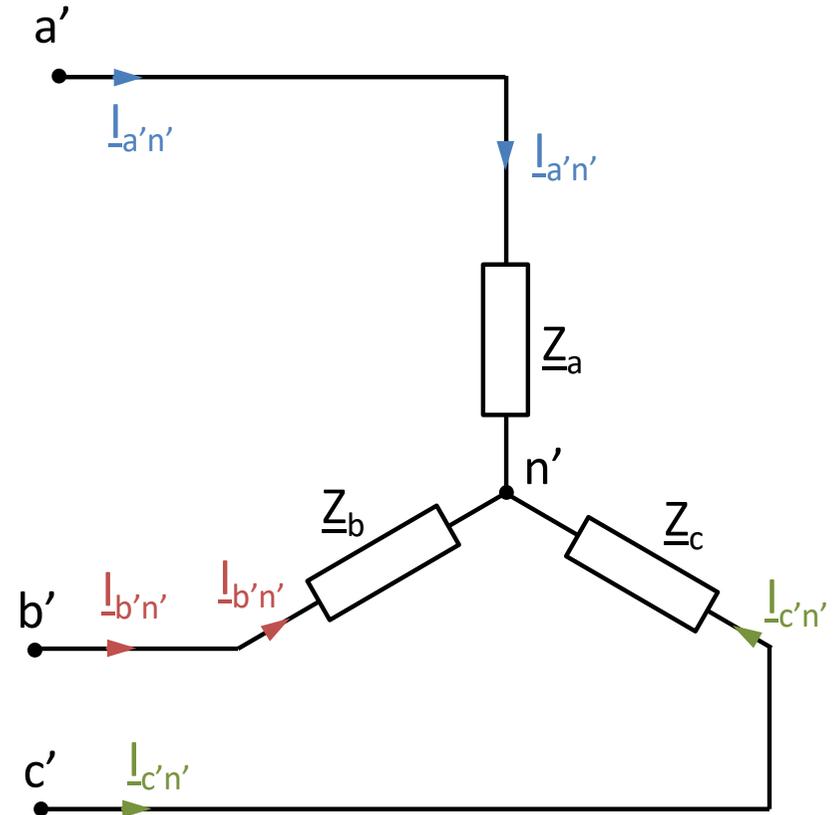
- Intensidad que circula por cada fuente de la generación o por cada impedancia de la carga.



## 8.5. Tensiones e intensidades



En una conexión en triángulo, las tensiones de línea coinciden con las tensiones de fase.



En una conexión en estrella, las intensidades de línea coinciden con las intensidades de fase.

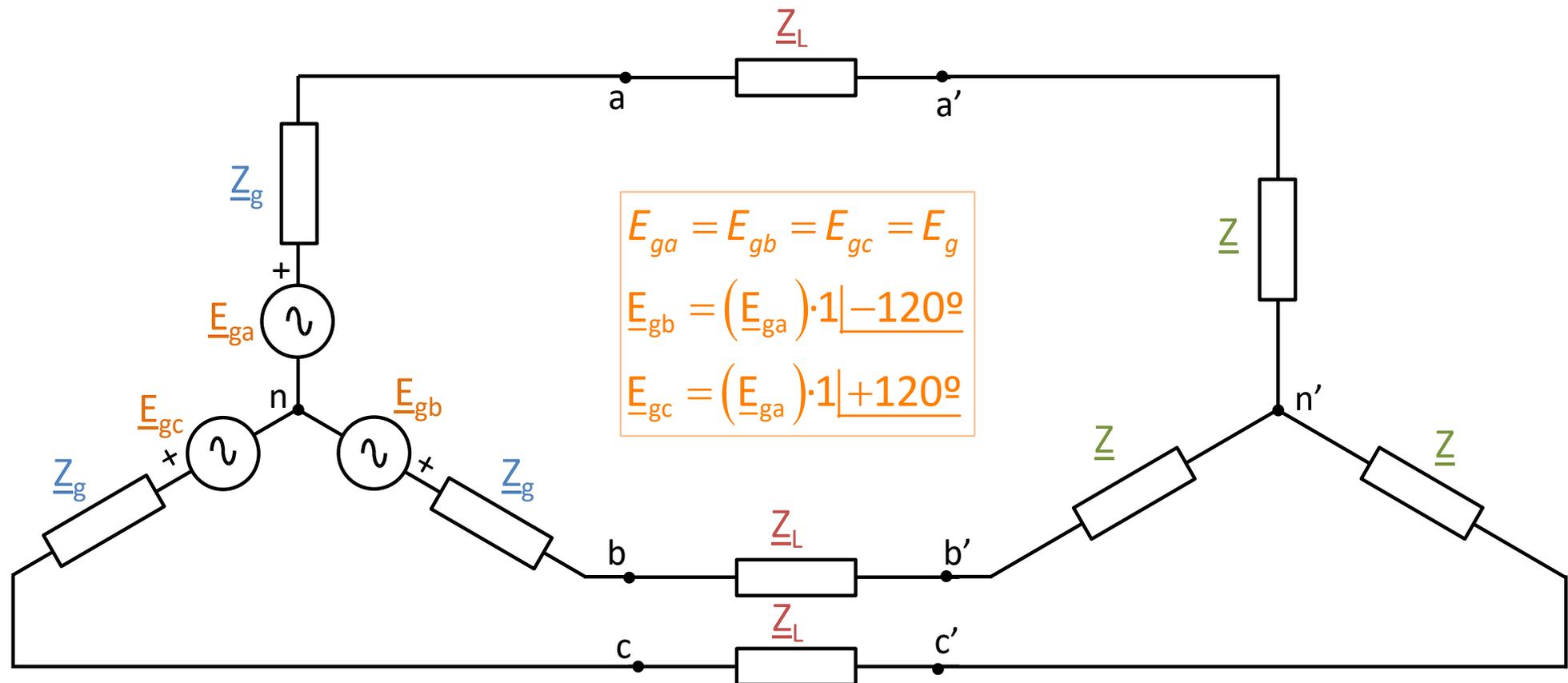
## **8.6. *Sistemas trifásicos equilibrados***

## 8.6. *Sistemas trifásicos equilibrados*

- *Sistema equilibrado: Cuando son iguales las impedancias en cada de las fases que componen las cargas, son iguales las impedancias internas de las fuentes que representan cada fase de la generación y son iguales las impedancias de las tres líneas que unen generación y carga, y las fuentes de tensión que representan la generación tienen el mismo valor eficaz y están defasadas  $120^\circ$ .*

# 8.6. Sistemas trifásicos equilibrados

Ejemplo de sistema equilibrado



# 8.6.1. Relación entre magnitudes de línea y de fase

- Relación entre tensiones de línea y tensiones de fase

Suponiendo sist. eq. **secuencia directa**:

$$\underline{U}_{an} = U_F \angle 0^\circ \leftarrow \text{origen de fases}$$

$$\underline{U}_{bn} = U_F \angle -120^\circ$$

$$\underline{U}_{cn} = U_F \angle +120^\circ$$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn}$$

Por LKT:  $\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{bn} - \underline{U}_{cn}$

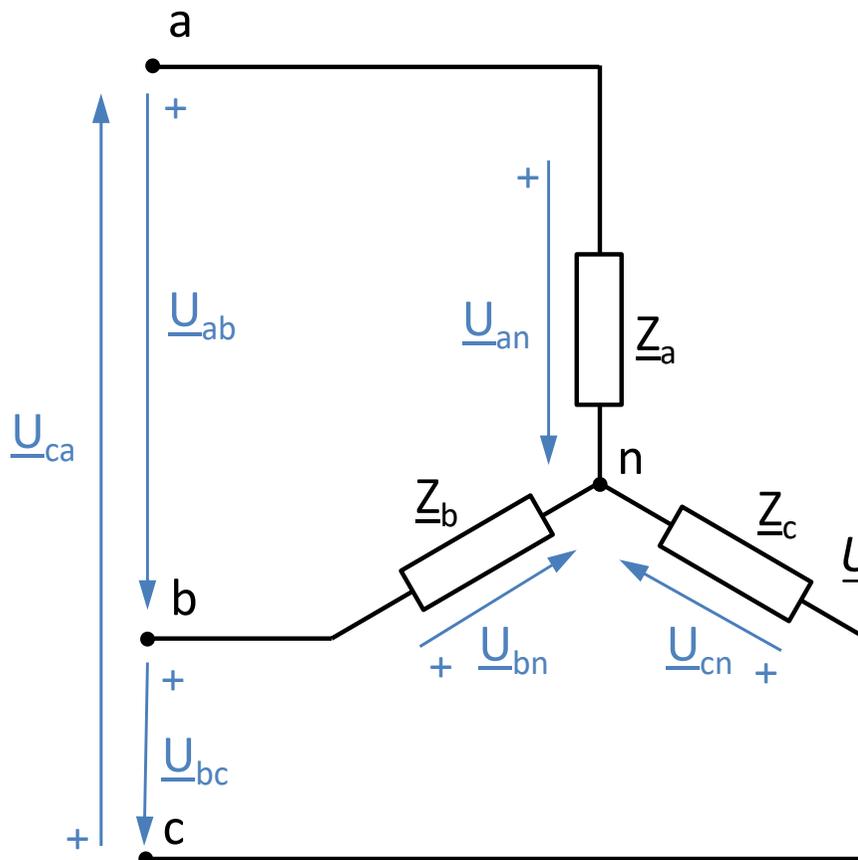
$$\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{cn} - \underline{U}_{an}$$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn} = U_F (1 \angle 0^\circ - 1 \angle -120^\circ) = \sqrt{3} \cdot U_F (1 \angle 30^\circ)$$

Esto es: Si  $U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_L$

$$U_{ab} = U_L = \sqrt{3} \cdot U_F$$

Las tensiones de línea adelantan  $30^\circ$  a las tensiones de fase correspondientes

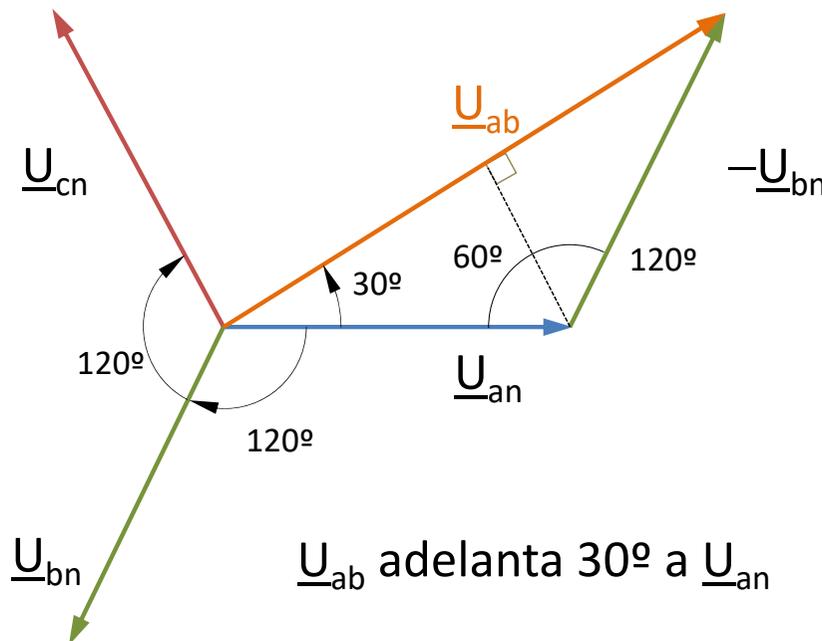


Secuencia directa

# 8.6.1. Relación entre magnitudes de línea y de fase

Secuencia directa:  $\underline{U}_{an}$ ,  $\underline{U}_{bn}$ ,  $\underline{U}_{cn}$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{an} - \underline{U}_{bn}$$



$\underline{U}_{ab}$  adelanta  $30^\circ$  a  $\underline{U}_{an}$

Comprobar que:

$\underline{U}_{bc}$  adelanta  $30^\circ$  a  $\underline{U}_{bn}$

$\underline{U}_{ca}$  adelanta  $30^\circ$  a  $\underline{U}_{cn}$

En triángulo, las tensiones de línea coinciden con las tensiones de fase

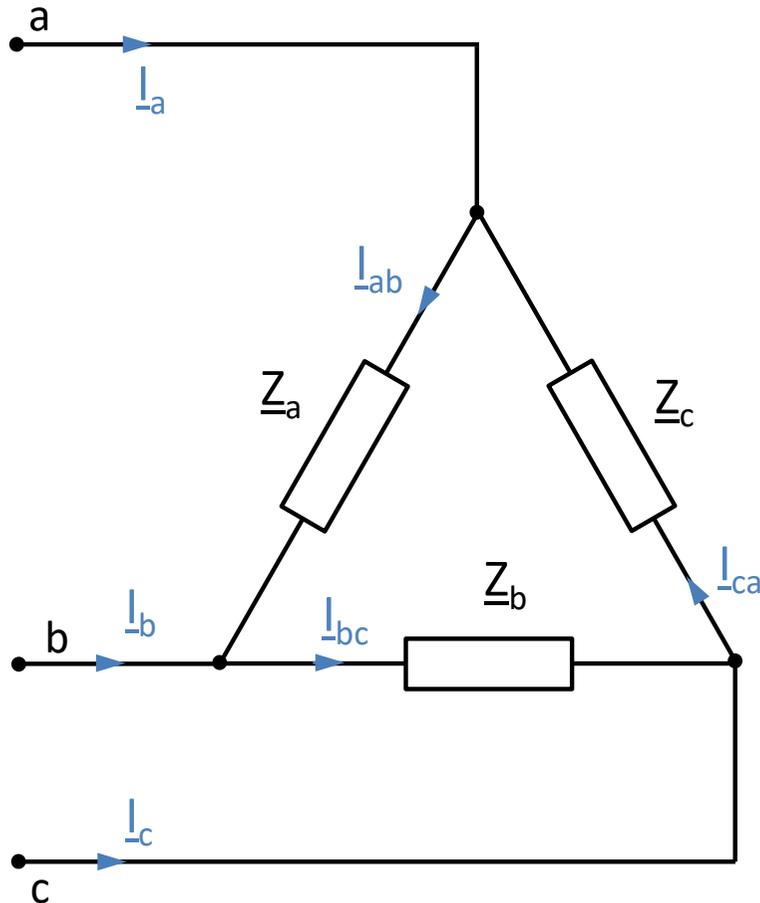
Comprobar que en sist. trifásicos equilibrados de **secuencia inversa**:

$$U_{ab} = U_L = \sqrt{3} \cdot U_F$$

Las tensiones de línea retrasan  $30^\circ$  respecto de las tensiones de fase correspondientes.

# 8.6.1. Relación entre magnitudes de línea y de fase

- Relación entre intensidades de línea e intens. de fase



Secuencia directa



Suponiendo sist. eq. **secuencia directa**:

$$\underline{I}_{ab} = I_F \underline{0^\circ} \leftarrow \text{origen de fases}$$

$$\underline{I}_{bc} = I_F \underline{-120^\circ}$$

$$\underline{I}_{ca} = I_F \underline{+120^\circ}$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$$

Por 1ª LK:  $\underline{I}_b = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$

$$\underline{I}_c = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$$

$$\underline{I}_a = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = I_F (1 \underline{0^\circ} - 1 \underline{120^\circ}) = \sqrt{3} \cdot I_F (1 \underline{-30^\circ})$$

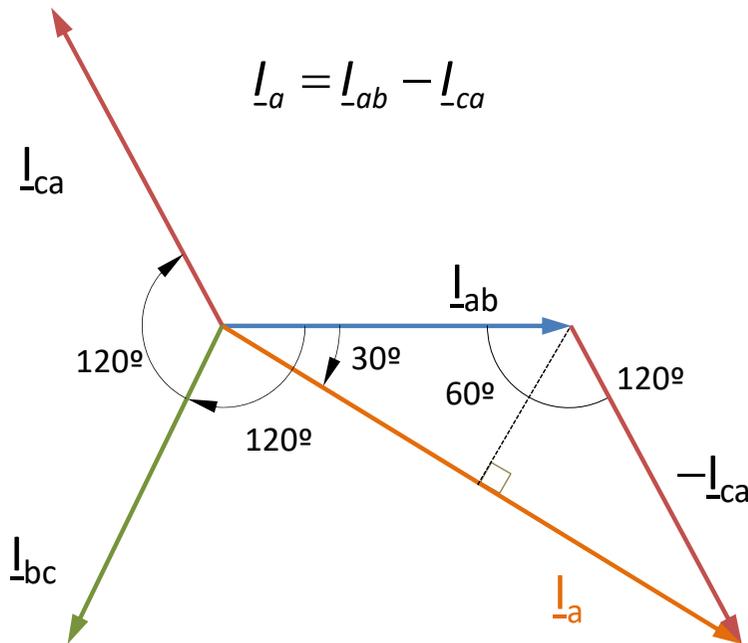
Esto es: Si  $I_a = I_b = I_c = I_L$

$$I_a = I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$$

Las intensidades de línea retrasan 30 ° a las intensidades de fase correspondientes

# 8.6.1. Relación entre magnitudes de línea y de fase

Secuencia directa:  $I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}$



$$I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$I_a$  retrasa  $30^\circ$  a  $I_{ab}$

Comprobar que:

$I_b$  retrasa  $30^\circ$  a  $I_{bc}$

$I_c$  adelanta  $30^\circ$  a  $I_{ca}$

En estrella, las intensidades de línea coinciden con las intensidades de fase

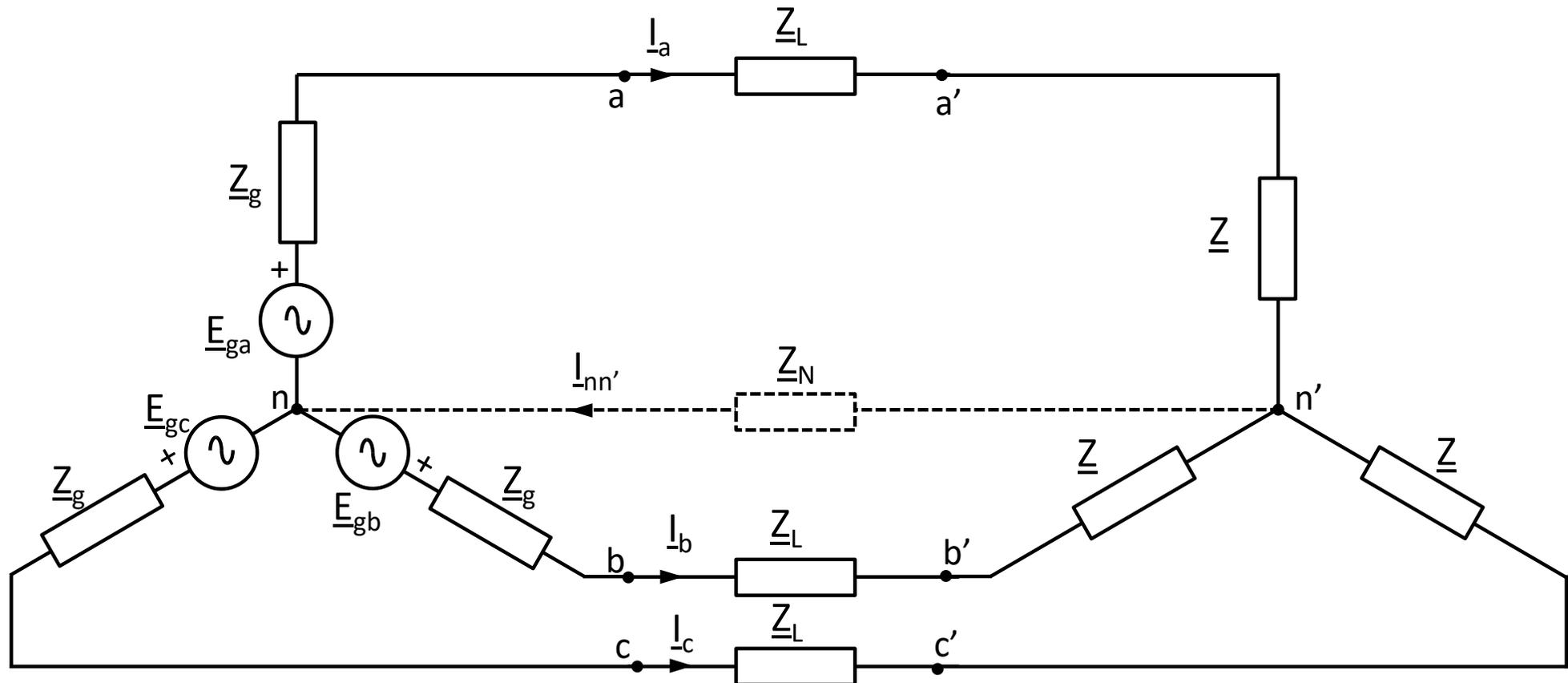
Comprobar que en sist. trifásicos equilibrados de **secuencia inversa**:

$$I_a = I_L = \sqrt{3} \cdot I_F$$

Las intensidades de línea adelantan  $30^\circ$  respecto de las intensidades de fase correspondientes.

## 8.6.2. Equivalentes monofásicos

- *Equivalente Y-Y*



## 8.6.2. Equivalentes monofásicos

$$\underline{E}_{ga} = \underline{Z}_g \cdot \underline{I}_{-a} + \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_{-a} + \underline{Z} \cdot \underline{I}_{-a} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'} = (\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z}) \underline{I}_{-a} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'}$$

$$\underline{E}_{gb} = \underline{Z}_g \cdot \underline{I}_{-b} + \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_{-b} + \underline{Z} \cdot \underline{I}_{-b} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'} = (\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z}) \underline{I}_{-b} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'}$$

$$\underline{E}_{gc} = \underline{Z}_g \cdot \underline{I}_{-c} + \underline{Z}_L \cdot \underline{I}_{-c} + \underline{Z} \cdot \underline{I}_{-c} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'} = (\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z}) \underline{I}_{-c} + \underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'}$$

---


$$\underline{E}_{ga} + \underline{E}_{gb} + \underline{E}_{gc} = (\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z})(\underline{I}_{-a} + \underline{I}_{-b} + \underline{I}_{-c}) + 3\underline{Z}_N \underline{I}_{-nn'} \quad \text{Sumando}$$

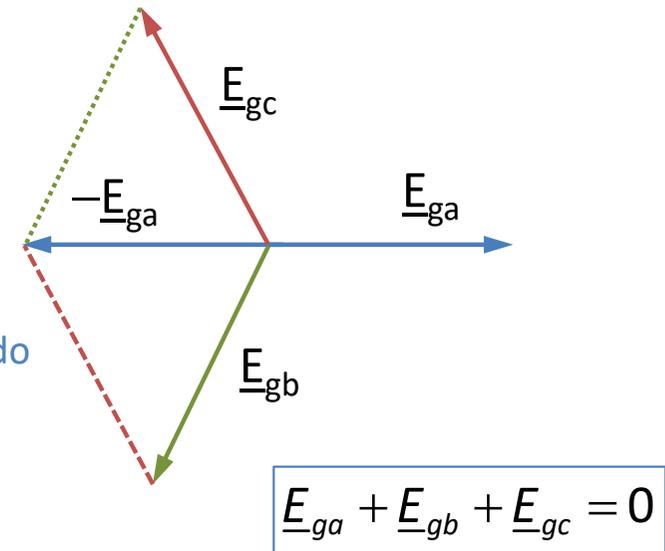
$$= 0$$

Como:  $\underline{I}_{-nn'} = (\underline{I}_{-a} + \underline{I}_{-b} + \underline{I}_{-c})$

$$(\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z} + 3\underline{Z}_N)(\underline{I}_{-a} + \underline{I}_{-b} + \underline{I}_{-c}) = 0 \Rightarrow (\underline{I}_{-a} + \underline{I}_{-b} + \underline{I}_{-c}) = 0 \Rightarrow \underline{I}_{-nn'} = 0 \Rightarrow \underline{U}_{-nn'} = 0$$

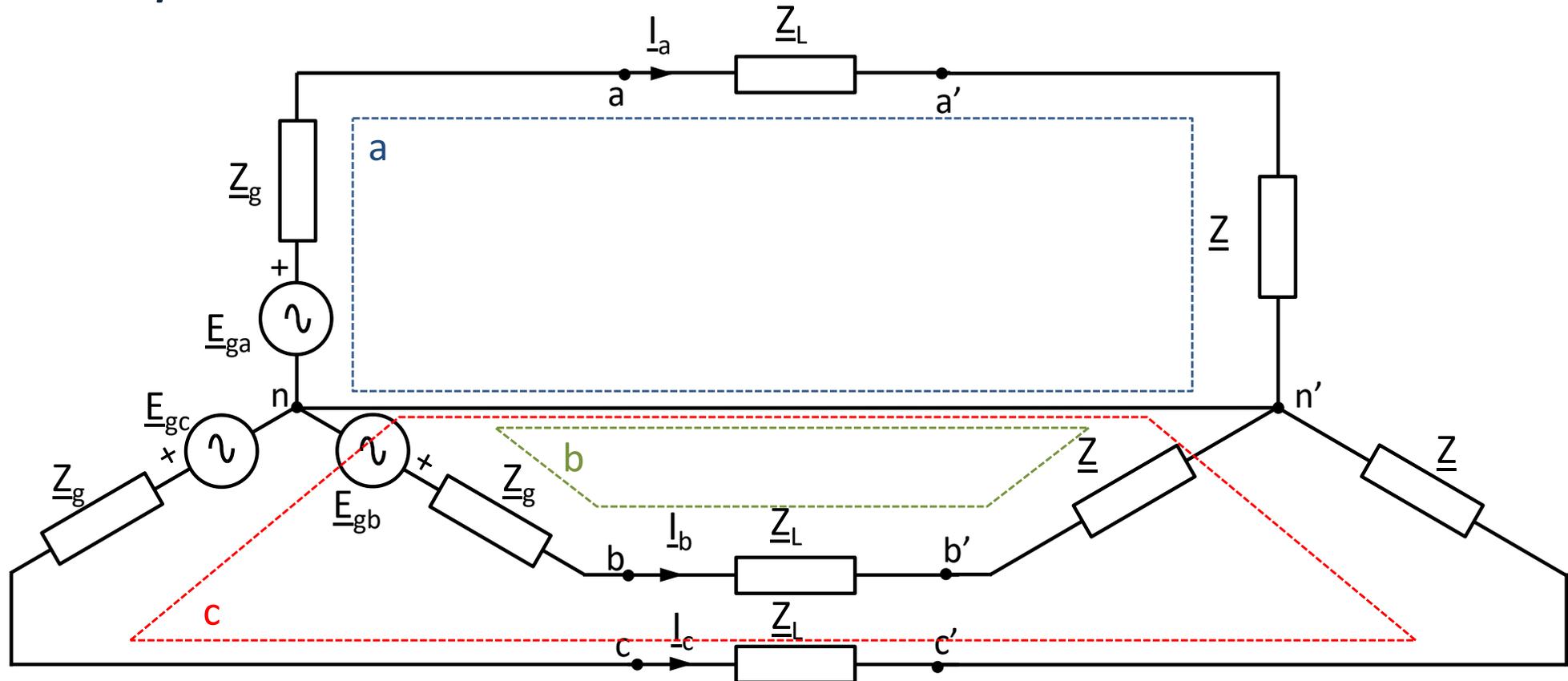
Esto es: En un sistema trifásico equilibrado Y-Y, los neutros de las estrellas siempre están a la misma tensión.

Si esto es así, podemos unir dichos neutros mediante un cortocircuito, tal y como se ve en el esquema siguiente:



## 8.6.2. Equivalentes monofásicos

- *Equivalente Y-Y*



Aplicando la 2ª LK a las trayectorias indicadas en la figura, se tiene que:

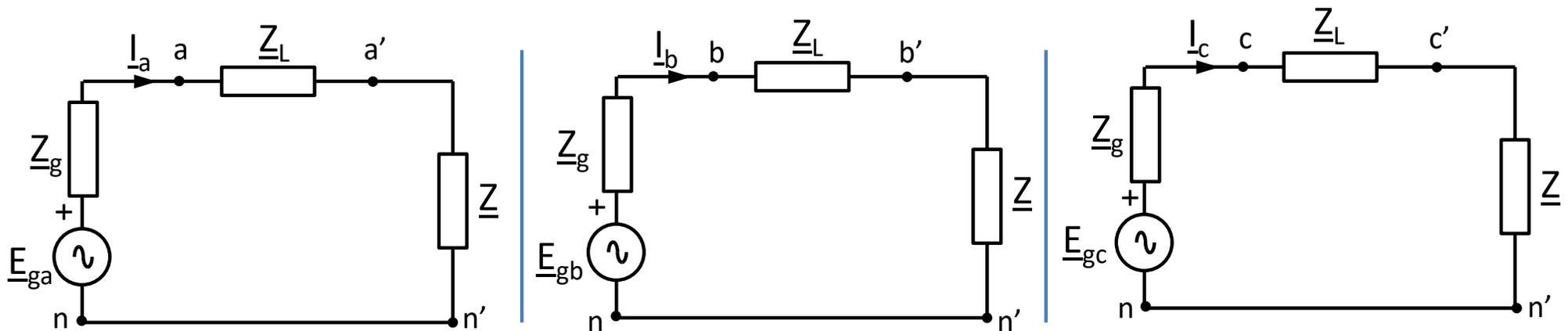
## 8.6.2. Equivalentes monofásicos

$$\text{a) } \underline{I}_a = \frac{\underline{E}_{ga}}{(\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z})}$$

$$\text{b) } \underline{I}_b = \frac{\underline{E}_{gb}}{(\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z})}$$

$$\text{c) } \underline{I}_c = \frac{\underline{E}_{gc}}{(\underline{Z}_g + \underline{Z}_L + \underline{Z})}$$

Intensidades que también se obtienen si se analizan los tres circuitos monofásicos:

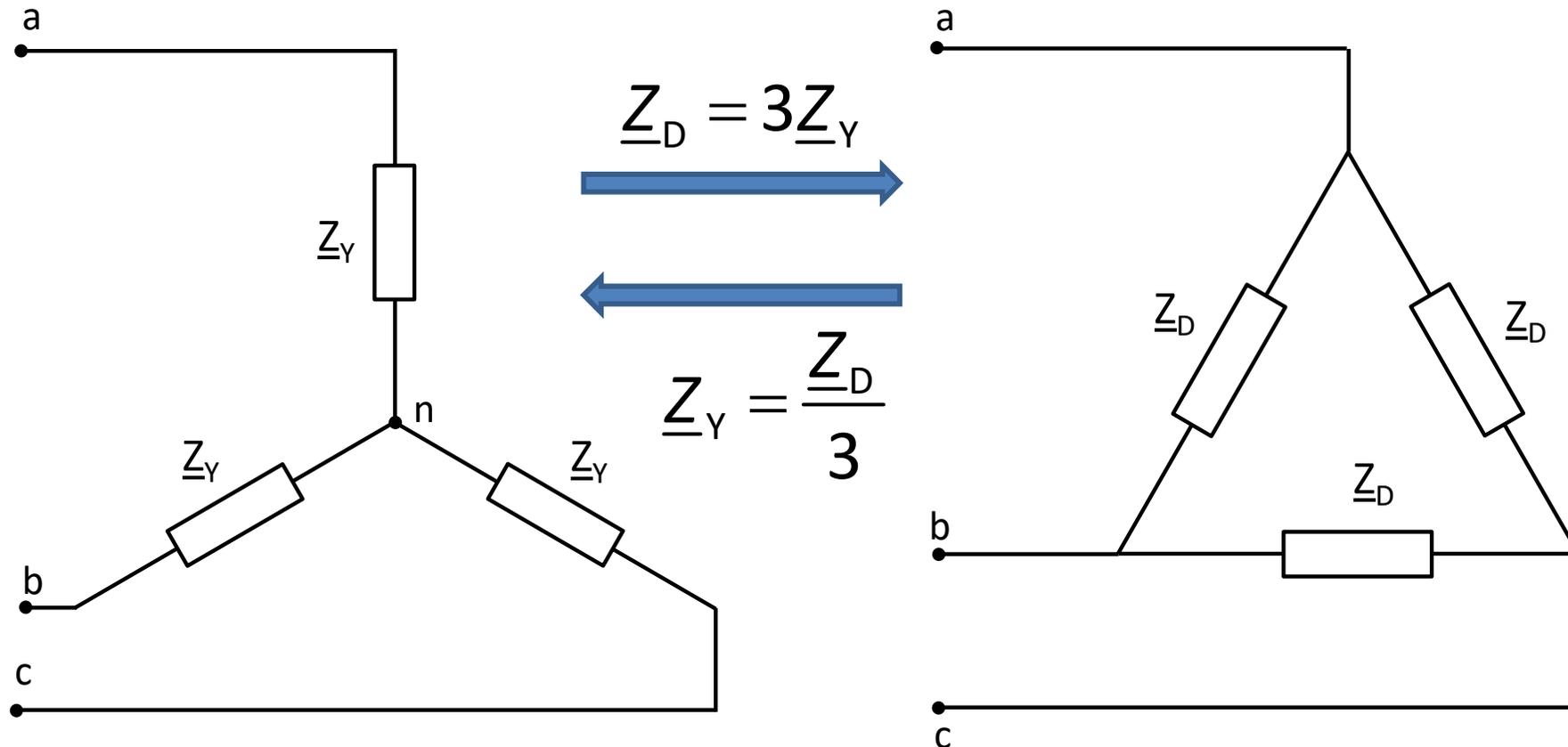


### Equivalentes monofásicos de un sistema Y-Y

Basta con analizar uno los equivalentes para obtener las tensiones e intensidades para el resto de las fases. Sólo habrá que tener en cuenta que estas tensiones e intensidades serán fasores desfasados  $120^\circ$  respecto de las calculadas sobre el equivalente elegido.

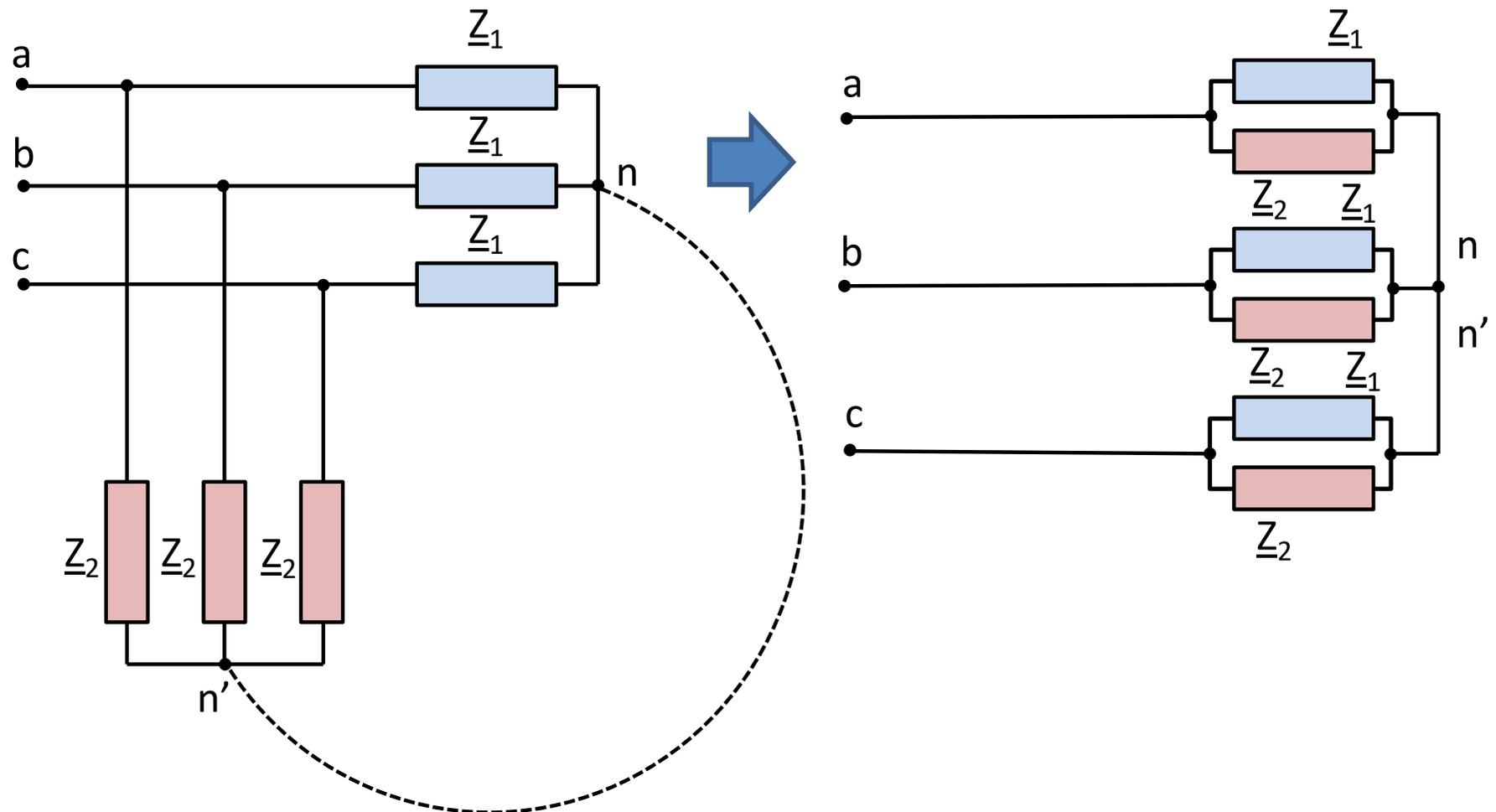
## 8.6.3. Equivalencia de cargas

- *Equivalencia estrella-triángulo*



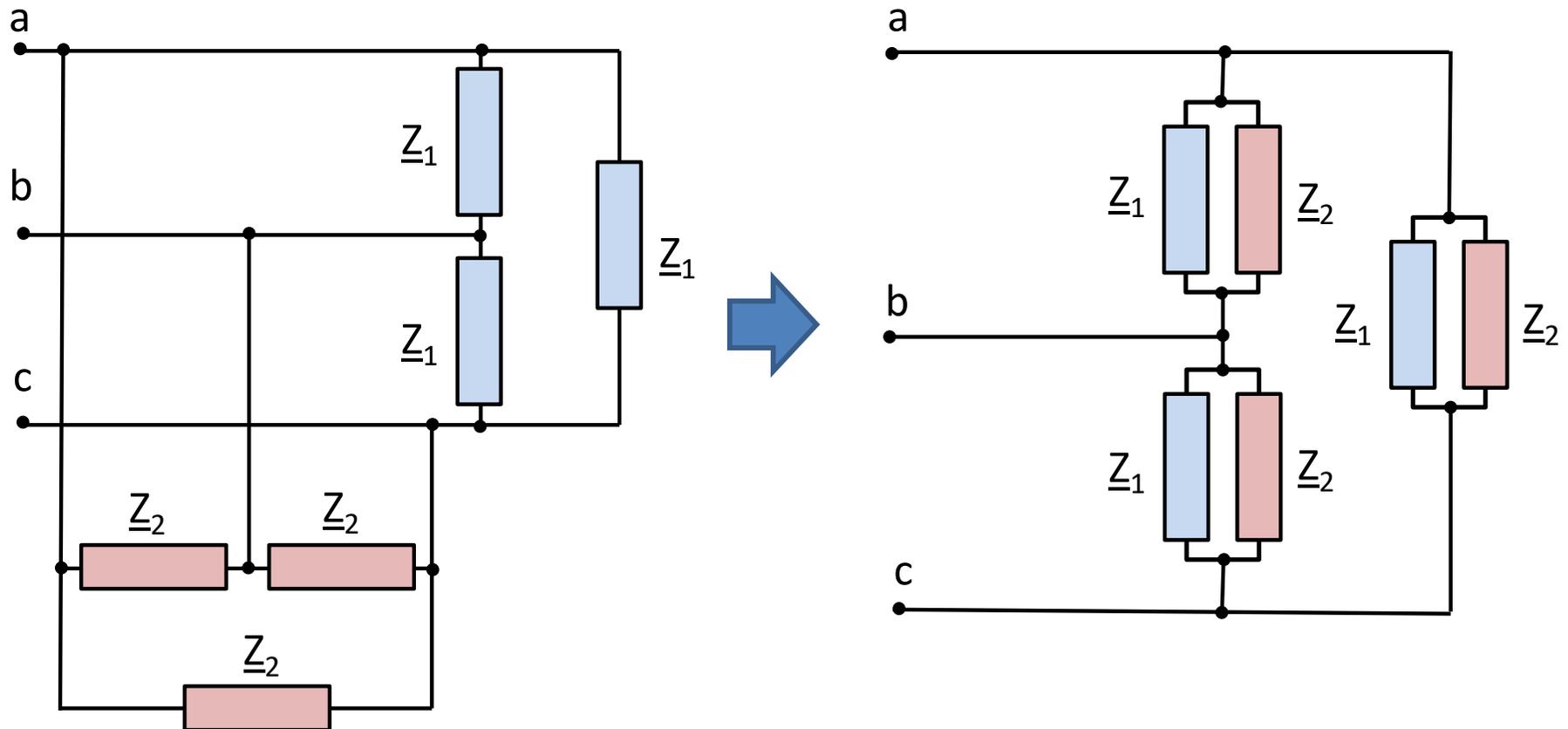
## 8.6.3. Equivalencia de cargas

- Cargas en estrella en paralelo*



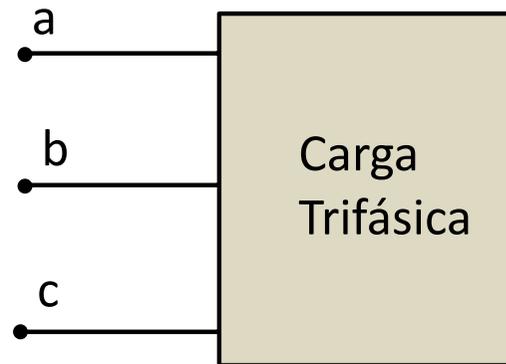
## 8.6.3. Equivalencia de cargas

- *Cargas en triángulo en paralelo*



## 8.6.4. Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- *Sea un sistema trifásico equilibrado:*



- La potencia activa absorbida por una fase vale:

$$P_F = U_F \cdot I_F \cos \varphi$$

- Como el sistema es equilibrado, la potencia absorbida por las 3 fases vale:

$$P_T = 3P_F = 3U_F \cdot I_F \cos \varphi$$

## 8.6.4. Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- Dado que en una carga conectada en estrella se cumple:

$$U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$$

$$I_L = I_F$$

- Y si la carga está conectada en triángulo se cumple:

$$U_F = U_L$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

- Entonces, en ambos casos:

$$U_F \cdot I_F = \frac{1}{\sqrt{3}} U_L \cdot I_L$$

## 8.6.4. Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

– Y entonces se tiene:

$$P_T = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

$$Q_T = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

– *En los sistemas trifásicos, si se habla de tensión o intensidad y no se indica nada más, se hace referencia, de forma implícita, a magnitudes de línea.* Entonces:

$$P_T = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$$Q_T = \sqrt{3} U I \sin \varphi$$

– Atención: U e I son magnitudes de línea, pero:

$$\varphi = \widehat{U_F, I_F}$$

## 8.6.4. Potencia en sistemas trifásicos equilibrados

- Dado que la potencia compleja vale:

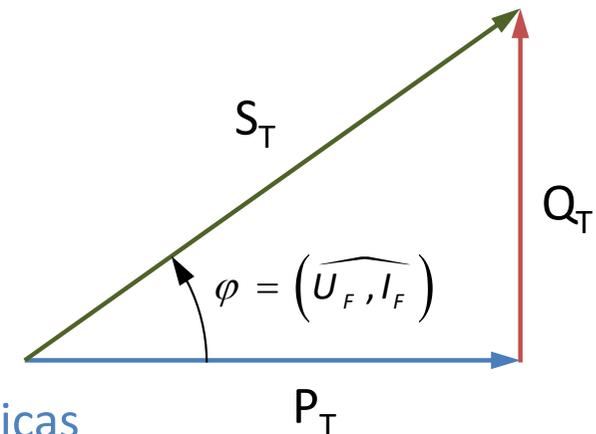
$$\underline{S}_T = P_T + jQ_T$$

- Entonces:

$$\underline{S}_T = P_T + jQ_T = \sqrt{3} UI (\cos \varphi + j \operatorname{sen} \varphi)$$

- Por lo que la potencia aparente trifásica vale:

$$S_T = \sqrt{3} UI$$



Triángulo de potencias trifásicas

# Referencias

- PARRA, V. M.; ORTEGA, J.; PASTOR, A.; PEREZ, A.: **“Teoría de Circuitos (Tomo I)”**. Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED).
- BAYOD, A.A.; BERNAL, J.L.; DOMINGUEZ, J.A.; GARCIA GARCIA, M.A.; LLOMBART, A.; YUSTA, J.M.: **“Análisis de circuitos eléctricos I”**. Colección Textos Docentes, vol. 58. Pressas Universitarias de Zaragoza.
- SALLÁN, J.: **“Sistemas trifásicos”**. Dpto. Ingeniería Eléctrica. Universidad de Zaragoza.
- BAYOD, A.A.: **“Análisis de circuitos trifásicos en régimen estacionario senoidal”**. Colección Textos Docentes, vol. 108. Pressas Universitarias de Zaragoza.