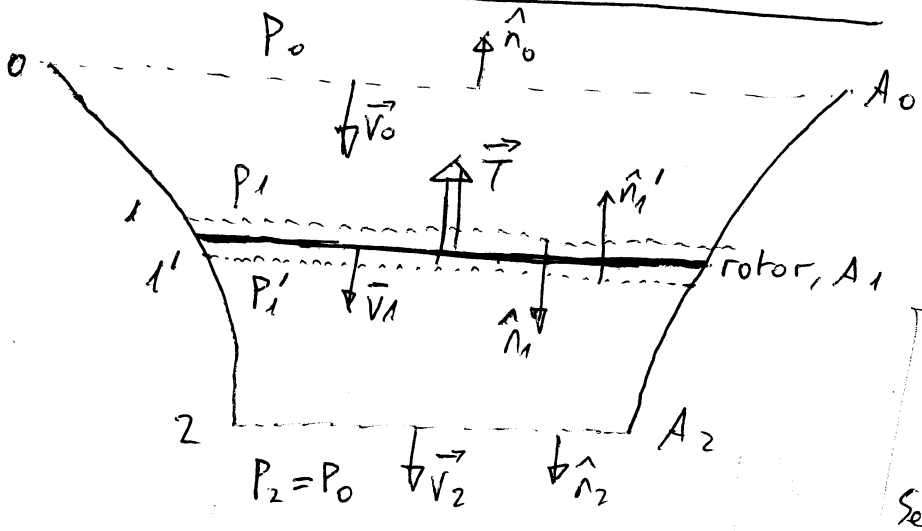
Configuración de vuelo axial normal.



Régimen estacionario con líneas de corriente regulares.

Sobre las caras laterales no hay flujo y se puede prescindir de su estudio (se toman tubos de corriente). Sentido positivo, el del flujo, en este caso hacia abajo.

Ecuación de continuidad, régimen estacionario:

$$\oint_{S_c} \rho \vec{V} \cdot \hat{n}\, dS = 0$$

Volumen $0 \leftrightarrow 1$: $-\rho_0 V_0 A_0 + \rho_1 V_1 A_1 = 0$

Volumen $1' \leftrightarrow 2$: $-\rho_{1'} V_{1'} A_{1'} + \rho_2 V_2 A_2 = 0$

Volumen $1 \leftrightarrow 1'$: $-\rho_1 V_1 A_1 + \rho_{1'} V_{1'} A_{1'} = 0$
(normales hacia fuera de los volúmenes)

$\vec{V}_0$ ≡ velocidad de subida del helicóptero con respecto a atmósfera en reposo. Desde la referencia del helicóptero chorro hacia abajo con $\vec{V}_0$. Es la velocidad ascensional del rotor, con signo cambiado (la del chorro).

$\vec{V}_1$ ≡ velocidad inducida sobre el fluido que atraviesa el rotor.

$\vec{V}_2$ ≡ velocidad en la estela aguas abajo.

En helicópteros típicos, las velocidades en vertical cumplen que su número de Mach, Ma, es menor que 0,3 por lo que tiene sentido suponer flujo incompresible. $\rho_0 = \rho_1 = \rho_{1'} = \rho_2 = \rho$

Además: $A_1 = A_{1'} = A_{rotor}$ (1 y 1' inmediatamente por encima y por debajo del rotor).

Así que: $\rho_0 V_0 A_0 = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_{1'} V_{1'} A_1 = \rho_2 V_2 A_2$

Por lo tanto: $\boxed{V_{1'} = V_1}$ No hay discontinuidad de velocidad en el rotor

$\boxed{G = \rho_0 V_0 A_0 = \rho_0 V_1 A_1 = \rho_0 V_2 A_2}$ Gasto másico

$\boxed{Q = A_0 V_0 = A_1 V_1 = A_2 V_2}$ Caudal

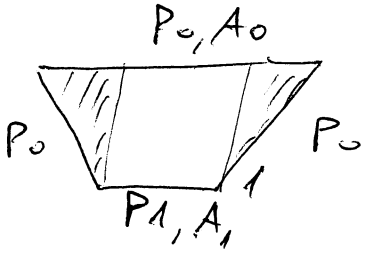
Segunda ley de Newton en régimen estacionario, sin efectos viscosos:

$$\oint_{S_c} \rho \vec{v}\,(\vec{v}\cdot\hat{n})\,dS = -\oint_{S_c} p\hat{n}\,dS$$

$P \equiv$ presiones exteriores sobre las caras de los volúmenes de control. Atmosféricas y debidas al rotor. La presión atmosférica se supone uniforme. Sus posibles variaciones con la altura son las responsables del "empuje de Arquímedes" que, en Aerodinámica, suponen correcciones del orden de la milésima sobre el valor del peso de la aeronave, a lo sumo. Luego: $P_0 = P_2 = P_{atm}$

El rotor provoca que $P_1 \neq P_{1'}$ (hay discontinuidad en presiones)

Volumen $0 \leftrightarrow 1$



Sobre la zona rayada se tiene P_0 por arriba y P_0 por las caras laterales cuya proyección cubre el anillo entre A_1 y $A_0 \Rightarrow$ fuerza neta nula.

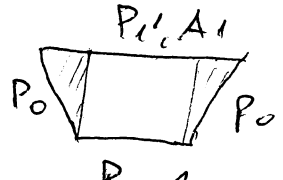
En la zona central, A_1, se tiene P_0 por un lado y P_1 por el otro $\Rightarrow$ sí que hay fuerza neta.

2ª ley de Newton:

$$-\rho V_0^2 A_0 \hat{e}_z + \rho V_1^2 A \hat{e}_z = (P_0 - P_1) A_1 \hat{e}_z$$

$$\boxed{G(V_1 - V_0)\hat{e}_z = (P_0 - P_1) A_1 \hat{e}_z}$$

Volumen $1' \leftrightarrow 2$



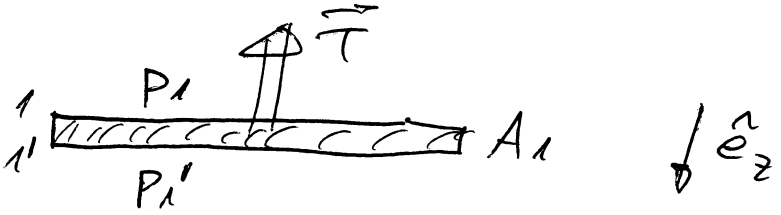
Ahora sobre todo el área A_1, tanto rayada como no, se tiene $P_{1'}$ por un lado y P_0 por el otro (aunque sea como proyección de componente lateral).

2ª ley de Newton:

$$-\rho V_1^2 A_1 \hat{e}_z + \rho V_2^2 A_2 \hat{e}_z = (P_1' - P_0) A_1 \hat{e}_z$$

$$\boxed{G(V_2 - V_1)\hat{e}_z = (P_1' - P_0) A_1 \hat{e}_z}$$

Estudio sobre el rotor.



$\vec{T} \equiv$ Fuerza resultante $= P_1 A_1 \hat{e}_z - P_{1'} A_1 \hat{e}_z$

$$\boxed{\vec{T} = (P_1 - P_{1'}) A_1 \hat{e}_z}$$

$P_{1'} > P_1 \Rightarrow T$ apunta hacia arriba, negativa con este criterio (el del flujo)

$$\vec{T} = -T\hat{e}_z = (P_1 - P_{1'}) A_1 \hat{e}_z$$

Resumiendo el estudio de la segunda ley de Newton.

$$G(V_1 - V_0) = (P_0 - P_1) A_1$$
$$G(V_2 - V_1) = (P_{1'} - P_0) A_1$$
$$T = (P_{1'} - P_1) A_1$$

$$\boxed{T = G(V_2 - V_0)}$$

$$\boxed{\vec{T} = -T\hat{e}_z}$$

$\vec{T}$ = tracción ejercida sobre el rotor.

Por acción-reacción $\leftarrow \vec{T} = +T\hat{e}_z$ fuerza suministrada al chorro de fluido.

Primera ley de la termodinámica, régimen estacionario, incompresible y sin efectos viscosos.

Bernouilli incompresible entre 0 y 1 por un lado y entre 1' y 2 por el otro. Entre 1 y 1', el rotor puede cambiar el valor de la constante de Bernouilli (hace trabajo sobre el fluido).

Potencia suministrada por el rotor al fluido.

$$\boxed{Pot = \vec{F}_{fluido} \cdot \vec{V}_{fluido} = +T\hat{e}_z \cdot V_1 \hat{e}_z}$$ transmisión en el rotor

$$\boxed{Pot = T V_1}$$ Potencia cedida por el rotor al fluido.

Bernouilli en $0 \leftrightarrow 1$: $\frac{1}{2}\rho V_0^2 + P_0 = \frac{1}{2}\rho V_1^2 + P_1$

Bernouilli en $1' \leftrightarrow 2$: $\frac{1}{2}\rho V_1'^2 + P_1' = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + P_0$

Se ha aplicado que $P_2 = P_0$, $V_1 = V_{1'}$ y densidad uniforme.

Restando ambas expresiones de Bernouilli

$$\frac{1}{2}\rho V_2^2 - \frac{1}{2}\rho V_0^2 = P_{1'} - P_1$$

Luego: $P_{ot} = T V_1 = (P_{1'} - P_1) A_1 V_1 = \left(\frac{1}{2}\rho V_2^2 - \frac{1}{2}\rho V_0^2\right) A_1 V_1$

$$P_{ot} = G\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}\right) = G(V_2 - V_0)\frac{V_2 + V_0}{2} = \frac{1}{2}\rho A_2 V_2^3 - \frac{1}{2}\rho A_0 V_0^3$$

Por otro lado: $P_{ot} = T V_1 = G(V_2 - V_0) V_1$

Así que: $V_1 = \frac{V_2 + V_0}{2} \Rightarrow V_2 = 2V_1 - V_0$

$$V_2 - V_1 = V_1 - V_0$$

$$V_2 - V_0 = 2(V_1 - V_0)$$

Teorema de Froude - Finsterwalder

Suponiendo $V_0 \equiv cte$ (vuelo ascendente a velocidad constante)

(tracción) $T = W$ (peso)

Rotor de radio $R \Rightarrow A_1 = \pi R^2$

$$T = G(V_2 - V_0) \overset{\text{teorema de Froude-Finsterwalder}}{=} 2G(V_1 - V_0) = 2\rho A_1 V_1 (V_1 - V_0) = W$$

$$V_1^2 - V_0 V_1 - \frac{1}{2}\frac{W}{\rho \pi R^2} = 0 \Rightarrow V_1 = \frac{V_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{V_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\frac{W}{\rho \pi R^2}}$$

La raíz negativa no se considera ya que $V_1 > V_0$ para que la tracción apunte hacia arriba.

$P_{ot} = T V_1 = T V_0 + T(V_1 - V_0) = W V_0 + T(V_1 - V_0)$

- $W V_0$: Potencia asensional, el rotor gana energía potencial gravitatoria con V_0
- $T(V_1 - V_0)$: Potencia inducida, el flujo gana energía cinética con este término

En vuelo a punto fijo, sólo cambia que $V_0 = 0$

$$G = \rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2$$

Se supone que $A_0 \to \infty$ conforme $V_0 \to 0$

$$T = G V_2 = 2 G V_1$$

$V_2 - V_0 = 2(V_1 - V_0)$ con $V_0 = 0$

$V_2 = 2V_1$

$$Pot = T V_1 = 2 G V_1^2$$

$$W = T \qquad A_1 = \pi R^2$$

$$W = 2\rho\pi R^2 V_1^2$$

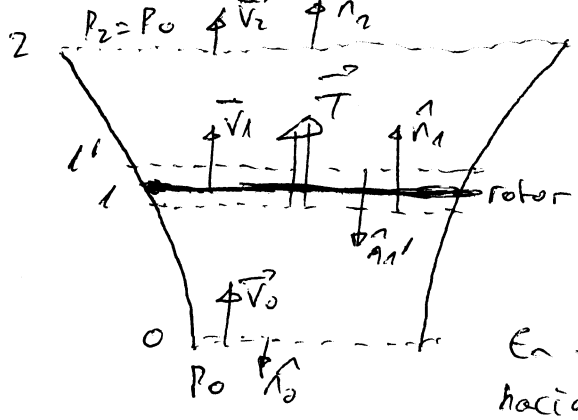
$$V_1 = \sqrt{\frac{W}{2\rho\pi R^2}} \qquad Pot = \sqrt{\frac{W^3}{2\rho\pi R^2}}$$

En realidad, el cálculo previo supone sólo un 60% de la potencia real suministrada por el rotor. Errores:

* Resistencia aerodinámica $\sim 30\%$
* Punta de pala $2\% \sim 4\%$
* Velocidades no uniformes $5\% \sim 7\%$
* Estela con energía cinética de rotación $2\% \sim 4\%$

Figura de mérito, $FM = \dfrac{\text{Potencia ideal vuelo a punto fijo}}{\text{Potencia real vuelo a punto fijo}}$

Configuración de vuelo **axial** de descenso en molinete frenante.



Muy similar al régimen normal, se ha invertido el sentido del flujo sobre el rotor. Este desciende respecto a atmósfera en reposo. En el sistema rotor, chorro de aire hacia arriba.

Los resultados son muy similares; pero teniendo en cuenta esa inversión de sentido.

$$G = \rho_0 V_0 A_0 = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

$$\vec{T} = T \hat{e}_z = G(V_0 - V_2)\,\hat{e}_z$$

sentido + hacia arriba; tracción sobre el rotor positiva

$$T = G(V_0 - V_2)$$

$V_0 > V_2$, el flujo se frena al atravesar el rotor

$$\vec{T} = T\hat{e}_z$$

$$\vec{F}_{Fluido} = -\vec{T} = -T\hat{e}_z$$

$$\vec{V}_{Fluido\ en\ rotor} = \vec{V}_1$$

$$Pot = -TV_1$$

Potencia suministrada por el fluido al rotor. Este actúa como aerogenerador.

El régimen de molinete frenante requiere que

$$V_0 > 2(V_0 - V_1)$$

$$2V_1 > V_0$$

El régimen de anillos torbellonarios tiene lugar para

$$(V_0 - V_1) > V_0 > 0$$

luego: $V_0 > 0$, $V_1 < 0$

Hay una inversión de velocidades medias sobre el rotor que se manifiesta en la aparición de torbellinos intensos

El régimen de estela turbulenta tiene lugar para

$$2(V_0 - V_1) \geq V_0 \geq V_0 - V_1$$

$V_0 \geq 2V_1$	$V_0 > 2V_1$
$0 > -V_1$	$0 < V_1$

Desaparece la inversión de velocidades medias; pero el frenado sobre el rotor es más intenso que en el caso del molinete descendente

Régimen de autorrotación ideal. axial.

Aparece en la transición entre anillos turbillonarios y estela turbulenta $\boxed{V_1 = 0}$ El flujo se frena completamente sobre el rotor, por lo tanto $\boxed{P_{ob} = 0}$ ni se suministra potencia al chorro, ni se absorbe.

Analogía con la caída libre de un disco plano de área igual a la del rotor, sujeto al peso y la resistencia aerodinámica.

Peso = Resistencia aerodinámica (caída a velocidad constante)

$$W = \frac{1}{2} \rho C_D V_0^2 A_1$$

$C_D = 1{,}28$ (experimental para discos planos en perpendicular al flujo)

$$\boxed{V_0 = \left(\frac{2W}{\rho C_D A_1} \right)^{1/2}}$$ velocidad límite de caída.

Por otra parte Peso ≡ Tracción a punto fijo

$$W = 2 \rho A_1 V_{1_{PFijo}}^2$$

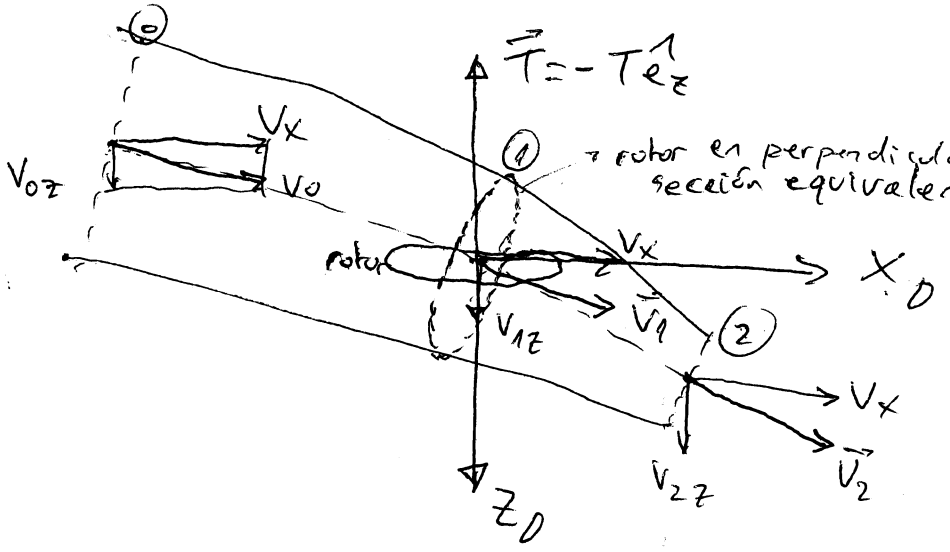
$$\boxed{V_0 = \frac{2}{C_D^{1/2}} V_{1_{PFijo}}}$$

$$\boxed{\frac{V_0}{V_{1_{PFijo}}} = 1{,}732}$$

Experimentalmente $V_0 > 1{,}732 V_{1_{P.Fijo}}$

Debido a pérdidas en punta de ala, resistencias aerodinámicas sobre el perfil de la pala y otros motivos.

Vuelo de avance. Modelo de Glauert.



$$G = \rho V_1 A_1$$

A_1 = Área sección equivalente = Área rotor en (1) $= \pi R^2$

$$G = \rho \pi R^2 V_1 = \rho \pi R^2 \sqrt{V_x^2 + V_{1z}^2}$$

$$T = G(V_{2z} - V_{0z}) = 2G(V_{1z} - V_{0z})$$

$$\vec{T} = -T\hat{e}_z$$

e_z ↓ positivo hacia abajo

$$T = \rho \pi R^2 (V_{2z} - V_{0z}) \sqrt{V_x^2 + V_{1z}^2}$$

$$T = 2\rho \pi R^2 (V_{1z} - V_{0z}) \sqrt{V_x^2 + V_{1z}^2}$$

$$Pot = \underbrace{+}_{\text{signo + Fuerza sobre fluido, no sobre rotor}} T\hat{e}_z \cdot (V_x \hat{e}_x + V_{1z}\hat{e}_z)$$

$$Pot = T V_{1z}$$

Vuelo equilibrado, velocidad constante, $T = W = 2\rho \pi R^2 V_{1z\,p.fijo}^2$

$Pot_{punto\ fijo} = W V_{1z\,p.fijo}$

Comparar con vuelo a punto fijo como "patrón"!

$$\frac{V_{1z} - V_{0z}}{V_{1z\,p.fijo}} \sqrt{\left(\frac{V_x}{V_{1z\,p.fijo}}\right)^2 + \left(\frac{V_{1z}}{V_{1z\,p.fijo}}\right)^2} = 1$$

$$\frac{Pot}{Pot_{punto\ fijo}} = \frac{V_{1z}}{V_{1z\,p.fijo}}$$

$$\frac{V_{iz} - V_{oz}}{V_{iz,P\,fijo}} + \sqrt{\left(\frac{V_x}{V_{iz,P\,fijo}}\right)^2 + \left(\frac{V_{oz}}{V_{iz,P\,fijo}} + \frac{V_{iz} - V_{oz}}{V_{iz,P\,fijo}}\right)^2} = 1$$

Ecuación paramétrica. En función de los parámetros de velocidad de entrada del chorro de aire $\left(\frac{V_x}{V_{iz,P\,fijo}}, \frac{V_{oz}}{V_{iz,P\,fijo}}\right)$ permite despejar el incremento en la velocidad vertical del chorro de aire, debido al rotor, necesario para mantener un vuelo de avance equilibrado ($W = T$).

Según los valores de los parámetros, pueden surgir soluciones múltiples. Eso indica un fallo de la teoría asociado a la aparición de anillos torbellonarios, peligrosos para el vuelo. El problema es, en realidad, más grave de lo predicho con el modelo de Glauert.

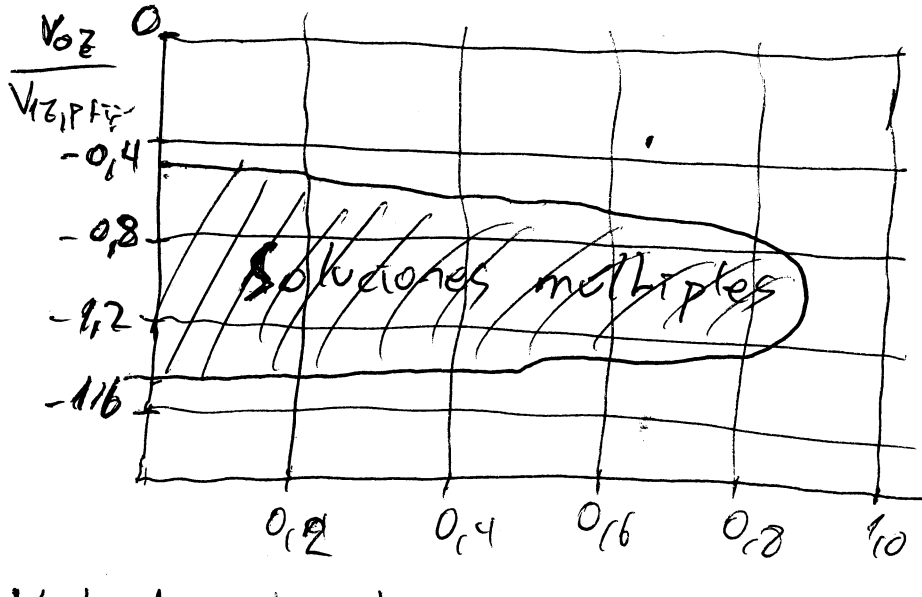


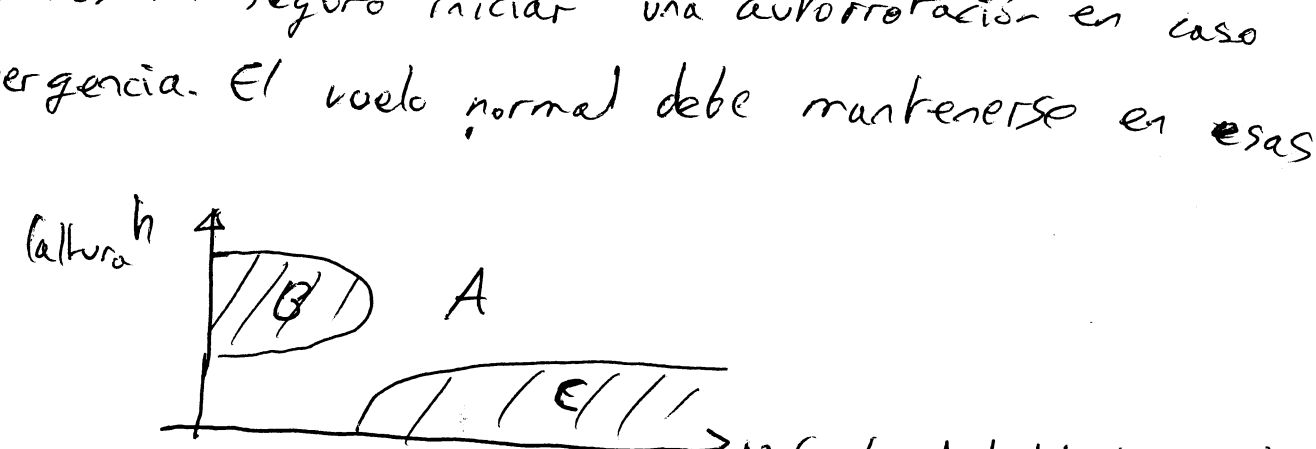
Diagrama típico que indica rangos de velocidades peligrosas por la formación de anillos torbellonarios, en vuelos descendentes.

Vuelo de autorrotación en avance.

El descenso de autorrotación combinada con avance da lugar a velocidades de descenso del orden de la mitad que la autorrotación axial. Más seguro; pero requiere de una zona libre de obstáculos para aterrizar.

La maniobra típica requiere ajustar el colectivo para descender a velocidad constante ($T = W$) con un incremento final del colectivo que, por un lado disminuye la velocidad de descenso, pero por el otro incrementa el frenado aerodinámico del rotor con el peligro de que se pierda la tracción si éste se frena demasiado. Además la aeronave bascula en cabeceo de modo que la cola se inclina hacia abajo (riesgo de colisión de la cola con el suelo).

En el diagrama de autorrotación o "curva del hombre muerto" se indican las zonas de altura y velocidad desde las que resulta seguro iniciar una autorrotación en caso de emergencia. El vuelo normal debe mantenerse en esas zonas.



Zona A segura

Zona B (baja velocidad, altura intermedia): no da tiempo a ejecutar la maniobra de autorrotación. Insegura.

Zona C (alta velocidad, baja altura): riesgo de colisión de la cola con el suelo en autorrotación. Insegura.