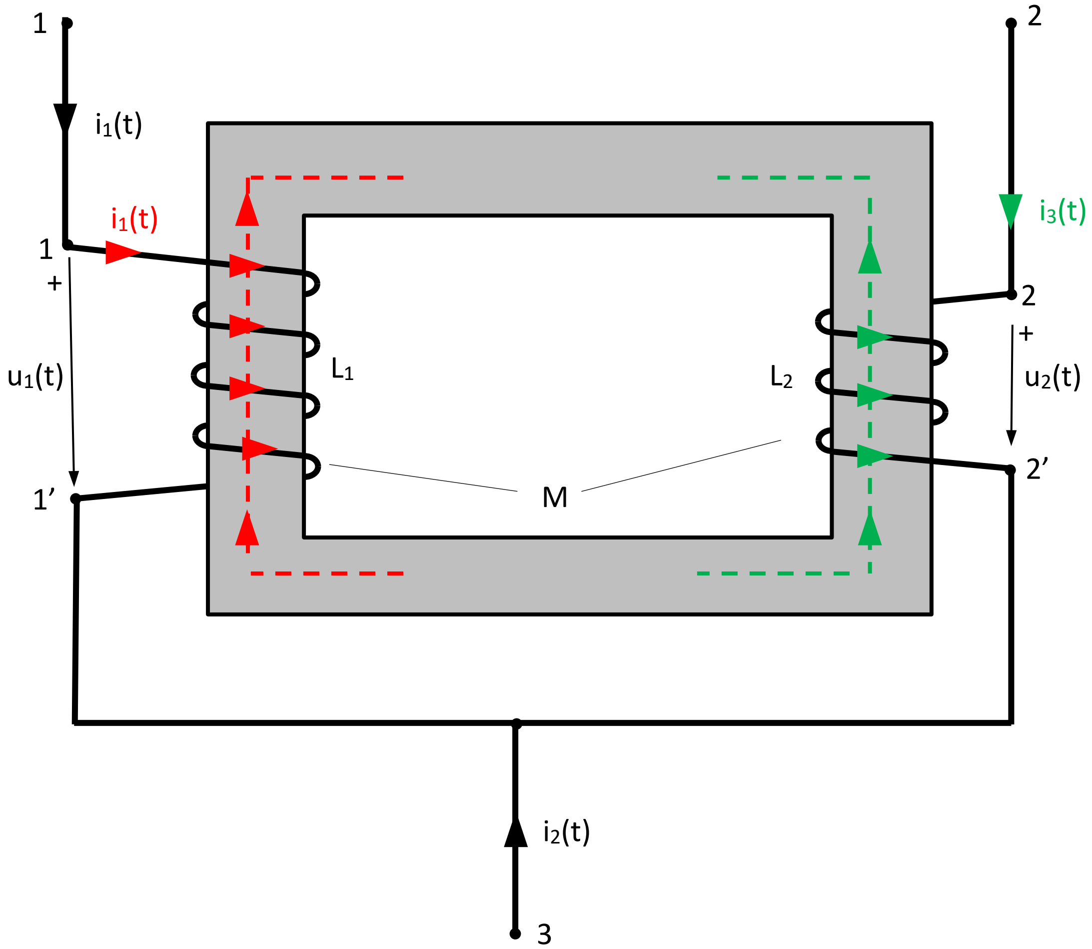
Prueba 1. Curso 2021/22

SOLUCIÓN:

Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1, L_2 y M, se conectan tal y como se muestra en la figura.

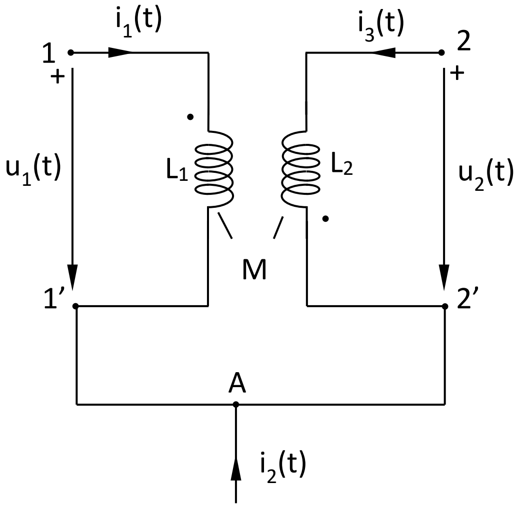
a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.



Si la intensidad $i_1(t)$ entra por el terminal 1 de la bobina 1, crea una línea de campo magnético con sentido horario (regla de la mano derecha). Si la intensidad $i_3(t)$ entra por el terminal 2 de la bobina 2, crea una línea de campo magnético con sentido antihorario. Por lo tanto, al tener las líneas de campo creadas por esas dos intensidades entrando por los terminales 1 y 2 sentidos contrarios, se deduce que *los terminales 1 y 2 NO SON CORRESPONDIENTES*, luego **SON CORRESPONDIENTES los terminales 1 y 2' y, también lo son, los terminales 1' y 2**.

b) Para las referencias indicadas en la figura, escribir las ecuaciones de las tensiones $u_1(t)$ y $u_2(t)$ en función de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$ y de los parámetros de ambas bobinas.

Si se dibujan las bobinas en representación plana, se tiene:



Para las referencias indicadas en la figura, y los terminales correspondientes determinados anteriormente, las ecuaciones de definición de estas dos boinas acopladas son:

$$u_1(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_3(t)}{dt}$$
$$u_2(t) = +L_2 \frac{di_3(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt}$$

Se pide que las tensiones $u_1(t)$ y $u_2(t)$ se expresen en función de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$. Para conseguir esto hay que aplicar la LKI al nudo A, y se tiene que:

$$i_3(t) = -i_1(t) - i_2(t) \Rightarrow \frac{di_3(t)}{dt} = -\frac{di_1(t)}{dt} - \frac{di_2(t)}{dt}$$

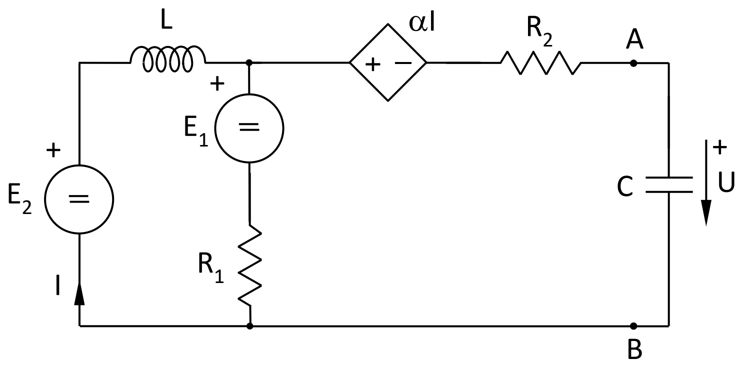
Sustituyendo esta relación en las ecuaciones de definición, éstas quedan:

$$u_1(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M\left(-\frac{di_1(t)}{dt} - \frac{di_2(t)}{dt}\right) = \left(L_1 + M\right)\frac{di_1(t)}{dt} + M\frac{di_2(t)}{dt}$$
$$u_2(t) = +L_2\left(-\frac{di_1(t)}{dt} - \frac{di_2(t)}{dt}\right) - M\frac{di_1(t)}{dt} = -\left(L_2 + M\right)\frac{di_1(t)}{dt} - L_2\frac{di_2(t)}{dt}$$

esto es:

$$u_1(t) = \left(L_1 + M\right)\frac{di_1(t)}{dt} + M\frac{di_2(t)}{dt}$$
$$u_2(t) = -\left(L_2 + M\right)\frac{di_1(t)}{dt} - L_2\frac{di_2(t)}{dt}$$

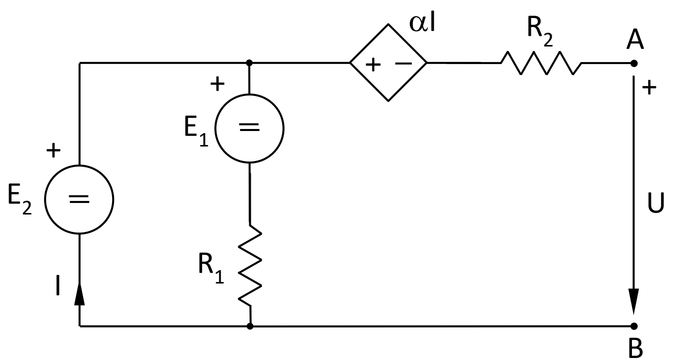
Cuestión 2: Dado el circuito de la figura, determinar el valor de la tensión U. Todas las fuentes del circuito son de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.



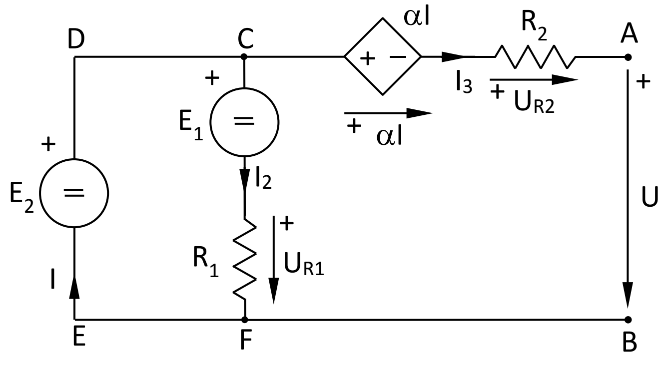
Se dice que $\begin{cases} \textit{fuentes} \text{ del circuito son de corriente continua} \\ \text{el circuito se encuentra en régimen estacionario} \end{cases}$, esto implica que:

$\begin{cases} \textit{Bobinas} \equiv \text{ cortocircuito} \\ \text{Condensadores } \equiv \text{ circuito abierto} \end{cases}$

Haciendo estas transformaciones en el circuito, éste queda:



Se ponen referencias en el circuito:



La tensión U, que es la tensión que se pide, se calcula aplicando la LKT a la trayectoria cerrada ACDEFBA:

$$-U_{R2} - \alpha I + E_2 - U = 0 \Rightarrow U = -U_{R2} - \alpha I + E_2$$

Como el dipolo está a circuito abierto, ocurre que:

$$I_3 = 0$$

y esto significa que:

$$I_2 = I \quad \text{y que:}$$
$$U_{R2} = 0$$

por lo tanto:

$$U = -\alpha I + E_2$$

Por otra parte, aplicando la LKT a la trayectoria cerrada CDEFC, se tiene que:

$$E_1 + U_{R1} - E_2 = 0$$

De la ecuación de definición de la resistencia R_1 se tiene que:

$$U_{R1} = R_1 I_2 = R_1 I$$

por lo que:

$$E_1 + R_1 I - E_2 = 0$$

y, entonces, la intensidad I vale:

$$I = \frac{E_2 - E_1}{R_1}$$

por lo que la tensión U se calcula:

$$U = -\alpha \frac{E_2 - E_1}{R_1} + E_2$$

o, lo que es lo mismo:

$$U = \frac{-\alpha E_2 + \alpha E_1 + R_1 E_2}{R_1} = \frac{\alpha E_1 - (\alpha - R_1) E_2}{R_1}$$

$$U = \frac{\alpha E_1 - (\alpha - R_1) E_2}{R_1}$$