TEMA 1

VECTORES

VECTORES. REPRESENTACION DE VECTORES

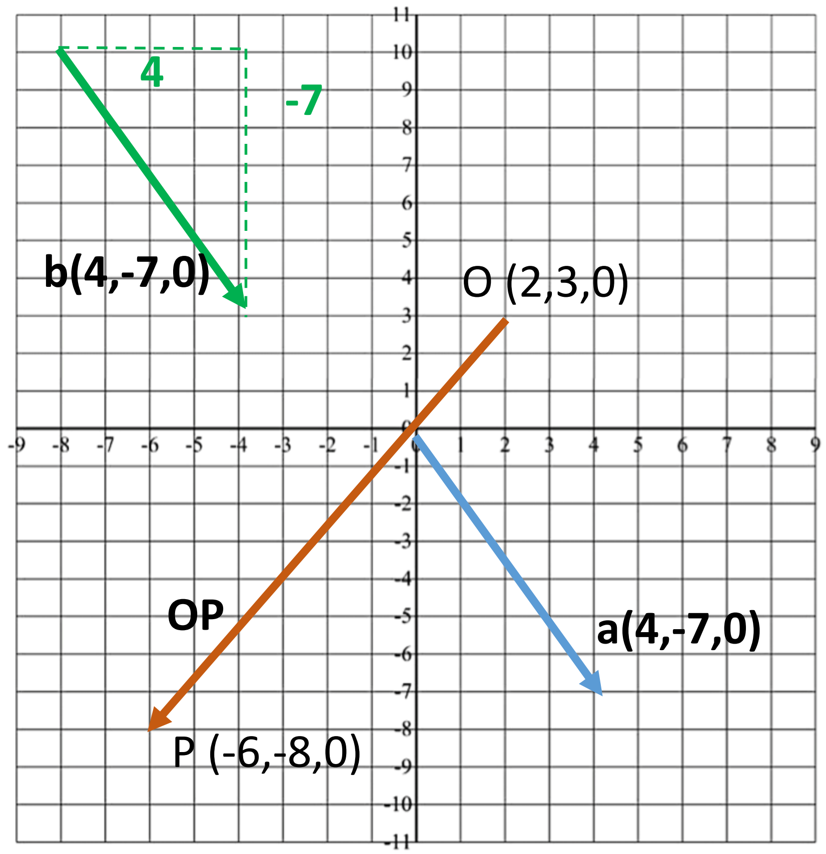
Un vector es un segmento orientado entre dos puntos. Viene definido por la diferencia de coordenadas entre las coordenadas del punto final y el punto inicial de dicho segmento

$$\boldsymbol{OP} = P - O$$

$$\boldsymbol{OP} = (-6, -8{,}0)\text{-}(2{,}3{,}0) = (\boldsymbol{-8}, \boldsymbol{-11}, \boldsymbol{0})$$

Para representar un vector se puede colocar el origen del vector en el (0,0,0) y el extremo del vector en las coordenadas del mismo (x,y,z)

a$= (\boldsymbol{4}, \boldsymbol{-7}, \boldsymbol{0})$

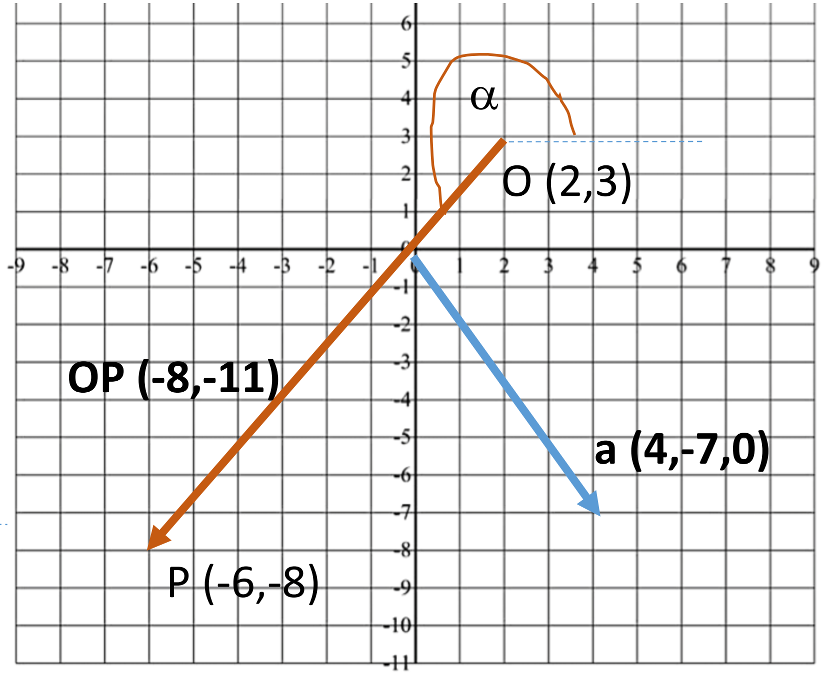


También se puede representar colocando el origen de vector en un punto cualquiera y su extremo de acuerdo a sus coordenadas de forma relativa respecto de ese punto

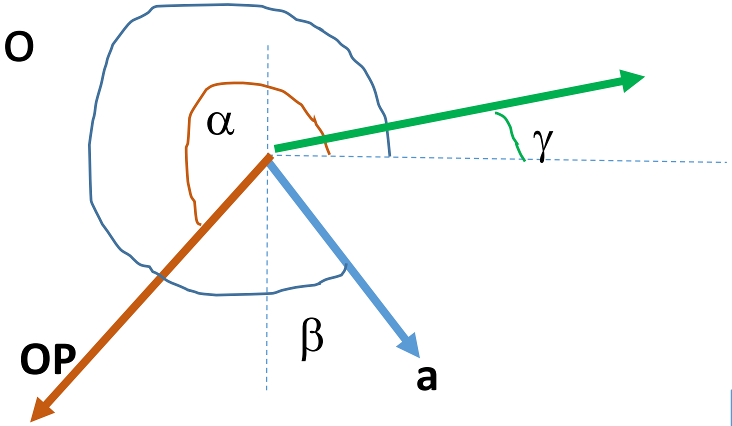
b$= (\boldsymbol{4}, \boldsymbol{-7}, \boldsymbol{0})$

VECTORES. ELEMENTOS DEL VECTOR

- ***Módulo*** es la distancia entre los dos puntos que definen el vector, o la longitud del segmento definido por los extremos del vector $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$=$\sqrt{4^2+-7^2+0^2}$=$\sqrt{65}$



- ***Argumento*** del vector es el ángulo que forma el vector con el eje horizontal positivo. En el caso de vectores planos (x,y) $\alpha = arctg\ \frac{y}{x}$



Como el resultado de la arctg nos da dos posibles soluciones en dos cuadrantes distintos, habrá que ver en qué cuadrante se encuentra el vector, según sus coordenadas

$$\beta = arctg\ \frac{-7}{4} = -60° \ o\ 120°$$

Como el vector ***a*** está en el cuarto cuadrante

$\beta = -60° = 300°$

- ***Dirección***, la posición de la recta que contiene al vector. Puede definirse con el argumento del vector.
- ***Sentido***, hacia donde apunta el extremo del vector

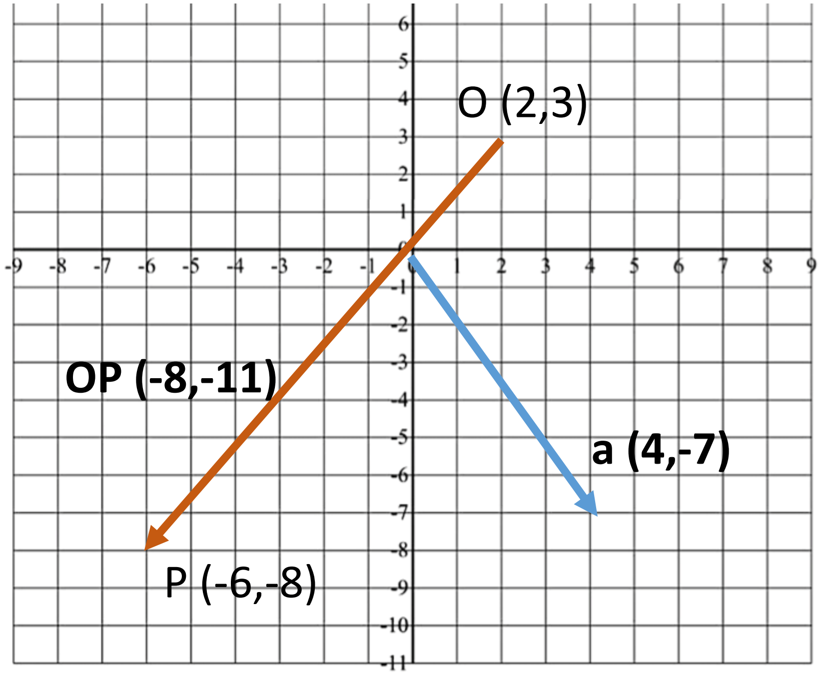
VECTORES. OPERACIONES CON VECTORES. SUMA DE VECTORES

La suma de dos vectores es otro vector cuyas componentes resultan de la suma de las correspondientes componentes de los vectores sumandos

$$\boldsymbol{a}(a_x, a_y, a_z) \qquad \boldsymbol{b}(b_x, b_y, b_z)$$

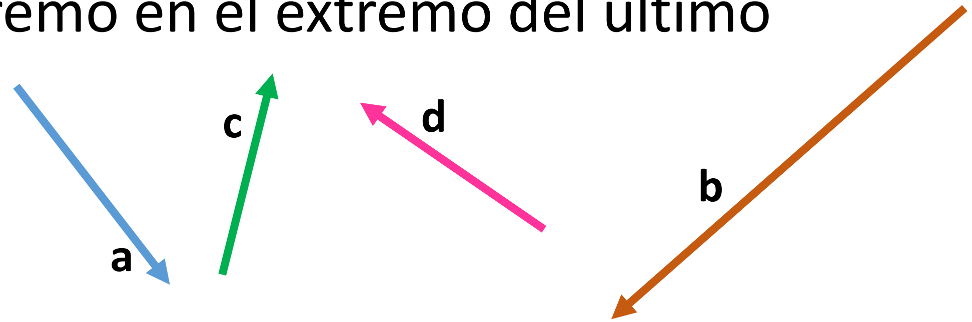
$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = (a_x, a_y, a_z) + (b_x, b_y, b_z) = (a_x + b_x, a_y + b_y, a_z + b_z)$$

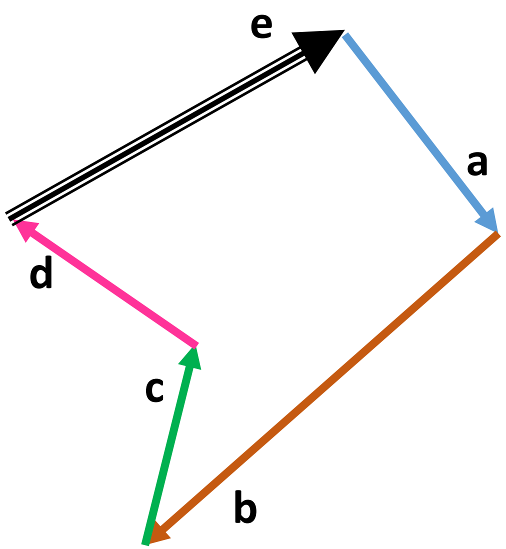
$$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{OP} = (4, -7{,}0) + (-8, -11{,}0) = (-4, -18{,}0)$$



Los vectores se pueden sumar también gráficamente colocando los diferentes sumandos de forma que coincida el origen de cada vector sumando con el extremo de otro vector sumando. El vector suma tiene su origen en el origen del primer sumando y su extremo en el extremo del último sumando.

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{c} + \boldsymbol{d}$$



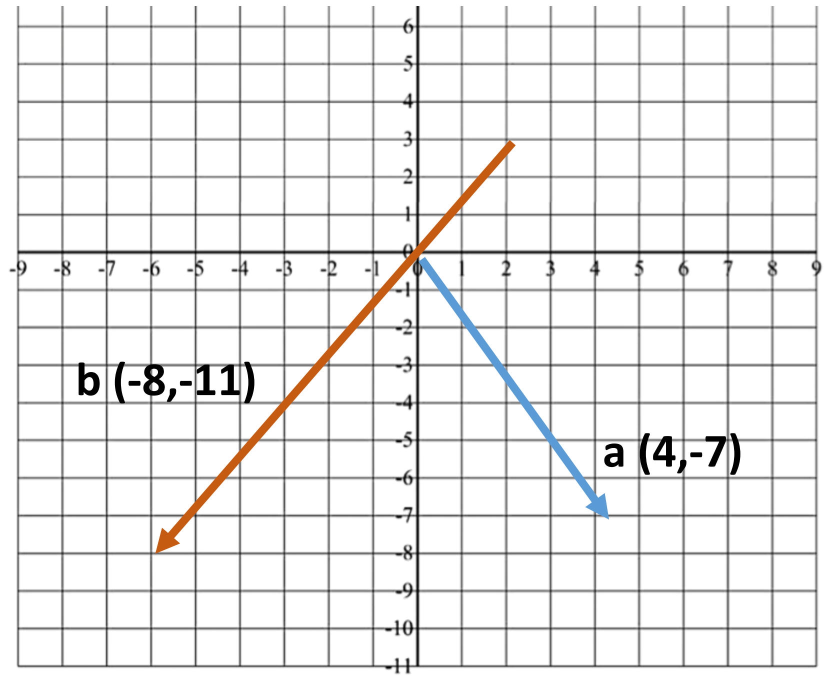


VECTORES. OPERACIONES CON VECTORES. PRODUCTO ESCALAR

Producto escalar de dos vectores es el número que resulta de multiplicar los módulos de los dos vectores por el coseno del ángulo que forman dichos vectores.

$$\boldsymbol{a}(a_x, a_y, a_z) \qquad \boldsymbol{b}(b_x, b_y, b_z)$$

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \boldsymbol{cos\ \alpha}$$

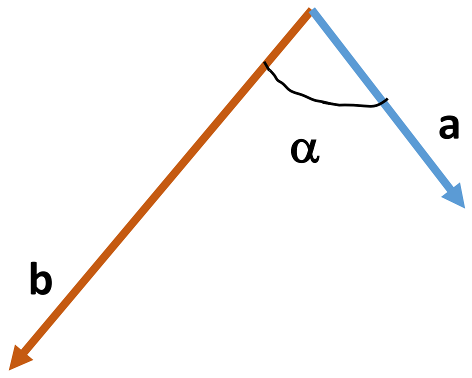


También se puede calcular a partir de las componentes de cada vector

$$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = (a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z)$$

Esto nos permite poder calcular el ángulo que forman dos vectores:

$$\boldsymbol{cos\ \alpha} = \frac{\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|} = \frac{(a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z)}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}$$



$$\boldsymbol{cos\ \alpha} = \frac{\mathbf{-8*4+(-11)*(-7)}}{\sqrt{\mathbf{64+121}} * \sqrt{\mathbf{16+49}}} = 0{,}41;\ \alpha = 65$$

VECTORES. OPERACIONES CON VECTORES. PRODUCTO VECTORIAL

El producto vectorial de dos vectores es otro **vector** cuyos elementos se definen de la siguiente manera:

- *<u>Módulo</u>*

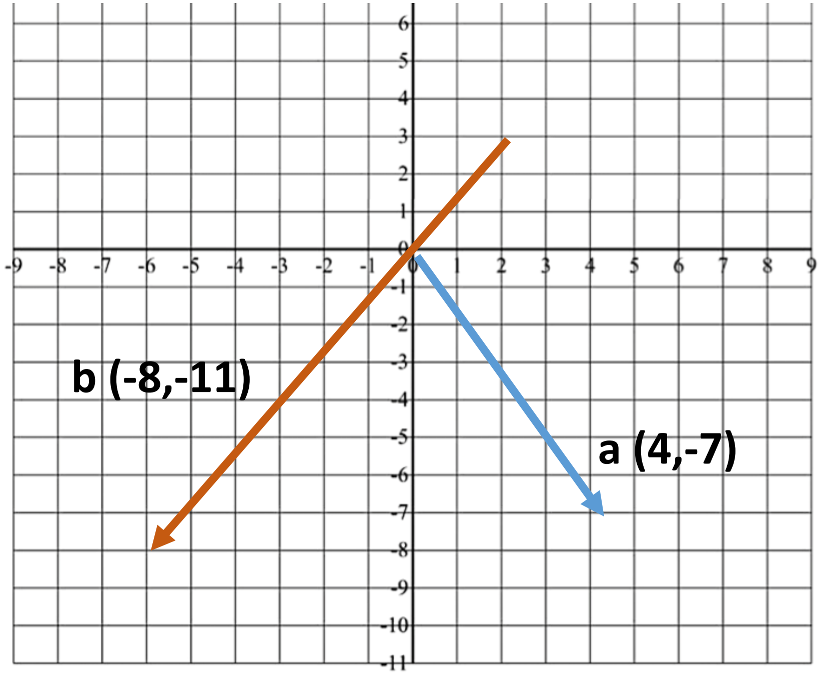
$$\boldsymbol{a}(a_x, a_y, a_z) \qquad \boldsymbol{b}(b_x, b_y, b_z)$$

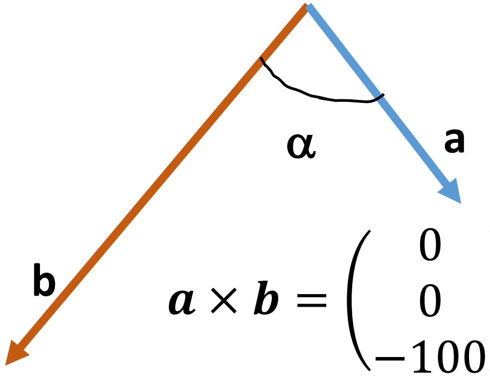
$$|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\boldsymbol{sen}\,\boldsymbol{\alpha}$$

$$\sqrt{65}\sqrt{185}sen65 = 100$$

α ángulo entre los dos vectores calculado a partir del producto escalar

- *<u>Dirección</u>* perpendicular a los dos vectores a la vez
- *<u>Sentido</u>* dada por la regla de la mano derecha llevando el primer vector sobre el segundo barriendo el ángulo α



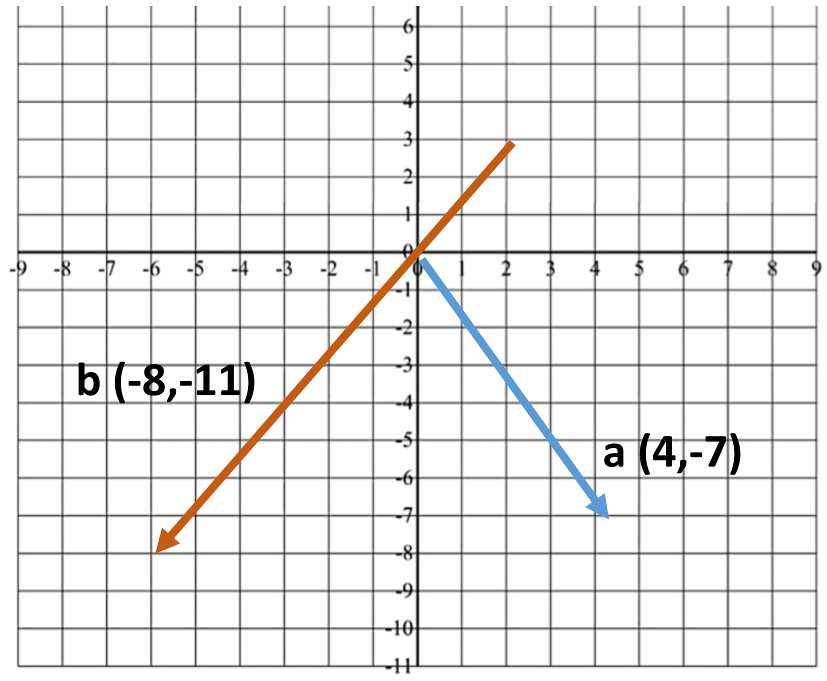


$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -100 \end{pmatrix}$$

Vector del eje z, perpendicular a ***a*** y ***b***, en sentido negativo, es decir hacia dentro del papel (si con la mano derecha llevamos ***a*** sobre ***b*** barriendo el ángulo α, el pulgar apunta hacia dentro del papel)

VECTORES. OPERACIONES CON VECTORES. PRODUCTO VECTORIAL

También se pueden calcular directamente las componentes del vector resultante a partir de las componentes de cada vector



$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_y b_z - a_z b_y \\ a_z b_x - a_x b_z \\ a_x b_y - a_y b_x \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -7 * 0 - 0 * (-11) \\ 0 * (-8) - 4 * 0 \\ 4 * (-11) - (-7) * (-8) \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -100 \end{pmatrix}$$