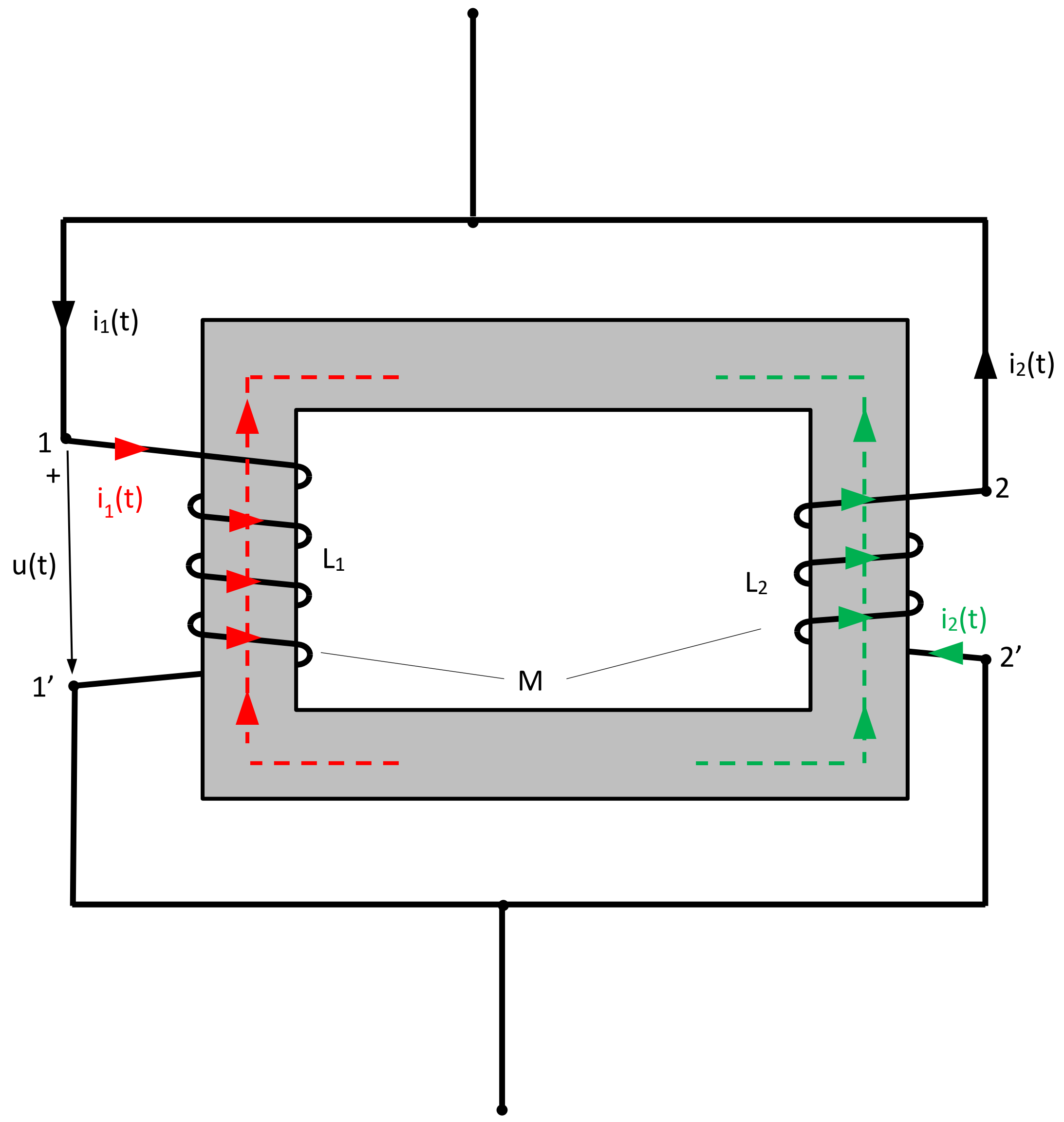
Prueba 1. Curso 2021/22

SOLUCIÓN:

Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1, L_2 y M, se conectan tal y como se muestra en la figura.

a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.

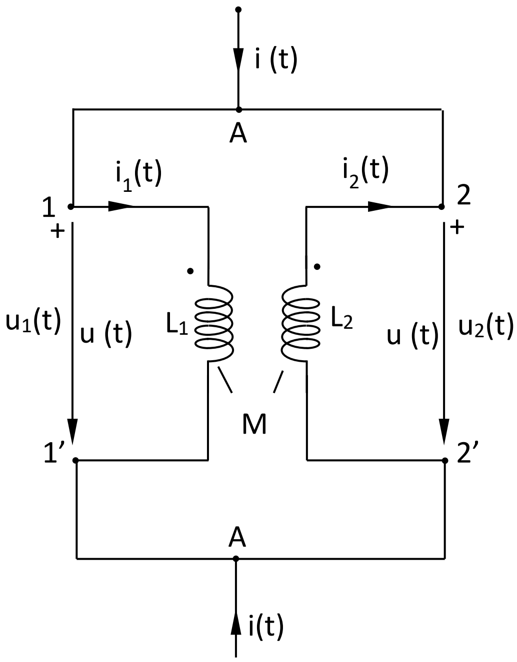


Si la intensidad $i_1(t)$ entra por el terminal 1 de la bobina 1, crea una línea de campo magnético con sentido horario (regla de la mano derecha). Si la intensidad $i_2(t)$ entra por el terminal 2' de la bobina 2, crea una línea de campo magnético con sentido antihorario. Por lo tanto, al tener las líneas de campo creadas por esas dos intensidades entrando por los terminales 1 y 2' distintos sentidos, se deduce que los terminales 1 y 2' NO SON CORRESPONDIENTES, Así pues,

SON TERMINALES CORRESPONDIENTES los terminales 1 y 2, como también lo son, por tanto, los terminales 1’ y 2’.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\dfrac{di_1(t)/dt}{di_2(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.

Si se dibujan las bobinas en representación plana, se tiene:



Para las referencias indicadas en la figura, y los terminales correspondientes determinados anteriormente, las ecuaciones de definición de estas dos boinas acopladas son:

$$u(t) = u_1(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt}$$
$$u(t) = u_2(t) = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

Como las dos bobinas están en paralelo, la tensión en bornes de ambas es la misma, por lo tanto, se ha de cumplir que:

$$u(t) = u_1(t) = u_2(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$
$$+L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

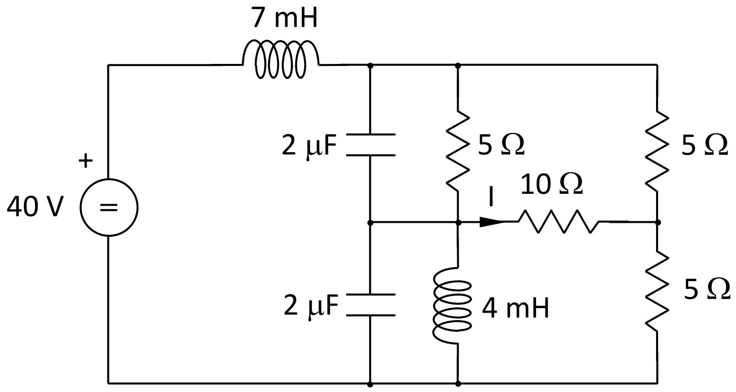
Agrupando términos:

$$+L_1\frac{di_1(t)}{dt}-M\frac{di_1(t)}{dt}=-L_2\frac{di_2(t)}{dt}+M\frac{di_2(t)}{dt}$$
$$(L_1-M)\frac{di_1(t)}{dt}=(M-L_2)\frac{di_2(t)}{dt}$$

Entonces:

$$\frac{\frac{di_1(t)}{dt}}{\frac{di_2(t)}{dt}}=\frac{M-L_2}{L_1-M}$$

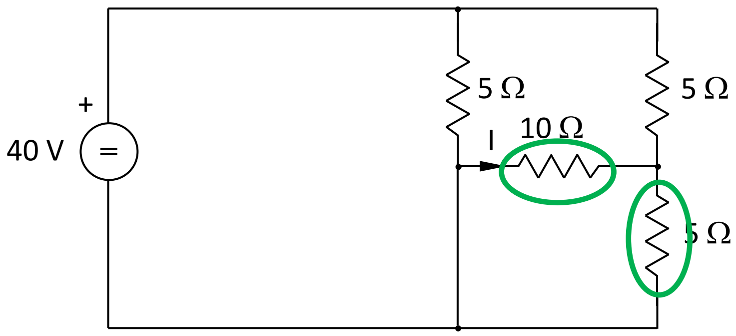
Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y la referencia indicada en él, determinar el valor de la intensidad I. La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.



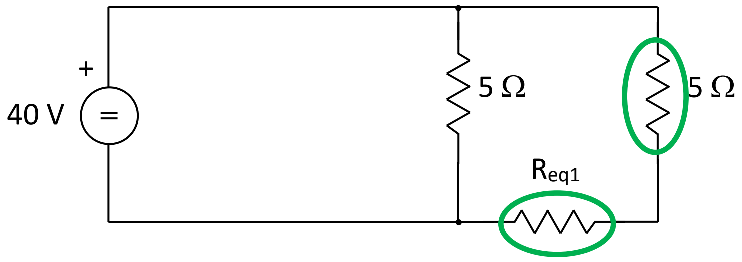
Se dice en el enunciado $\begin{cases}\textit{fuentes} \text{ del circuito son de corriente continua} \\ \text{el circuito se encuentra en régimen estacionario}\end{cases}$, esto implica que:

$$\begin{cases}\textit{Bobinas} \equiv \text{ cortocircuito} \\ \text{Condensadores } \equiv \text{ circuito abierto}\end{cases}$$

Haciendo estas transformaciones en el circuito queda:



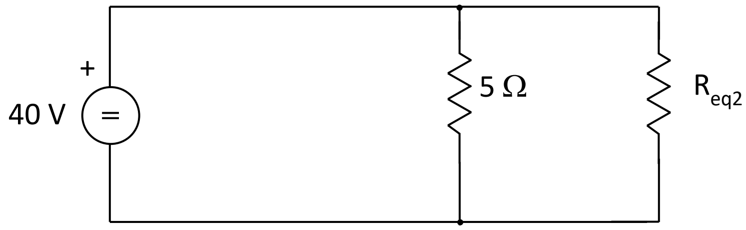
A la vista de este circuito está claro que las resistencias marcadas con un óvalo están en paralelo, ya que ambas tienen la misma tensión entre sus terminales. Agrupándolas se tiene que:



Y R_{eq1} vale:

$$\frac{1}{R_{eq1}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{5}\Rightarrow R_{eq1}=3{,}3333\,\Omega$$

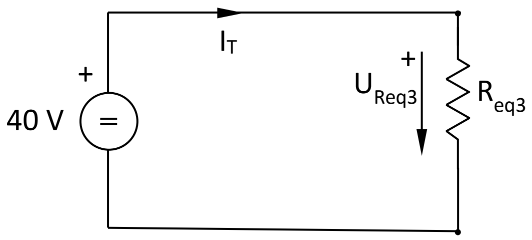
Las dos resistencias marcadas, están conectadas en serie ya que por ellas circula la misma intensidad. Agrupándolas queda:



y R_{eq2} vale:

$$R_{eq2}=3{,}3333+5\Rightarrow R_{eq2}=8{,}3333\,\Omega$$

La resistencia R_{eq2} está en paralelo con la resistencia de 5 Ω. Agrupándolas, el circuito queda:



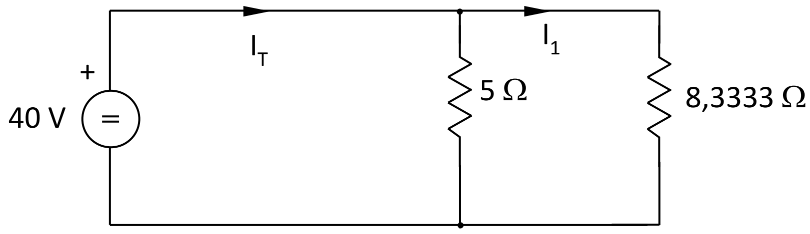
donde R_{eq3} vale:

$$\frac{1}{R_{eq3}}=\frac{1}{5}+\frac{1}{8{,}3333}\Rightarrow R_{eq3}=3{,}125\,\Omega$$

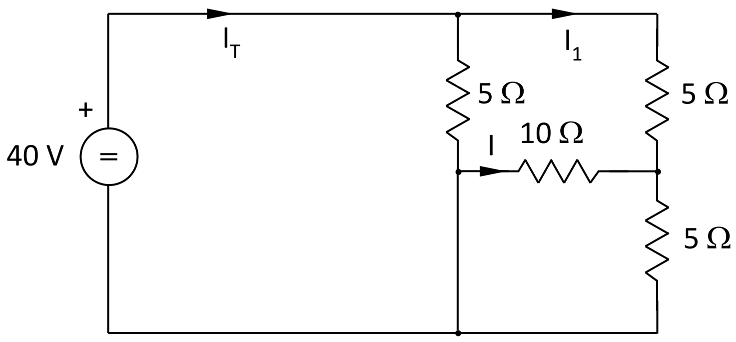
Aplicando la ecuación de definición de la resistencia, para las referencias indicadas en el circuito, se obtiene la intensidad que circula por este circuito.

$$I_T=\frac{U_{Req3}}{R_{eq3}}=\frac{40}{3{,}125}\Rightarrow I_T=12{,}8\text{ A}$$

Volviendo hacia atrás por la asociación de resistencias, aplicando la expresión del divisor de intensidad:



$$I_1 = I_T \frac{\frac{1}{8,3333}}{\frac{1}{8,3333}+\frac{1}{5}} = 12,8 \frac{\frac{1}{8,3333}}{\frac{1}{8,3333}+\frac{1}{5}} = 4,8 \text{ A}$$



Como las resistencias de 10 Ω y de 5 Ω están en paralelo, aplicando nuevamente la expresión del divisor de intensidad se tiene que:

$$I = -I_1 \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}} = -4,8 \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}} = -1,6 \text{ A}$$