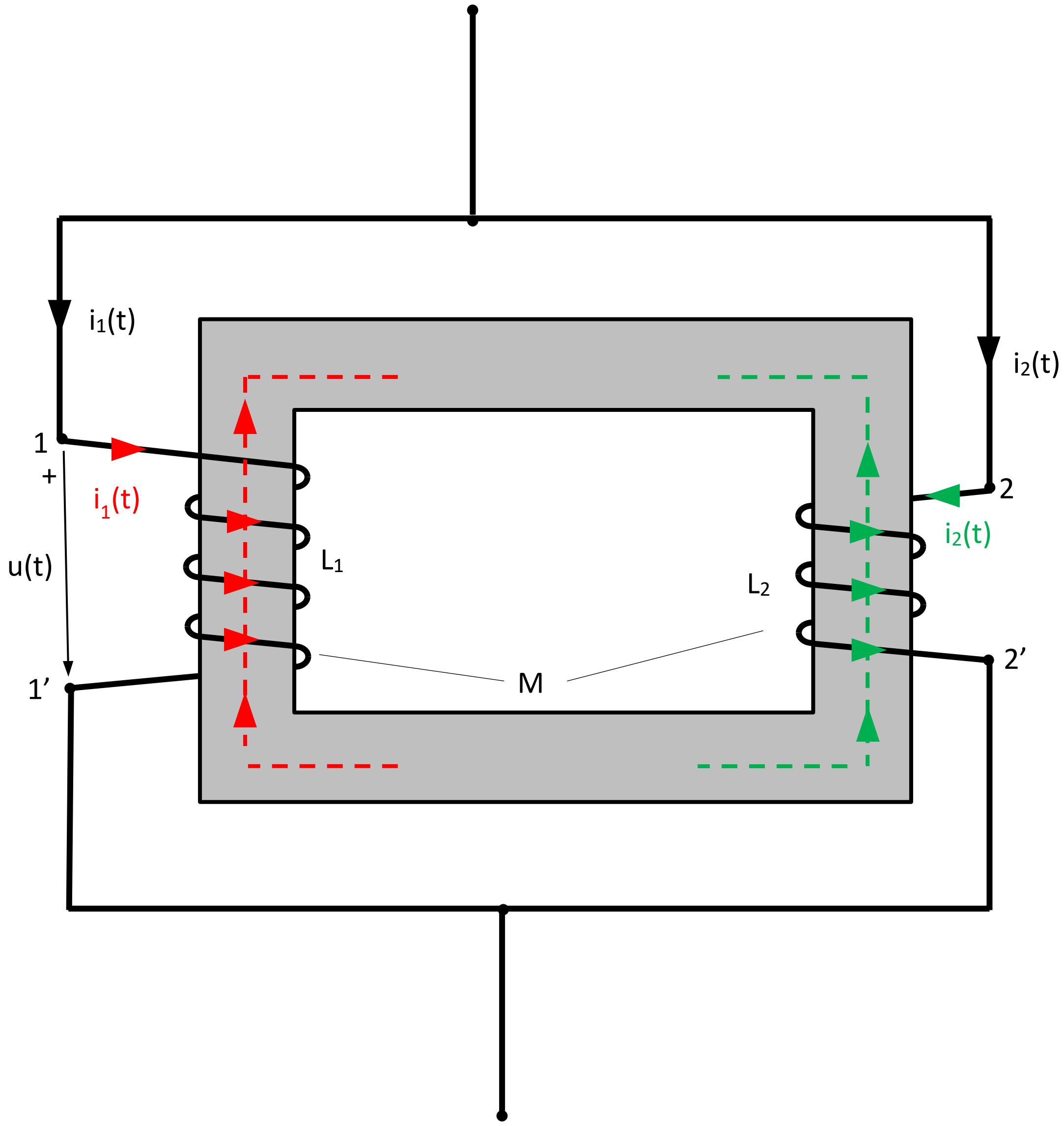
Prueba 1. Curso 2021/22

SOLUCIÓN:

Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1, L_2 y M, se conectan tal y como se muestra en la figura.

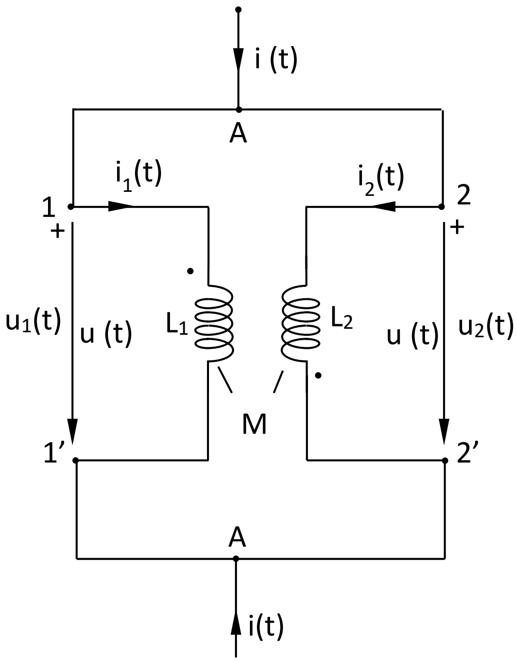
a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.



Si la intensidad $i_1(t)$ entra por el terminal 1 de la bobina 1, crea una línea de campo magnético con sentido horario (regla de la mano derecha). Si la intensidad $i_2(t)$ entra por el terminal 2 de la bobina 2, crea una línea de campo magnético con sentido anti horario. Por lo tanto, al tener las líneas de campo creadas por esas dos intensidades entrando por los terminales 1 y 2 sentidos contrarios, se deduce que **los terminales 1 y 2 NO SON CORRESPONDIENTES**, lo que significa que ***son correspondiente los terminales 1 y 2’***, así como también lo son, por tanto, los terminales 1’ y 2.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\dfrac{di_1(t)/dt}{di_2(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.

Si se dibujan las bobinas en representación plana, se tiene:



Para las referencias indicadas en la figura, y los terminales correspondientes determinados anteriormente, las ecuaciones de definición de estas dos boinas acopladas son:

$$u(t) = u_1(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt}$$
$$u(t) = u_2(t) = +L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt}$$

Como las dos bobinas están en paralelo, la tensión en bornes de ambas es la misma, por lo tanto, se ha de cumplir que:

$$u(t) = u_1(t) = u_2(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = +L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt}$$
$$+L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = +L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt}$$

Agrupando términos:

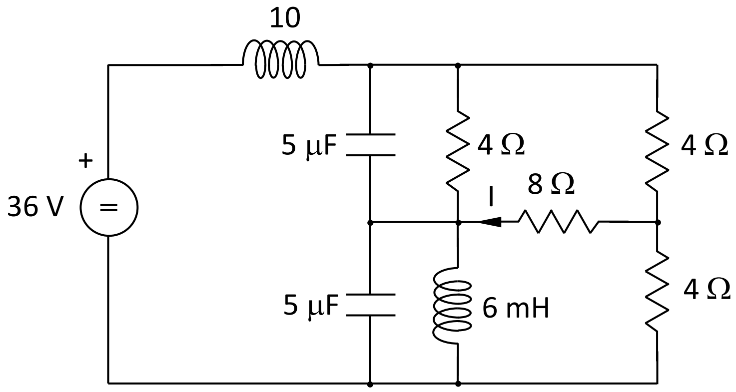
$$+L_1\frac{di_1(t)}{dt}+M\frac{di_1(t)}{dt}=+L_2\frac{di_2(t)}{dt}+M\frac{di_2(t)}{dt}$$

$$\left(L_1+M\right)\frac{di_1(t)}{dt}=\left(L_2+M\right)\frac{di_2(t)}{dt}$$

Entonces:

$$\frac{\dfrac{di_1(t)}{dt}}{\dfrac{di_2(t)}{dt}}=\frac{L_2+M}{L_1+M}$$

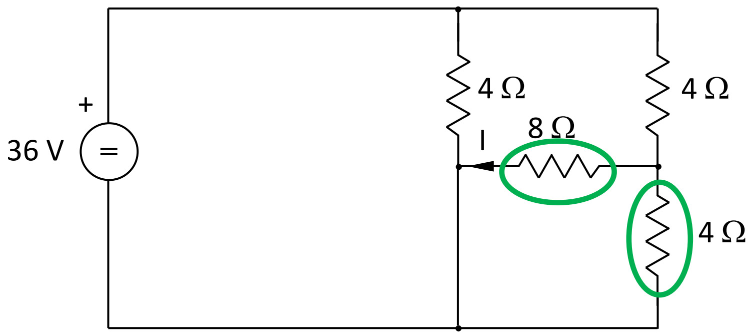
Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y la referencia indicada en él, determinar el valor de la intensidad I. La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.



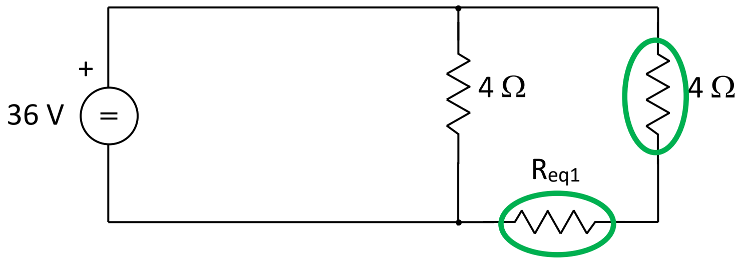
Se dice en el enunciado $\begin{cases}\textit{fuentes}\text{ del circuito son de corriente continua}\\ \text{el circuito se encuentra en régimen estacionario}\end{cases}$, esto significa que:

$$\begin{cases}\textit{Bobinas} \equiv \text{ cortocircuito}\\ \text{Condensadores } \equiv \text{ circuito abierto}\end{cases}$$

Haciendo estas transformaciones en el circuito queda:



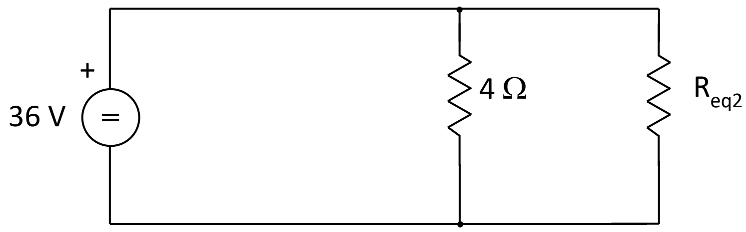
A la vista de este circuito está claro que las resistencias marcadas con un óvalo están en paralelo, ya que ambas tienen la misma tensión entre sus terminales. Agrupándolas se tiene que:



Y R_{eq1} vale:

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \Rightarrow R_{eq1} = 2{,}6666\,\Omega$$

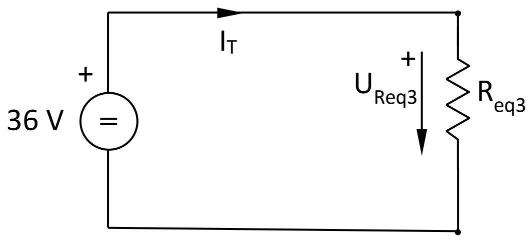
Las dos resistencias marcadas, están conectadas en serie ya que por ellas circula la misma intensidad. Agrupándolas queda:



y R_{eq2} vale:

$$R_{eq2} = 2{,}6666 + 4 \Rightarrow R_{eq2} = 6{,}6666\,\Omega$$

La resistencia R_{eq2} está en paralelo con la resistencia de 4 Ω. Agrupándolas, el circuito queda:



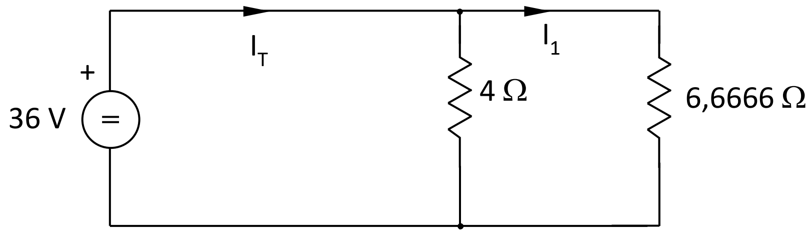
donde R_{eq3} vale:

$$\frac{1}{R_{eq3}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6{,}6666} \Rightarrow R_{eq3} = 2{,}5\,\Omega$$

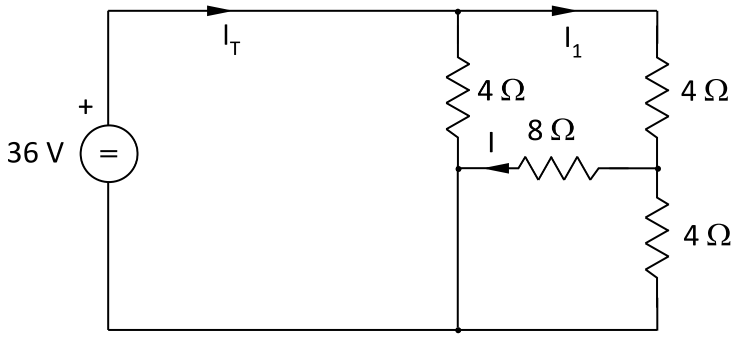
Aplicando la ecuación de definición de la resistencia, para las referencias indicadas en el circuito, se obtiene la intensidad que circula por este circuito.

$$I_T = \frac{U_{Req3}}{R_{eq3}} = \frac{36}{2{,}5} \Rightarrow I_T = 14{,}4\text{ A}$$

Volviendo hacia atrás por la asociación de resistencias, aplicando la expresión del divisor de intensidad:



$$I_1 = I_T \frac{\frac{1}{6{,}6666}}{\frac{1}{6{,}6666}+\frac{1}{4}} = 14{,}4\frac{\frac{1}{6{,}6666}}{\frac{1}{6{,}6666}+\frac{1}{4}} = 5{,}4\ \mathrm{A}$$



Como las resistencias de 8 Ω y de 4 Ω están en paralelo, aplicando nuevamente la expresión del divisor de intensidad se tiene que:

$$I = I_1 \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = 5{,}4\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = 1{,}8\ \mathrm{A}$$