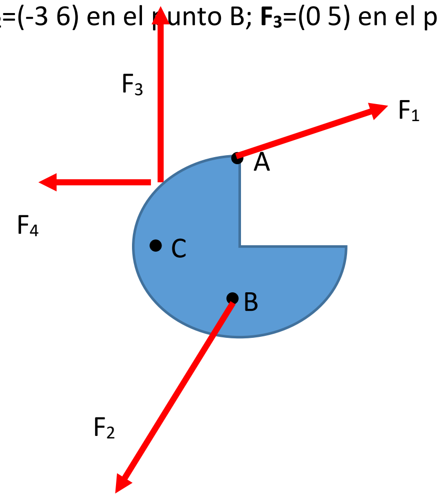
TEMAS 2 FUERZAS Y MOMENTOS

2.1.- Representa las siguientes fuerzas en el sólido

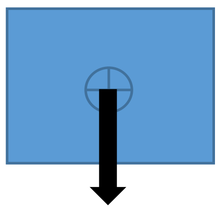
F_1=(4 2) en el punto A; **F_2**=(-3 6) en el punto B; **F_3**=(0 5) en el punto C; **F_3**=(-3 0) en el punto C



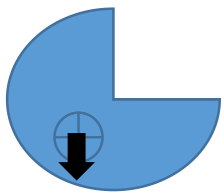
2.2.- ¿se puede definir la fuerza aplicada sobre un sólido si no se indica en qué punto se aplica la fuerza?

No, las fuerzas se aplican en puntos, y no tienen el mismo efecto según el punto en el que se apliquen.

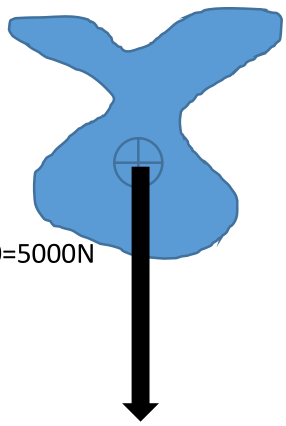
2.3.- Calcular las fuerzas debidas a la gravedad y represéntalas en cada sólido.



F= 15*10=150N



F=0.01*10=0.1N



F=500*10=5000N

2.4.- Sabiendo que la longitud natural del muelle (x_0=1m) es la indicada en la figura, representar sobre cada sólido la fuerza ejercida por el muelle sobre él y calcularla.

a) F_k=10(2-1)=10N

b) F_k=10(1-1)=0N

c) F_k=10(0,5-1)=-5N

d) F_k=10(2,5-1)=15N

Fuerzas aplicadas en el punto de enganche del muelle con el bloque

2.5

a) $\mathbf{M_O=M_{OF1}+M_{OF2}=OB}\times\mathbf{F_1}+\mathbf{OA}\times\mathbf{F_2}=\begin{pmatrix}\mathbf{8}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{20}\\\mathbf{20}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{2}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{-10}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{160-20}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{140}\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_O}=140$

b) $\mathbf{M_O=M_{OF1}+M_{OF2}=OB}\times\mathbf{F_1}+\mathbf{OA}\times\mathbf{F_2}$

$$|\boldsymbol{M_O}|=|\boldsymbol{OB}||\boldsymbol{F_1}|\boldsymbol{sen\alpha 1}+|\boldsymbol{OA}||\boldsymbol{F_2}|\boldsymbol{sen\alpha 2}=\mathbf{8*28,28*}\boldsymbol{sen}\mathbf{45}-\mathbf{2*10*}\boldsymbol{sen}\mathbf{90}=\mathbf{159,97-20=139,97}$$

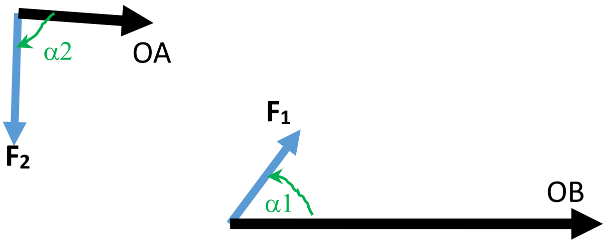
$$\mathbf{8*28,28*}\boldsymbol{sen}\mathbf{45}\ \boldsymbol{sentido\ positivo}$$

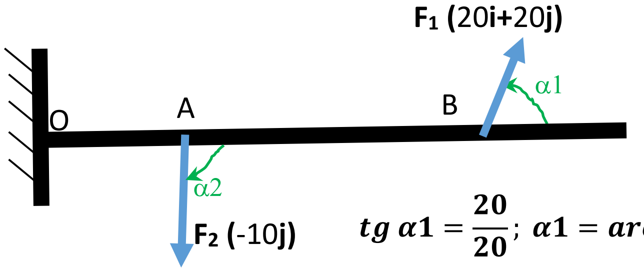
$$\mathbf{2*10*}\boldsymbol{sen}\mathbf{90}\ \boldsymbol{sentido\ negativo}$$

Los módulos de cada término se restan al ser los dos de diferente sentido. En este caso como el módulo del positivo es mayor que el módulo del negativo, resultará un momento resultante con sentido positivo.

Dirección perpendicular al papel (el vector momento tiene que ser perpendicular a **OB** y a $\mathbf{F_i}$ a la vez)

Sentido hacia fuera del papel. Al llevar el vector **OB** sobre $\mathbf{F_1}$ con la mano derecha el pulgar apunta hacia fuera del papel, por lo tanto, sentido positivo según el sistema de coordenadas definido. Al llevar el vector **OA** sobre $\mathbf{F_2}$ con la mano derecha, el pulgar apunta hacia dentro del papel, por lo tanto, sentido negativo según el sistema de coordenadas definido. El resultado final del módulo depende de los signos (sentidos) de los momentos de cada una de las fuerzas, en este caso sentido positivo.





$$\boldsymbol{tg\ \alpha 1}=\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{20}};\ \boldsymbol{\alpha 1}=\boldsymbol{arctg}\ \mathbf{1}=\mathbf{45}$$

c) $\mathbf{M_A=M_{AF1}+M_{AF2}=AB}\times\mathbf{F_1}+\mathbf{AA}\times\mathbf{F_2}=\begin{pmatrix}\mathbf{6}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{20}\\\mathbf{20}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{-10}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{120}\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_A}=120$

$\mathbf{M_B=M_{BF1}+M_{BF2}=BB}\times\mathbf{F_1}+\mathbf{BA}\times\mathbf{F_2}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{20}\\\mathbf{20}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{-6}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{-5}\\\mathbf{2}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{-12}\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_B}=12$

$\mathbf{M_C=M_{CF1}+M_{CF2}=CB}\times\mathbf{F_1}+\mathbf{CA}\times\mathbf{F_2}=\begin{pmatrix}\mathbf{3}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{20}\\\mathbf{20}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\mathbf{-3}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\mathbf{20}\\\mathbf{20}\\\mathbf{0}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{60-60}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{0}\\\mathbf{0}\\\mathbf{0}\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_C}=0$

$M_D=M_{DF1}+M_{DF2}=DB\text{x}F_1 + DA\text{x}F_2=\begin{pmatrix}-2\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}20\\-10\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-8\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}20\\20\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\20-160\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\-140\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_D} = 140$

$M_O=M_{OF1}+M_{OF2}=OB\text{x}F_1 + OA\text{x}F_2=\begin{pmatrix}8\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}20\\20\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}20\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\160\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\160\end{pmatrix}$ $\mathrm{M_O} = 160$

$M_D=M_{DF1}+M_{DF2}=DB\text{x}F_1 + DA\text{x}F_2=\begin{pmatrix}-2\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}-20\\10\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-8\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}-2\\30\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\-20-240\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\-260\end{pmatrix}$ $\mathrm{M_D} = 260$

$M_C=M_{CF1}+M_{CF2}=CB\text{x}F_1 + CA\text{x}F_2=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}-20\\-20\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-3\\0\\0\end{pmatrix}\text{x}\begin{pmatrix}20\\20\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\-60-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\\-120\end{pmatrix};$ $\mathrm{M_C} = 120$

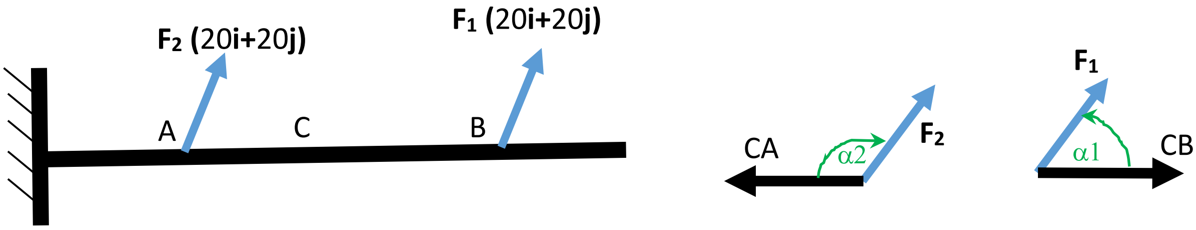
d) $M_C=M_{CF1}+M_{CF2}=CB\text{x}F_1 + CA\text{x}F_2$

$$|\boldsymbol{M_C}| = |\boldsymbol{CB}||\boldsymbol{F_1}|\boldsymbol{sen\alpha 1} + |\boldsymbol{CA}||\boldsymbol{F_2}|\boldsymbol{sen\alpha 2} = \boldsymbol{3 * 28,28 * sen45 - 3 * 28,28 * sen135} = \boldsymbol{60 - 60 = 0}$$

$$\boldsymbol{3 * 28,28 * sen45\ sentido\ positivo}$$

$$\boldsymbol{3 * 28,28 * sen135\ sentido\ negativo}$$

Los módulos de cada término se restan al ser los dos de diferente sentido. En este caso como los módulos de cada término son iguales el resultado es el vector nulo



$$\boldsymbol{\alpha 1 = arc\ cos\ \frac{CB \cdot F_1}{|CB||F_1|} = \frac{60}{3 * 28,28} = 45 \qquad \alpha 2 = arc\ cos\ \frac{CA \cdot F_2}{|CA||F_2|} = \frac{-60}{3 * 28,28} = 135}$$

Dirección perpendicular al papel

Al llevar el vector **CB** sobre **F_1** con la mano derecha el pulgar apunta hacia fuera del papel, por lo tanto, sentido positivo según el sistema de coordenadas definido. Al llevar el vector **CA** sobre **F_2** con la mano derecha, el pulgar apunta hacia dentro del papel, por lo tanto, sentido negativo según el sistema de coordenadas definido. El resultado final del módulo depende de los signos (sentidos) de los momentos de cada una de las fuerzas.

$M_D=M_{DF1}+M_{DF2}=DB\text{x}F_1 + DA\text{x}F_2$

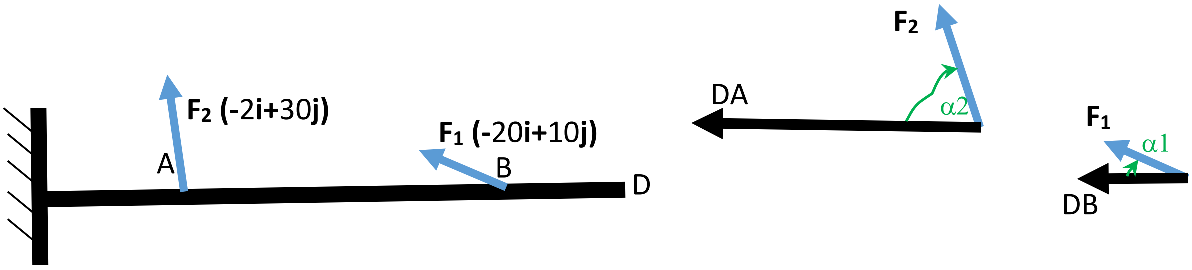
$$|M_D| = |DB||F_1|sen\alpha 1 + |DA||F_2|sen\alpha 2 = 2 * 22,36 * sen26,58 + 8 * 30 * sen86 = 20 + 240 = 260$$

$$2 * 22,36 * sen26,58\ sentido\ negativo$$

$$8 * 30 * sen86\ sentido\ negativo$$

Los módulos de cada término se suman al ser los dos del mismo sentido

Al llevar el vector **DB** sobre $\mathbf{F_1}$ con la mano derecha el pulgar apunta hacia dentro del papel, por lo tanto, sentido negativo según el sistema de coordenadas definido. Al llevar el vector **DA** sobre $\mathbf{F_2}$ con la mano derecha, el pulgar apunta hacia dentro del papel, por lo tanto, sentido negativo según el sistema de coordenadas definido. Por lo tanto, los módulos de los momentos de cada fuerza se suman y el signo menos representa el sentido negativo del momento. El resultado final del módulo depende de los signos (sentidos) de los momentos de cada una de las fuerzas.



$$\alpha 1 = arc\cos\frac{DB \cdot F_1}{|DB||F_1|} = \frac{40}{2 * 22,36} = 26,56 \qquad \alpha 2 = arc\cos\frac{DA \cdot F_2}{|DA||F_2|} = \frac{16}{8 * 30} = 86$$

2.6

a) $\mathbf{M_A}$=(F_5L/2+F_4L+F_2Lcosβ-F_1Lsenβ)**k**;
$\mathbf{M_B}$=(-F_5L/2-F_3Lcosβ)**k**
$\mathbf{M_C}$=(-F_3L/2cosβ+F_4L/2+F_2L/2cosβ-F_1L/2senβ)**k**

b) $\mathbf{M_A}$=(F_1L/2 cosβ-F_2L/2senβ +F_5L/2cosβ-F_4L/2senβ)**k**;
$\mathbf{M_B}$=(F_3L/2+F_5Lcosβ+ F_4Lsenβ)**k**
$\mathbf{M_C}$=(-F_3L/2+F_1Lcosβ-F_2Lsenβ)**k**