TEMA 6. Cinemática misil-objetivo.

CUD de Zaragoza.

Las referencias fundamentales se toman de ACART-VA-011 (2009): secciones 2.1.5 y 2.1.6, capítulos 8 y 9; y de Cucharero (1995): sección 1.9, capítulo 2 y subsecciones 6.1.4, 6.2.1 y 6.2.2. De todos modos, para los propósitos de este curso, basta con el resumen contenido en estos apuntes.

Se trabajará con mayor detalle que en el tema 2 sobre las funciones de "cinemática misil-objetivo", "condición de guía", "ley de guía" y "orden de guía" que aparecían en el diagrama de bloques funcionales de un sistema de guía, véase la figura 2 de los apuntes correspondientes al Tema 2 o la figura 1 del capítulo 2 de ACART-VA-011 (2009).

1. Cinemática misil-objetivo y condición de guía.

En asignaturas típicas de Física y Mecánica, el estudio del movimiento relativo entre dos puntos (los centros de masas del misil y del objetivo en este caso) sería el del vector que los une. La cinemática misil-objetivo se limitaría a restar las coordenadas del misil a las del blanco y en describir la evolución temporal de la diferencia. Sin embargo, esta descripción de la cinemática misil-objetivo no siempre es posible. Habrá que utilizar en cada caso aquellas variables cuya medida resulte asequible en condiciones de combate. En este punto, hay que tener en cuenta que la adquisición de los valores de las coordenadas de objetos móviles requiere el cálculo de distancias, normalmente por medio de un radar, lo que resulta vulnerable en entornos de guerra electrónica; por el contrario, medir ángulos resulta bastante seguro al tratarse de una magnitud obtenible por medios pasivos.

Definir una condición de guía consiste en relacionar matemáticamente el movimiento que debe realizar el centro de masas del misil con el movimiento observado del centro de masas del objetivo de forma que se produzca una colisión entre ambos o, en su defecto, una distancia de paso (distancia mínima entre ambos) pequeña. En principio, existen infinitas trayectorias posibles que garantizarían la colisión, se trata de elegir una de ellas que sea factible. La elección final queda condicionada por la de las variables que se hayan elegido para la descripción de la cinemática misil-objetivo.

1.1. Descripciones clásicas de la cinemática misil-objetivo.

1) Determinando el ángulo, η, y su derivada temporal, $\dot{\eta}$, dirigido desde un eje de referencia inercial [1] hacia la línea de mira (LOS) misil-objetivo. Véase la figura 1 para tener una imagen gráfica del significado de este ángulo.

2) Determinando el ángulo, δ_m, dirigido desde el vector velocidad del misil, $\vec{v}_m$, hacia una LOS definida entre el propio misil y el objetivo. Véanse las figuras 1 y 3 para tener una imagen gráfica del significado de este ángulo.

[1] Usualmente la referencia inercial es o bien la horizontal, o bien la posición que tuviera el eje longitudinal del misil en el momento del lanzamiento.

3) Determinando la posición del centro de masas del misil con respecto a una LOS definida entre el puesto de tiro y el objetivo. Esta posición se puede medir tanto en forma de distancia lineal entre el centro de masas y la LOS objetivo como en forma de distancia angular entre la LOS del objetivo y la LOS del misil, ambas vistas desde el puesto de tiro.

4) Determinando la evolución esperada de las posiciones sucesivas del misil y el objetivo hacia un punto de encuentro futuro. Esta evolución se determinaría idealmente a partir de las coordenadas de ambos cuerpos, obtenidas simultánea y continuamente (para poder trazar sus trayectorias pasadas y estimar trayectorias futuras a partir de las derivadas temporales de su desplazamiento), con los problemas que esto conlleva en cuanto a medida de distancias y retardos en los sensores encargados de efectuar las mediciones. También se puede determinar a partir de la medida del ángulo de la LOS misil-objetivo, η, con respecto a un eje de referencia inercial si se consigue que dicho ángulo se mantenga constante; es decir, con $\dot{\eta} = 0$.

En cuanto al criterio de signos, se considera que todos los ángulos siguen el camino más corto y que el sentido antihorario es positivo, mientras que el horario es negativo. El ángulo η va desde la línea de referencia hacia la LOS (que apunta hacia el blanco), los ángulos γ van desde la línea de referencia hacia un vector velocidad (ya bien sea del misil o del blanco) y los ángulos δ van desde un vector velocidad (ya bien sea del misil o del blanco) hacia la LOS.

1.2. Condiciones de guía clásicas.

Navegación proporcional. La velocidad angular de variación del ángulo que forma el vector velocidad del misil, $\vec{v}_m$, con un eje de referencia inercial, $\dot{\gamma}_m$, es proporcional a la velocidad angular de rotación de la línea de mira (LOS) con respecto a esa misma referencia inercial, $\dot{\eta}$. En la figura 1 se puede ver una representación esquemática de la navegación proporcional.

$$\dot{\gamma}_m = A\dot{\eta} \tag{1}$$

donde la constante, A, recibe el nombre de "coeficiente de navegación proporcional".

Puesto que las velocidades angulares se miden con respecto a una referencia inercial, se necesita que el misil lleve un sistema de navegación que permita el establecimiento de un eje fijo, normalmente correspondiente a las condiciones en el instante del lanzamiento. Para ello se necesitan tres giróscopos, uno por cada rotación, para poder recuperar la orientación inicial a partir de la actual del misil sin más que restar la medición de las rotaciones efectuadas por el misil.

Persecución. El ángulo, δ_m, entre la LOS misil-objetivo y el vector velocidad del propio misil ha de mantenerse constante e igual a su valor inicial.

$$\delta_m = \delta_{m0} \tag{2}$$

Si se repasa la figura 1 donde se describía la navegación proporcional, se puede comprobar que $\eta = \gamma_m + \delta_m$; por lo que, derivando con respecto al tiempo, se cumplirá siempre que: $\dot{\eta} = \dot{\gamma}_m + \dot{\delta}_m$.

En el caso de una trayectoria de persecución, el que δ_m sea constante implica que su derivada temporal se anula, $\dot{\delta}_m = 0$. Por lo tanto: $\dot{\eta} = \dot{\gamma}_m$. La persecución se puede considerar como un caso particular de la navegación proporcional en el que $A = 1$.

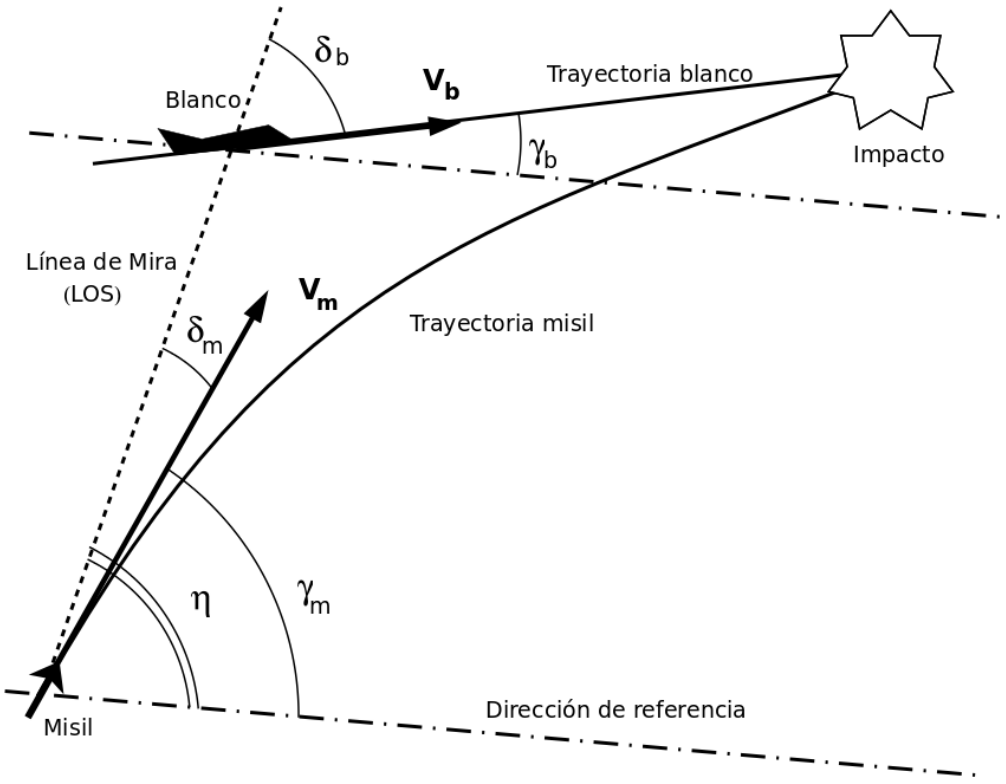


Figura 1: Esquema del guiado por navegación proporcional.

Admite dos subtipos: persecución pura y persecución diferida que aparecen representadas esquemáticamente en las figuras 2 y 3. La diferencia consiste en que en la persecución pura se obliga a que el vector velocidad del misil esté alineado en todo momento con su LOS, $\delta_{m0} = 0$; mientras que en la persecución diferida se permite que el vector velocidad esté adelantado un ángulo fijo distinto de cero con respecto a la LOS, $\delta_{m0} \neq 0$. Es decir, en la persecución pura se obliga a que la trayectoria del misil apunte en cada momento hacia la posición relativa que el blanco tenga en ese instante; mientras que, en la persecución diferida, se permite que la trayectoria del misil apunte "hacia adelante" en el sentido de avance del blanco con respecto a la posición actual. Al no conocerse la velocidad del blanco, esa posición estimada no se corresponderá con la que realmente tendrá; se trata de un intento de apuntar hacia una posición estimada futura del blanco, en lugar de hacerlo hacia la actual, sin demasiada exactitud.

Para que el encuentro se produzca, en el caso de persecución diferida, debe cumplirse que:

$$\delta_{m0} \leq \text{arcsen}(v_b/v_m) \tag{3}$$

de lo contrario, las trayectorias del misil y del blanco se cruzarían entre sí antes de que el blanco hubiese llegado al punto de encuentro.

Puesto que los ángulos se calculan con respecto a la LOS instantánea entre el misil y el blanco, sin referencia inercial, basta con que el sistema de navegación a bordo sea capaz de determinar la posición de la timonería del misil con respecto a su eje longitudinal (movimiento de balanceo).

Alineamiento. El centro de masas del misil se mantiene en todo momento sobre la LOS entre el puesto de tiro y el objetivo. Trata de obligar a que el puesto de mando, el misil y el objetivo se

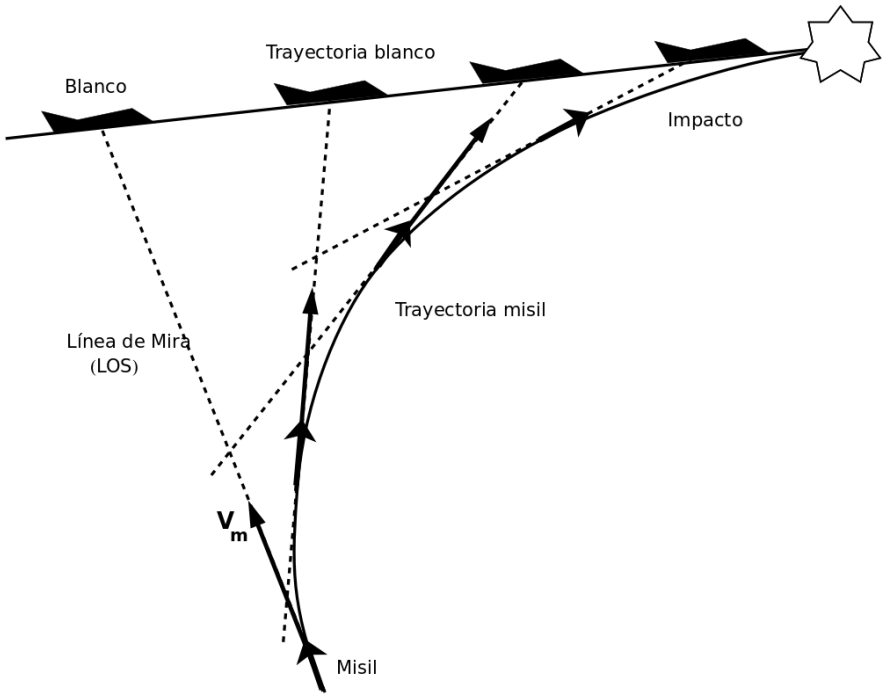


Figura 2: Esquema del guiado por persecución pura.

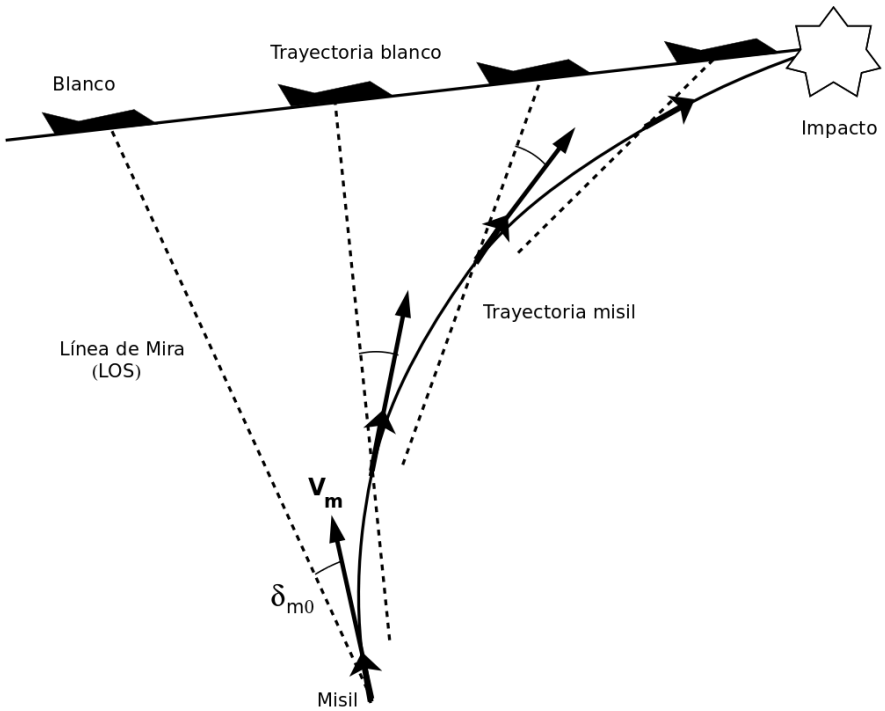


Figura 3: Esquema del guiado por persecución diferida.

encuentren alineados hasta el momento de la colisión.

Entran en esta categoría el guiado visual y el guiado por haz. En el guiado visual, practicado ya en los misiles contracarro de primera generación, el operador debe mantener dentro del campo

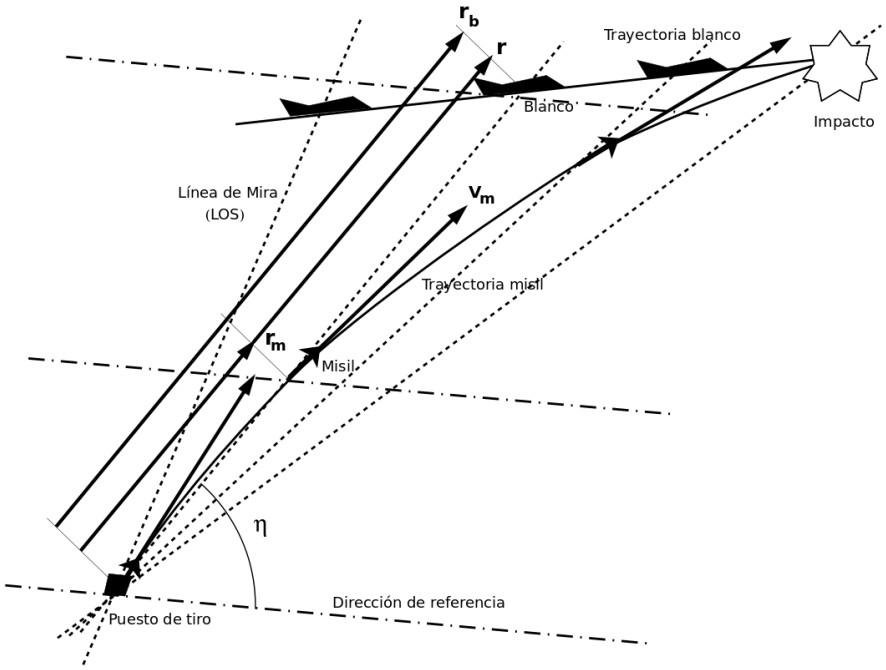


Figura 4: Esquema del guiado por alineamiento.

de visión al misil y al blanco. En el guiado por haz, el puesto de tiro mantiene al misil y al blanco dentro de un haz de radiación electromagnética. En este caso, durante la fase inicial del vuelo se usa un haz más ancho que el empleado durante el seguimiento (fases de medio curso y terminal), con objeto de no perder la posición del misil debido a los bandazos que da hasta que consigue estabilizar su trayectoria, véase la figura 1.31 de Cucharero (1995).

Nótese que las órdenes se dan con respecto a una referencia inercial centrada en el puesto de tiro por lo que el misil, para poder interpretarlas correctamente, necesita ir equipado con un sistema de navegación que le permita recuperar unos ejes paralelos a los empleados por el puesto de tiro.

Colisión. El ángulo de la LOS misil-blanco con respecto a una referencia inercial permanece constante, $\dot{\eta} = 0$. Esto implica que la LOS misil-blanco se transporta paralelamente a sí misma, conforme misil y blanco avancen. Véase la figura 5 para un ejemplo de trayectoria de colisión con velocidades constantes del misil y del blanco. Recordando la ecuación 1, se puede ver que esta condición es equivalente a la de navegación proporcional en el caso límite en el que $A \to \infty$. En efecto, en presencia de maniobras evasivas por parte del blanco, el misil debería responder con un término $\dot{\gamma}$ no nulo a la izquierda de la ecuación 1, mientras que a la derecha se tendría A multiplicando a $\dot{\eta} = 0$. La igualdad sólo es posible si $A \to \infty$ para que el término de la derecha se convierta en una indeterminación.

Repasando la materia estudiada en la asignatura de Mecánica, el estudio cinemático se podría hacer suponiendo que la LOS misil-blanco es una regleta rígida unida al blanco sobre la cual va montado el misil que tiene la libertad de desplazarse a lo largo de ella. Para que esta "regleta" imaginaria se transportara paralelamente a sí misma, las velocidades perpendiculares a la misma habrían de ser iguales en todos sus puntos; es decir, las componentes perpendiculares a la LOS de las velocidades del misil y del blanco han de ser iguales para que se produzca una trayectoria de

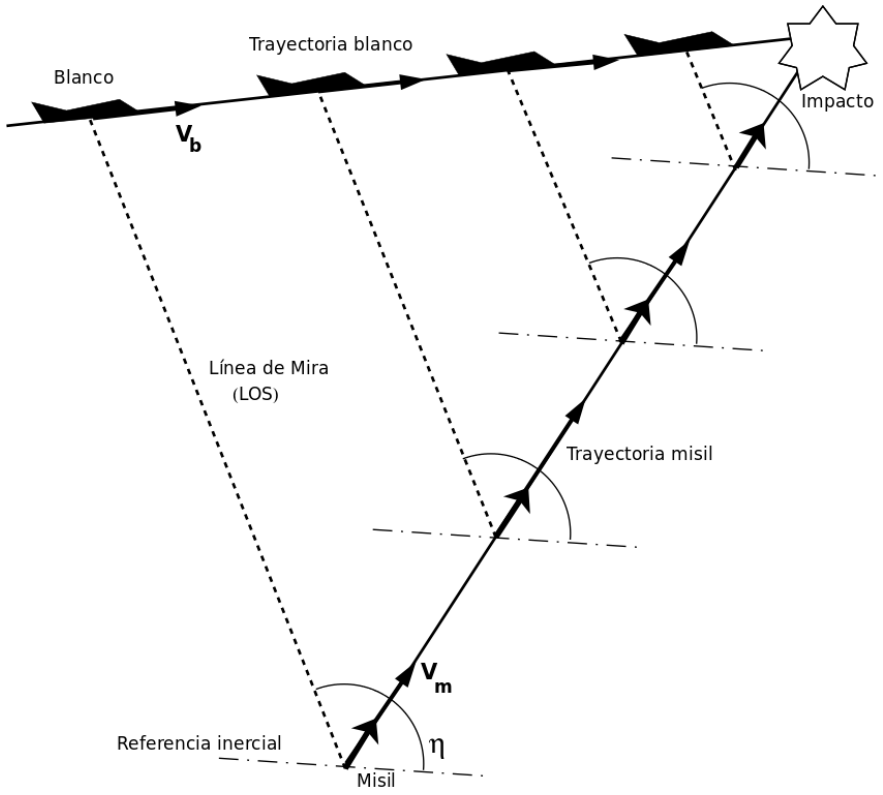


Figura 5: Esquema del guiado por colisión.

colisión. En cuanto a las componentes paralelas a la LOS de las velocidades del misil y del blanco, la distancia entre ambos cuerpos se reducirá (habrá colisión) cuando la proyección de la velocidad del misil sobre la LOS sea mayor que la correspondiente proyección de la velocidad del blanco. Otro modo de decir esto mismo es que una trayectoria de colisión, con $\dot{\eta} = 0$ en todo momento, obliga a que la velocidad relativa entre el misil y el blanco, $\vec{v}_r = \vec{v}_m - \vec{v}_b$, sea paralela a la LOS misil-blanco.

1.3. Finalidad del estudio de la cinemática y las condiciones de guiado.

El estudio detallado de las cinemáticas y las condiciones de guiado (o trayectorias) compatibles con las mismas sirve para: formular una ley/orden de guiado, determinar las exigencias impuestas a la maniobrabilidad del misil y calcular las distancias de paso como consecuencia de maniobras del objetivo, errores de medida, retardos del sistema y limitaciones en la maniobrabilidad del misil.

2. Ley de guía.

Consiste en plasmar los datos cinemáticos obtenidos y la trayectoria en una formulación que proporcione la orden que debe ejecutar el misil. Cada condición de guía puede ser materializada por una o varias leyes de guía.

La navegación proporcional requiere la medida de la velocidad angular de la LOS misil-objetivo con respecto a una referencia inercial, $\dot{\eta}$, para su ejecución. La ley que sirve para elaborar la orden viene dada por $A\dot{\eta}$.

Las leyes de persecución, tanto pura como diferida, se pueden expresar o bien en función de la medida de $\dot{\eta}$ (ya que son equivalentes a una ley navegación proporcional con $A = 1$), o bien en función de la medida del ángulo entre la velocidad del misil y la LOS, δ_m, como parámetro que hay que intentar mantener a un valor fijo. En este caso, se elaboraría una orden en la que cualquier posible desviación, $\delta_m - \delta_{m0}$, se multiplicase por una ganancia.

El alineamiento puede ejecutarse basándose en la medida de la desviación angular de la LOS del misil con respecto a la LOS del blanco (ambas medidas desde el puesto de tiro), o bien se puede añadir también la derivada temporal del ángulo de la LOS del blanco (para obligar a que la LOS del misil tenga el mismo valor más una corrección debida al valor estimado de la LOS del blanco para cuando se haya terminado de ejecutar la maniobra correctora), o bien se puede calcular a partir de la separación entre el centro de masas del misil y la LOS tiro-blanco. En cualquier caso, el error a corregir con signo cambiado se multiplicaría por una ganancia para obtener la orden.

La colisión requiere de la medida de o bien $\dot{\eta}$ para aplicar una ley de navegación proporcional con A grande [2], o bien $\eta - \eta_0$, o bien la componente perpendicular a la LOS misil-blanco de la velocidad relativa entre el misil y el blanco, $\vec{v}_r = \vec{v}_b - \vec{v}_m$. En los dos últimos casos, las respectivas variables medidas deberían ser nulas y la ley sería del tipo corrector: multiplica la discrepancia por una ganancia que ha de ser grande [3] para retornar rápidamente a la condición de colisión. El uso de ganancias grandes tiene el problema de que requiere una gran sensibilidad en los sensores de medida, ya que los posibles errores de medición también se multiplican por la ganancia.

3. Orden de guía. Maniobra del misil.

El objetivo final del sistema de guía es elaborar una orden que provoque la maniobra necesaria del misil para que éste acabe encontrando su objetivo. Para ello, se sirve de una ley de guía concreta y de los datos de que disponga sobre la cinemática misil-objetivo.

Esa capacidad de maniobrar es lo que diferencia a un misil de un cohete. Capacidad que le sirve para corregir errores de lanzamiento, maniobras evasivas del objetivo y perturbaciones debidas a turbulencias atmosféricas o a variaciones de la gravedad con la altura.

La aceleración normal (maniobra) que experimenta un misil satisface la expresión

$$a_n = v_m \dot{\gamma}_m \tag{4}$$

que se puede derivar a partir de los conocimientos adquiridos en las asignaturas de Física I y Mecánica. En primer lugar, la velocidad se puede definir como

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v\hat{t}$$

un vector de módulo igual a la celeridad, dirección tangente a la trayectoria en todo instante y sentido el de recorrido de la misma: módulo v y vector unitario $\hat{t}$.

A continuación, se aplica la definición de la aceleración como derivada temporal de la velocidad

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{v}\hat{t} + v\frac{d\hat{t}}{dt}$$

[2] Teóricamente infinita.

[3] Positiva si se mide $\eta - \eta_0$, negativa si se mide la componente perpendicular a la LOS de $\vec{v}_r$.

Pero en Mecánica se demostró que un vector unitario no puede cambiar de módulo (por ser unitario) y que únicamente puede cambiar de orientación debido a la acción de una rotación. La derivada temporal de un vector unitario se puede expresar, en general, como el producto vectorial de un vector velocidad angular (calculado con respecto a un sistema de referencia inercial) por el propio vector unitario. Así que:

$$\vec{a} = \dot{v}\hat{t} + v\vec{\omega} \times \hat{t} = \dot{v}\hat{t} + \vec{\omega} \times \vec{v}$$

donde el vector velocidad angular es perpendicular al plano formado por la tangente a la trayectoria y por su radio de curvatura. Por lo tanto, $\vec{\omega} \times \vec{v} = \omega v \hat{n}$ donde $\hat{n}$ es el vector unitario en la dirección del radio de curvatura y apuntando hacia el centro de curvatura instantáneo de la trayectoria; es decir, el vector unitario en dirección normal a la trayectoria. En cuanto al término $\dot{v}\hat{t}$ da la aceleración tangencial que, en el caso se trayectorias de misiles, suele estar muy limitada por el equilibrio que en cada momento se establezca entre el empuje suministrado por la propulsión y las fuerzas aerodinámicas de arrastre, sin que haya capacidad real de control sobre la misma. En lo que queda de este capítulo se supondrá que $a_t = \dot{v} = 0$.

La expresión de interés para calcular la aceleración normal experimentada por un misil se puede obtener a partir de la general, $a_n = v\omega$, sin más que sustituir los valores genéricos de v y ω por los particulares que se empleen en el estudio de la trayectoria del misil: $v = v_m$ la celeridad del misil o módulo de su velocidad y $\omega = \dot{\gamma}$ la velocidad angular de rotación del vector velocidad del misil con respecto a una referencia inercial.

4. Trayectorias: estudio cinemático.

En este apartado se realizará el estudio matemático de las trayectorias que se han descrito de forma cualitativa con anterioridad. Se partirá se una serie de hipótesis simplificadoras:

a) El movimiento se realiza en un plano. Permite reducir el estudio a sólo dos dimensiones. Téngase en cuenta que una trayectoria tridimensional queda descrita unívocamente si se conoce su proyección según dos planos perpendiculares entre sí (en un plano se podría seguir la evolución de $x(t)$ e $y(t)$ y en el otro de $x(t)$ y $z(t)$, por ejemplo). Esto lo aprovechan muchos elaboradores de órdenes para calcular las trayectorias tridimensionales como la suma de dos trayectorias bidimensionales (sobre planos perpendiculares entre sí) que han de conducir a una colisión simultánea en ambos planos.

b) El misil y el blanco son masas puntuales. Se evita con esto el estudio de la mecánica de vuelo. Permite estudiar el efecto de la propia ley sobre el misil con independencia de la aerodinámica.

c) La respuesta del misil tiene constantes de tiempo nulas. La respuesta del misil es inmediata, sin retrasos en la transmisión de la información.

d) No se consideran perturbaciones aleatorias (ruidos). Tales como rachas de viento, ruido electrónico, imprecisiones de los dispositivos físicos, etc.

e) El misil tiene velocidad constante en módulo. No es cierto, pero sí bastante aproximado. Existen variaciones aleatorias de promedio poco significativo. También se producen variaciones sistemáticas de la velocidad cuando el misil maniobra, ya que la resistencia aerodinámica aumenta. De todos modos, las variaciones de la velocidad tampoco son muy grandes.

f) El blanco se mueve con velocidad constante, en módulo y dirección. Ésta es la hipótesis más fuerte. En realidad, los blancos no se comportan así y menos aún aquéllos de gran movilidad como los aviones que pueden realizar maniobras evasivas. Sin embargo, se puede introducir la posibilidad de que el blanco maniobre como una corrección del estudio inicial realizado bajo la condición de velocidad constante.

Estas hipótesis están formuladas con la finalidad de que permitan:

1) Abordar el problema con una dificultad no excesiva.

2) Estudiar la bondad intrínseca de las leyes de guiado.

3) Servir de base para estudios más complejos que tengan en cuenta la mecánica de vuelo y las funciones de transferencia que intervienen en la respuesta del misil.

En la figura 6 se muestra la situación genérica de la posición relativa misil-objetivo. Se ha incluido la posibilidad de que las aceleraciones tengan componentes normales y tangenciales para el caso en el que se relajen las hipótesis previas e) y f).

Los subíndices denotan blanco (b), misil (m), normal (n) y tangencial (t). El sentido de giro positivo es el antihorario. El eje X apunta según la LOS, el eje Y es perpendicular al anterior sobre el plano de trabajo; los respectivos vectores unitarios son $\hat{u}$ y $\hat{v}$. El vector $\vec{r}$ indica la posición relativa del blanco con respecto al misil. La aceleración expresada en unidades de g se llama factor de carga.

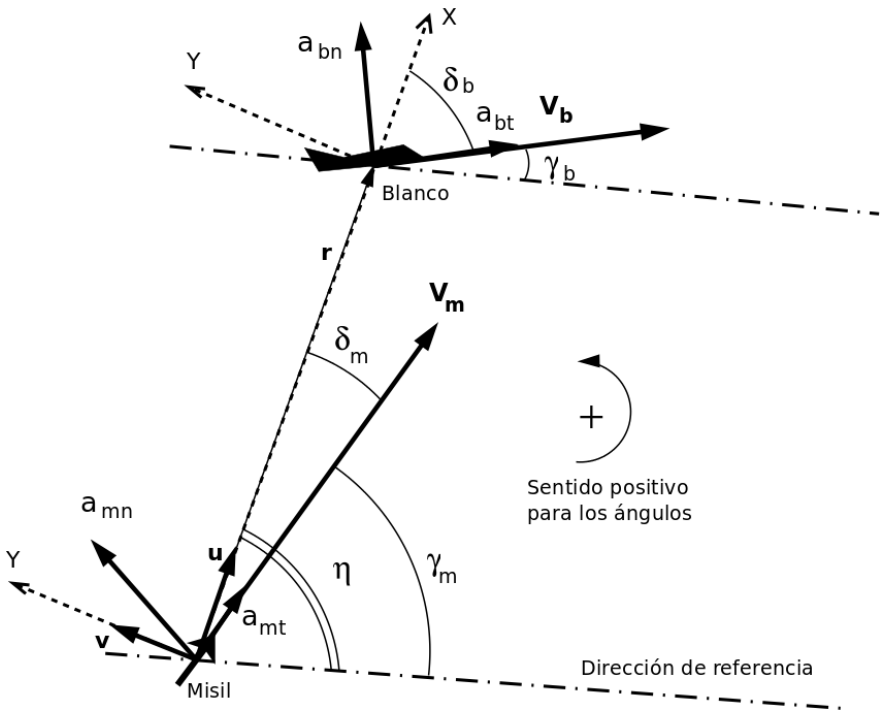


Figura 6: Vectores y ángulos para la posición del misil y del blanco.

El ángulo δ_b indica como se orienta la trayectoria del blanco (su tangente indicada por su velocidad) con respecto al misil (la LOS misil-blanco) y varía entre -180^0 y $+180^0$. Sirve para

clasificar el tipo de ataque en: frontal si $|\delta_b| \geq 120^0$, lateral si $60^0 < |\delta_b| < 120^0$ y trasero si $|\delta_b| \leq 60^0$.

Nótese que, de la geometría de la figura 6, se puede deducir que

$$\eta = \gamma_m + \delta_m = \gamma_b + \delta_b \tag{5}$$

Por lo que, derivando:

$$\dot{\eta} = \dot{\gamma}_m + \dot{\delta}_m = \dot{\gamma}_b + \dot{\delta}_b = a_{mn}/v_m + \dot{\delta}_m = a_{bn}/v_b + \dot{\delta}_b \tag{6}$$

donde se ha aplicado la ley de maniobra 4 tanto para el misil como para el blanco. La hipótesis f) (el blanco no realiza maniobras, $a_{bn} = 0$) significaría que $\dot{\eta} = \dot{\delta}_b$. Si, además, se elige como dirección de referencia la trayectoria del blanco [4], entonces $\eta = \delta_b$ y $\gamma_b = 0$.

El estudio consistirá en calcular la variación del vector de posición relativa misil-blanco, $\vec{r}$, con respecto al tiempo. La condición de impacto implica el que dicho vector se anule.

$$\vec{r} = r\hat{u} \tag{7}$$

La velocidad relativa $\vec{v}_r = \dot{\vec{r}}$ se puede calcular de dos modos: derivando directamente la expresión (7) y como la diferencia entre la velocidad del blanco y la del misil, $\vec{v}_r = \vec{v}_b - \vec{v}_m$.

$$\vec{v}_r = \dot{r}\hat{u} + r\dot{\eta}\hat{v} \tag{8}$$

$$\vec{v}_r = [v_b\cos(\delta_b) - v_m\cos(\delta_m)]\hat{u} + [v_m\text{sen}(\delta_m) - v_b\text{sen}(\delta_b)]\hat{v} \tag{9}$$

de acuerdo a la figura 6 para proyectar $\vec{v}_b$ y $\vec{v}_m$ sobre los ejes X e Y. Igualando las ecuaciones (8) y (9) componente a componente

$$\dot{r} = v_b\cos(\delta_b) - v_m\cos(\delta_m) \tag{10}$$

$$r\dot{\eta} = -v_b\text{sen}(\delta_b) + v_m\text{sen}(\delta_m) \tag{11}$$

Si se quiere estudiar la posibilidad de que tanto el blanco como el misil realicen maniobras, lo que implica suprimir las hipótesis e) y f) previas, hay que trabajar del mismo modo con las aceleraciones relativas: derivando con respecto al tiempo la expresión (8) e igualando con la diferencia entre las aceleraciones del blanco y del misil, $\vec{a}_r = \vec{a}_b - \vec{a}_m$.

$$\vec{a}_r = \ddot{r}\hat{u} + \dot{r}\dot{\hat{u}} + \dot{r}\dot{\eta}\hat{v} + r\ddot{\eta}\hat{v} + r\dot{\eta}\dot{\hat{v}} = (\ddot{r} - r\dot{\eta}^2)\hat{u} + (r\ddot{\eta} + 2\dot{r}\dot{\eta})\hat{v} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}\vec{a}_r = {} & [a_{bt}\cos(\delta_b) - a_{mt}\cos(\delta_m)]\hat{u} + [a_{mt}\text{sen}(\delta_m) - a_{bt}\text{sen}(\delta_b)]\hat{v} \\ & + [a_{bn}\text{sen}(\delta_b) - a_{mn}\text{sen}(\delta_m)]\hat{u} + [a_{bn}\cos(\delta_b) - a_{mn}\cos(\delta_m)]\hat{v}\end{aligned} \tag{13}$$

donde se ha aplicado que $\dot{\hat{u}} = \vec{\omega} \times \hat{u} = \dot{\eta}\hat{v}$ y $\dot{\hat{v}} = \vec{\omega} \times \hat{v} = -\dot{\eta}\hat{u}$. Véase la figura 6 donde $\vec{\omega} = \dot{\eta}\hat{k}$ con $\hat{k}$ vector unitario perpendicular al plano de trabajo; $\{\hat{u}, \hat{v}, \hat{k}\}$ forman una base dextrógira. Igualando (12) y (13) componente a componente

$$\ddot{r} - r\dot{\eta}^2 = a_{bn}\text{sen}(\delta_b) + a_{bt}\cos(\delta_b) - a_{mn}\text{sen}(\delta_m) - a_{mt}\cos(\delta_m) \tag{14}$$

$$r\ddot{\eta} + 2\dot{r}\dot{\eta} = a_{bn}\cos(\delta_b) - a_{bt}\text{sen}(\delta_b) - a_{mn}\cos(\delta_m) + a_{mt}\text{sen}(\delta_m) \tag{15}$$

A continuación se verán algunos resultados interesantes para ciertos casos particulares.

[4] La trayectoria del blanco es rectilínea si no realiza maniobras. Se aprovecha esa línea recta como sistema de referencia en el que el estudio se simplifica.

4.1. Condiciones generales de colisión.

A partir de las ecuaciones 10 y 11 se pueden obtener las siguientes conclusiones sobre el comportamiento de la trayectoria en el punto de colisión:

a) Para que exista encuentro del misil con el blanco es condición necesaria que la velocidad relativa de aproximación sea negativa en el instante final; es decir que r (la distancia relativa entre misil y blanco) se esté acortando en t_f: $\dot{r}_f < 0$. Por lo que, de la ecuación 10

$$v_{bf}\cos(\delta_{bf}) < v_{mf}\cos(\delta_{mf}) \tag{16}$$

Repasando la figura 6 esto significa que, en el instante final, la componente paralela a la LOS de la velocidad del blanco sea menor que la componentes paralela a la LOS de la velocidad del misil. Atención que, en la desigualdad 16, importan los signos: un misil con menor valor absoluto de la componente paralela de la velocidad que el blanco puede satisfacer dicha desigualdad si la proyección de la velocidad del blanco en paralelo a la LOS tiene signo negativo y la de la velocidad del misil tiene signo positivo. Esto equivale a la situación en la que un objeto más lento se pone en medio de la trayectoria de otro más rápido para chocar con él.

b) El impacto se producirá si $r = 0$ en t_f. Por lo que, de la ecuación 11

$$v_{mf}\text{sen}(\delta_{mf}) = v_{bf}\text{sen}(\delta_{bf}) \tag{17}$$

Repasando la figura 6 esto significa que, en el instante final, las componentes perpendiculares a la LOS de la velocidad del blanco y de la velocidad del misil son iguales.

c) Si el ataque es trasero, $|\delta_{bf}| < 90^0|$ por lo que $\cos(\delta_{bf}) > 0$. En tal caso, se pueden elevar al cuadrado las dos expresiones previas y sumarlas, obteniendo

$$v_{mf} > v_{bf} \tag{18}$$

que es la expresión matemática del hecho de que, para alcanzar a un blanco por detrás, hay que moverse más rápido que el blanco. En los impactos frontales no se tiene esta restricción ya que la desigualdad 16 se puede cumplir, incluso con $v_{mf} < v_{bf}$, si los signos son los apropiados.

Las condiciones a) y b) son las mismas condiciones que se habían establecido como necesarias y suficientes para tener una trayectoria de colisión: la velocidad proyectada sobre la LOS del misil es mayor que la del blanco y las componentes perpendiculares son iguales lo que garantiza que la velocidad relativa únicamente tiene componente paralela a la LOS. Siempre que haya colisión se satisfarán las condiciones de colisión en el instante final. Lo que caracteriza a una trayectoria de colisión es que intenta que esas condiciones se satisfagan en todo instante. Por este motivo, se dice que cualquier trayectoria real, en las proximidades [5] del punto de colisión, se puede aproximar por una trayectoria de colisión.

[5] Entendiendo por proximidades la región en la que las trayectorias puedan estudiarse mediante un desarrollo en serie de Taylor de primer orden en la variable temporal.

4.2. Ley de persecución pura.

Se fuerza a que el vector velocidad del misil apunte siempre hacia el blanco, lo que equivale a que $\delta_m = 0$ y $\eta = \gamma_m$. Se considerará el caso en el se que se cumplen las hipótesis e) y f): $v_m = \text{cte}$, $v_b = \text{cte}$ y $\gamma_b = \text{cte}$. Esta última condición se traduce en que $\dot{\eta} = \dot{\gamma}_b + \dot{\delta}_b = \dot{\delta}_b$. Por simplicidad, se puede tomar una dirección de referencia tal que $\gamma_b = 0$; es decir, una línea de referencia alineada con la trayectoria del blanco.

Sustituyendo $\delta_m = 0$ y $\dot{\eta} = \dot{\delta}_b$ en las ecuaciones generales (10) y (11), se obtiene

$$\dot{r} = v_b \cos(\delta_b) - v_m \tag{19}$$

$$r\dot{\delta}_b = -v_b \text{sen}(\delta_b) \tag{20}$$

un sistema de dos ecuaciones diferenciales cuya solución da la trayectoria del misil.

El encuentro tendrá lugar para $r = 0$ por lo que la ecuación (20) implica que o bien $\delta_{bf} = 0$, o bien $\delta_{bf} = \pi$. Del estudio de la estabilidad de esas dos soluciones, se obtiene que el sistema es estable solamente para $\delta_{bf} = 0$, por lo que un ataque inicialmente frontal (en el lanzamiento) terminará en forma de ataque trasero (en la colisión).

El que $\delta_m = 0 \, \forall t$ garantiza que se cumpla la condición de colisión (17), ya que, como se acaba de ver, $\delta_{bf} = 0$.

Al tener un ataque trasero, se habrá de cumplir la desigualdad (18), $v_{mf} > v_{bf}$.

La aceleración normal es el parámetro más interesante para elaborar una ley de guía. A partir de (4), con $\gamma_m = \eta = \delta_b$, y la expresión (20) se tiene

$$a_{mn} = -\frac{v_m v_b \text{sen}(\delta_b)}{r} \tag{21}$$

donde r se debería sustituir por la expresión obtenida al calcular la trayectoria. Cuando se lleva a cabo dicho paso, las conclusiones más importantes que se obtienen se pueden expresar en función del valor que tome el parámetro $K = v_m/v_b$:

1) La expresión general de la aceleración normal queda

$$a_{mn} = -\frac{v_m^2}{K r_0 \text{sen}(\delta_{b0})} \left| \frac{\tan(\delta_{b0}/2)}{\tan(\delta_b/2)} \right|^K \text{sen}^2(\delta_b) \tag{22}$$

2) Si $K < 2$, la aceleración normal alcanza un valor máximo cuando $\cos(\delta_b) = K/2$.

3) Si $K > 2$, la aceleración normal diverge hacia infinito conforme el misil se acerca hacia el punto de impacto.

4) Si $K = 2$, es decir $v_m = 2v_b$, la aceleración normal crece desde $|v_m^2 \text{sen}(\delta_{b0})/(2r_0)|$ en el lanzamiento hasta $|2v_m^2 \tan^2(\delta_{b0}/2)/(r_0 \text{sen}(\delta_{b0})|$ en el impacto.

Por lo tanto, si la aceleración normal del misil (su capacidad de maniobra) está limitada, como ocurre en cualquier caso real, sólo podrá haber impacto cuando $v_b < v_m < 2v_b$, aun en el caso en el que el blanco no haga ninguna maniobra. En la práctica, cuando $K > 2$ lo que ocurre es que el misil ejecuta la maniobra máxima permitida que resulta insuficiente y, como resultado, la distancia de paso no es nula.

4.3. Ley de persecución diferida.

Los puntos más interesantes son:

1) Para que el encuentro sea posible, el ángulo de avance está limitado por $\delta_{m0} \leq \text{arcsen}(1/K)$, donde $K = v_m/v_b$.

2) El encuentro tiene lugar con un ataque trasero de ángulo $\delta_{bf} = \text{arcsen}[K\text{sen}(\delta_{m0})]$.

3) Si se trabaja con capacidad de maniobra limitada, la velocidad del misil deberá cumplir la siguiente restricción para garantizar tanto el encuentro como el que la aceleración normal sea finita.
$$v_b < v_m < \frac{2v_b}{\sqrt{1 + 3\text{sen}^2(\delta_{m0})}}$$

4) La persecución diferida no es tan exigente como la pura en cuanto a la maniobrabilidad requerida; sin embargo, bastaría con que el objetivo frenase de modo que la desigualdad 3 dejara de cumplirse para que el misil errase el blanco. Una posible contramedida sería permitir variaciones en el valor de δ_{m0}.

4.4. Ley de navegación proporcional (NP).

La ley de navegación proporcional estudiada hasta ahora, véase la fórmula 1 es la ley de navegación proporcional clásica en la que, sin más que reemplazar 1 en 4 se tiene

$$a_{mn} = Av_m\dot{\eta} \tag{23}$$

También existe la ley de navegación proporcional verdadera en la que las órdenes no se dan sobre la aceleración normal a la trayectoria, a_{mn}, sino sobre la proyección de dicha aceleración normal sobre la perpendicular a la LOS misil-blanco, la componente según el eje Y de a_{mn} de acuerdo a la figura 6. La expresión matemática de la ley de navegación proporcional verdadera queda

$$a_{mn,y} = a_{mn}\cos(\delta_m) = \alpha v_r\dot{\eta} \tag{24}$$

donde α es el coeficiente de navegación proporcional verdadera y v_r es el módulo de la velocidad relativa misil-blanco.

De comparar 23 y 24 se puede establecer la siguiente relación entre coeficientes

$$\alpha = A\frac{v_m\cos(\delta_m)}{v_r} \tag{25}$$

y ambas leyes serán equivalentes (A y α constantes) si y sólo si tanto δ_m como v_r son constantes; lo que no se cumple, en general. En misiles reales, la ley de navegación proporcional verdadera resulta muy difícil de aplicar ya que implica tanto fuerzas normales como tangenciales con respecto a la velocidad y el control sobre éstas últimas es problemático. Sin embargo, desde un punto de vista teórico, su estudio es más sencillo que el de la ley de navegación clásica, permitiendo la obtención de expresiones analíticas sencillas para varios parámetros de interés.

Las conclusiones más interesantes que se sacan de estudiar las leyes de NP son:

1) La LOS misil-blanco rota en un sólo sentido, en ausencia de maniobras del blanco, hasta llevar al misil a colisión en el momento de encuentro, sin necesidad de que el alcance sea trasero.

2) Si la velocidad del misil es menor o igual que la del blanco, $K = v_m/v_b \leq 1$, la colisión es posible bajo la restricción

$$\delta_b \geq \pi - \text{arcsen}(K)$$

que equivale a ataques frontales o laterales, ya que el caso límite se corresponde con $K = 1$ y $\delta_b \geq \pi/2$.

3) Si se trabaja con capacidad de maniobra limitada, para que haya alcance tiene que cumplirse que $\lim_{r\to 0}[a_{bn}\cos(\delta_b) - a_{bt}\text{sen}(\delta_b) + a_{mt}\text{sen}(\delta_m)] \propto r^n\dot{r}$ con $n \geq 0$ y que o bien $\alpha > 2$ (caso de navegación proporcional verdadera), o bien A satisfaga alguna de las siguientes restricciones (caso de navegación proporcional clásica) según el tipo de ataque que se tenga

$A > 2(1 - 1/K)$	Ataque trasero.
$A > 2$	Ataque lateral.
$A > 2(1 + 1/K)$	Ataque frontal.

4) En el caso de que el blanco maniobre, con un lanzamiento perfecto, la máxima a_{mn} se produce en el momento del impacto. Si su valor supera el máximo admisible, el misil maniobra con el máximo permitido y la distancia de paso deja de anularse. Para el caso de la navegación proporcional verdadera debe cumplirse que $a_{mn}/a_{bn} \geq \alpha/(\alpha - 2)$. La maniobrabilidad (el a_{mn} requerido) frente a maniobras del blanco decrece con α creciente.

5) En el caso de que haya un error de lanzamiento, con blanco que no efectúe maniobras, la máxima a_{mn} se produce en el momento del lanzamiento. Si su valor supera el máximo admisible, el misil maniobra al máximo permitido hasta que el requerimiento de maniobra sea menor que dicho máximo. Si en ese instante el tiempo de vuelo es inferior al tiempo de colisión, el impacto será todavía posible. En caso contrario, la distancia de paso habrá sido no nula. Para la navegación proporcional verdadera la maniobrabilidad requerida para compensar errores de lanzamiento crece conforme α lo hace.

4.5. Ley de alineamiento.

Del estudio de la trayectoria en este caso, suponiendo que el puesto de tiro se mantiene fijo [6], las conclusiones más interesantes son:

1) Condición de alineamiento. El misil y el blanco están situados sobre una línea recta con origen en el puesto de tiro y cuyo movimiento es de rotación en torno al origen con velocidad angular $\dot{\eta}$. Sus movimientos se pueden descomponer en la suma de un movimiento de rotación al unísono con la LOS tiro-blanco (con velocidad lineal perpendicular a la LOS) para garantizar que el misil y el blanco se mantengan alineados, más un deslizamiento a lo largo de la LOS tiro-blanco (con velocidad lineal paralela a la LOS) para garantizar que la distancia entre ambos disminuya y haya impacto.

   La componente de rotación quedará para el misil: $\dot{\eta}r_m = v_m\text{sen}(\delta_m)$ y para el blanco: $\dot{\eta}r_b = v_b\text{sen}(\delta_b)$. Despejando $\dot{\eta}$ e igualando, se obtiene

$$\text{sen}(\delta_m) = \frac{r_m}{r_b}\frac{v_b}{v_m}\text{sen}(\delta_b)$$

[6] En los misiles AAM, el puesto de tiro se mueve.

que en el punto de impacto, $r_m = r_b$, se reduce a la condición de impacto (17).

El análisis de las componentes paralelas a la LOS conduce a

$$v_m \cos(\delta_m) > v_b \cos(\delta_b)$$

como condición necesaria para que el misil alcance al blanco, que coincide con la condición de encuentro, desigualdad (16).

2) Aceleración normal si el blanco puede efectuar maniobras de evasión con a_{bn} no nula pero con v_b constante, es decir $a_{bt} = 0$

$$a_{mn} = \frac{r_m \cos(\delta_b)}{r_b \cos(\delta_m)} a_{bn} - \frac{2 v_m v_b}{r_b} \frac{\text{sen}(\delta_b - \delta_m)}{\cos(\delta_m)}$$

de donde se puede deducir que interesa realizar el lanzamiento con r_b grande para minimizar las aceleraciones normales necesarias y éstas no se anulan aun cuando no haya maniobra del blanco, $a_{bn} = 0$.

3) Si $K > 1$ el encuentro es posible con cualquier ataque, ya que $|\text{sen}(\delta_{mf})| < |\text{sen}(\delta_{bf})| \leq 1$.

4) Si $K \leq 1$ sólo es posible el ataque frontal, ya que deberá cumplirse: $|\text{sen}(\delta_{bf})| \leq K$. Esto último también sería compatible con el ataque trasero; pero, en ese caso, $v_m < v_b$ implica que $v_r > 0$ y el encuentro no es posible.

5) Con capacidad de maniobra limitada, se debe cumplir que $|\delta_m| \neq \pi/2$. Con $K > 1$ esto siempre es posible. Con $K = 1$, la aceleración diverge sólo para $\delta_{bf} = \pi/2$. Con $K < 1$, la aceleración diverge cuando $\text{sen}(\delta_{bf}) = K$, por lo que $|\text{sen}(\delta_{bf})| < K$. Nótese que, en el punto anterior, antes de considerar la capacidad de maniobra, no se había restringido el caso de la igualdad.

4.6. Ley de colisión.

Una trayectoria de colisión satisface las ecuaciones generales para el momento de la colisión (16), (17) y (18) en todo instante. Por lo que el ataque trasero sólo será posible si $v_m > v_b$; mientras que los ataques lateral y frontal no tienen esa limitación.

Algunos puntos de interés sobre esta ley:

1) En ausencia del maniobra por parte del blanco, el misil tampoco realiza ninguna maniobra, su trayectoria es rectilínea con velocidad constante.

2) Si el blanco realiza una maniobra, la respuesta del misil deberá satisfacer $a_{mn} \geq a_{bn}$.

3) El control se realiza o bien mediante una ley de guía del tipo

$$a_{mn} = k(\int \dot{\eta}\, dt - \eta_0)$$

que busca satisfacer $\eta = \eta_0$, o bien mediante una ley de guía del tipo

$$a_{mn} = k v_r \text{sen}(\theta)/r$$

donde θ es el ángulo entre la velocidad relativa misil-blanco y la LOS y se ha partido de la expresión (8) para obtener $\dot{\eta} = v_r \operatorname{sen}(\theta)/r$ y se aproxima la ley de colisión mediante una NP.

En todo caso, la constante k ha de ser grande ya que la ley de colisión equivale a la de navegación proporcional cuando $A \to \infty$. Esto tiene el problema de que los posibles errores que se cometan también van multiplicados por una constante grande.

4.7. Leyes optimales.

Las leyes vistas hasta ahora son leyes básicas cuya única finalidad es garantizar el encuentro entre misil y blanco. Sin embargo, también existen leyes que pretenden optimizar diversos parámetros sometidos a una serie de restricciones, son las leyes optimales. Normalmente se trata de minimizar: el tiempo de vuelo (seguridad frente a contramedidas), la distancia de paso misil-blanco (eficacia del misil durante la fase terminal, dejar al misil al final del curso medio en condiciones de necesitar menor maniobrabilidad final) y la energía consumida por el misil (alcance). No siempre es posible minimizar todos los parámetros simultáneamente.

Durante la fase terminal, normalmente, sólo se buscaría o bien minimizar la distancia de paso, o bien minimizar simultáneamente la energía y la distancia de paso.

En la fase de medio curso hay más libertad y lo que se suele intentar es minimizar o bien la energía y el tiempo de vuelo, o bien la energía y la distancia de paso.

5. Comparación entre leyes de guiado.

La persecución sólo permite ataques traseros y exige mayores aceleraciones normales. Sin embargo, el equipo que necesita es más sencillo: no hace falta que el misil establezca ninguna referencia inercial, simplemente trata de alinear el misil con la LOS que en cada momento tenga éste sobre el objetivo. No exige la intervención del puesto de tiro. Se suele utilizar en sistemas con autoguiado directo y con teleguiado indirecto para ataques traseros contra blancos con poca maniobrabilidad.

La navegación proporcional permite todo tipo de ataques (trasero, frontal y lateral), con buena capacidad de maniobra; pero requiere más equipo a bordo ya que el misil ha de determinar una referencia inercial con respecto a la que medir velocidades angulares. No exige la intervención del puesto de tiro. Se suele utilizar en sistemas con autoguiado directo y con teleguiado indirecto cuando el blanco tiene gran movilidad.

El alineamiento tiene un mejor reparto de la aceleración que la persecución, pero peor que la navegación proporcional. Es más adecuado su uso en ataques frontales y traseros que laterales y contra blancos sin gran maniobrabilidad, aunque sin tantas limitaciones como en el caso de la persecución. También se puede emplear durante la fase de medio curso en un sistema de tipo mixto que pase a detectar el blanco desde el misil en la fase terminal; aunque, con respecto a esto último, hay que tener en cuenta que el alineamiento no deja al misil en estado de colisión al comienzo de la fase terminal. No exige la colocación de equipos de detección en el misil, lo que abarata los costes. Por definición, exige la intervención del puesto de tiro. Se emplea en teleguiados directos de tipo CLOS y autoguiados indirectos por haz (LOSBR). Los sistemas teleguiados directos de tipo COLOS no están restringidos al uso de la ley de alineamiento.

La colisión permite minimizar la aceleración normal del misil a la vez que la realización de ataques en todas las direcciones. Sin embargo, requiere de gran sensibilidad en los equipos de medida y de

una gran capacidad para filtrar el ruido que acompaña a las señales: intenta que $\dot{\eta} = 0$, lo que se corresponde con una señal idealmente nula; mientras que la navegación proporcional puede trabajar con valores mayores de $\dot{\eta}$ con mejor relación señal-ruido. Al final, los tiempos de respuesta de los sensores necesarios para la obtención de una medida fiable acaban siendo superiores a lo admisible frente a blancos de alta maniobrabilidad que requieren un cálculo rápido de las órdenes de guía.

Esto imposibilita en la práctica su uso durante la fase terminal; sin embargo, es una ley muy apropiada para la fase de medio curso, cuando las maniobras requeridas son suaves y lo que importa es dejar al misil en un estado próximo a la colisión cuando comience la fase terminal. No exige la intervención del puesto de tiro. Como aproximación teórica, vuelve a ser interesante su estudio como caso límite al que tienden las demás leyes en el instante de la colisión.

Las leyes optimales requieren grandes volúmenes de cálculo para hacerse efectivas. Asimismo, su uso implica la necesidad de filtrar las medidas realizadas para separar la señal del ruido.

6. Bucles de guiado simplificados.

Puesto que las leyes de persecución y de colisión se pueden considerar como casos particulares de la navegación proporcional, sólo se considerarán bucles de guiado completos en el espacio de Laplace para la ley de alineamiento y la de navegación proporcional.

En el caso de que se tenga una ley de alineamiento, supóngase que el detector mide la posición del blanco y del misil con respecto a un sistema de referencia alineado con la LOS tiro-blanco obtenida en la medición anterior. Llamando ε al ángulo entre la LOS tiro-misil y la LOS tiro-blanco obtenidas con la nueva medición, se cumplirá que la separación en perpendicular entre la posición del misil y la nueva LOS tiro-blanco vendrá dada por

$$r_m \operatorname{sen}(\varepsilon) \approx r_m \varepsilon = y_{m,vieja} - \frac{r_m y_{b,vieja}}{r_b}$$

donde el subíndice *vieja* hace referencia a que se trataría de las coordenadas perpendiculares a la LOS tiro-blanco previa, el sistema de referencia empleado, de las posiciones nuevas del misil y del blanco; con distancias r_m y r_b igualmente actualizadas. También se ha supuesto que tanto ε como los ángulos de las nuevas LOS con respecto a la antigua LOS tiro-blanco son lo bastante pequeños como para que las funciones seno sean aproximables por su argumento en radianes.

Cabe reseñar que la expresión previa da el error a corregir basándose en las coordenadas obtenidas a través de la integración temporal de las sucesivas maniobras ejecutadas tanto por el misil como por el blanco (sus trayectorias). Sin embargo, en muchos casos los medidores únicamente son capaces de determinar variables angulares; en este caso ε y se necesitaría algún medio adicional de determinar la distancia entre el puesto de tiro y el misil, por ejemplo: equipándolo con una radiobaliza o con un radar de seguimiento del misil, para calcular r_m. El sistema internamente no operaría con las coordenadas del misil y del blanco, sino con las mediciones de ε y r_m; aunque éstas, en última instancia, están cambiando debido a los cambios en las trayectorias inducidos por las maniobras ejecutadas.

En cualquier caso, esa separación con el signo cambiado es el error que ha de corregir el sistema de guiado para asegurar que se cumple una ley de alineamiento. Para ello, multiplica el error por una ganancia K para obtener la aceleración ordenada que se pasa al bucle de control. La realimentación entra a través de las coordenadas del misil, lo que equivale a una doble integración de la aceleración

ejecutada: una función $H(s) = 1/s^2$ realimentando; aunque esas coordenadas no sean medibles directamente, sí que lo es su efecto sobre ε y r_m que son las variables finalmente empleadas por el elaborador de órdenes. Al analizar el sistema, se encuentra en una situación muy próxima a volverse inestable [7] y, para mejorar la estabilidad, la señal de error pasa por una red correctora antes de multiplicarla por la ganancia. Esa red correctora tiene, a su vez, tres etapas: un avance de fase para mejorar la estabilidad, un control integral para disminuir la amplitud de las oscilaciones inducidas por el avance de fase y un filtro de ruido "pasa baja" que elimina todas las oscilaciones de frecuencia un poco mayor que la de operación del bucle de control. Como resultado, se resiente la rapidez de la respuesta del sistema global que no resulta apropiado para la fase final del vuelo de un misil que persiga a un blanco muy móvil.

En el caso de que se tenga una ley de navegación proporcional, en lugar de la LOS tiro-blanco considérese la LOS misil-blanco. Ahora, la variable relevante es el ángulo que la posición nueva del blanco forma con respecto a un eje paralelo a la LOS previa que pase por la posición nueva del misil. Ese ángulo se puede estimar, a partir de la variable física posición obtenida como resultado de la integración de las trayectorias previas, como

$$\text{sen}(\varepsilon) \approx \varepsilon = (y_{b,vieja} - y_{m,vieja})/r$$

y se corresponde con el cambio del ángulo de la nueva LOS misil-blanco, con respecto a la antigua; es decir $\Delta\eta$ en un Δt. Ahora bien, el medidor en muchas ocasiones no es capaz de medir directamente coordenadas sino únicamente los efectos que ese cambio en las coordenadas producen sobre una variable angular. En el caso de la navegación proporcional interesa medir la derivada temporal de $\varepsilon = \Delta\eta$ lo que, en el espacio de Laplace, equivale a multiplicar por s para, a continuación, multiplicar el valor obtenido por una ganancia Av_m y obtener el valor de la aceleración ordenada. La realimentación depende de las nuevas coordenadas del misil, lo que equivale a una doble integración y a una función $H(s) = 1/s^2$; aunque luego no se mida esa realimentación de modo directo, sí que se mide su efecto en la modificación del valor de η. Cuando se tienen en cuenta medidores reales, no se es capaz de determinar exactamente ηs; en su lugar se mide $\eta s/Z_a(s)$ donde $Z_a(s) = 1+s/K+T_{ad}s^2/K$ es la función de transferencia del autodirector [8] y los datos de K y T_{ad} han de ser suministrados por el fabricante. En cualquier caso, en comparación con el alineamiento, lo determinante es que aparece en el numerador un factor s que se cancela con una de las s que aparecen dividiendo en la realimentación y, como resultado, el comportamiento para hacer frente a blancos móviles resulta mucho mejor.

Referencias

ACART-VA-011 (2009). *ACART-VA-011. Unidad didáctica II. Sistemas de guía y control*. MADOC. Ministerio de Defensa, Biblioteca virtual del MADOC.

Cucharero, F. (1995). *Guiado y control de misiles*. Ministerio de Defensa, Madrid.

[7] Idealmente se comportaría como un oscilador armónico de estabilidad neutra.

[8] Normalmente un sensor cuyo eje gira con respecto al misil, para apuntar hacia el blanco.