

Nombre:

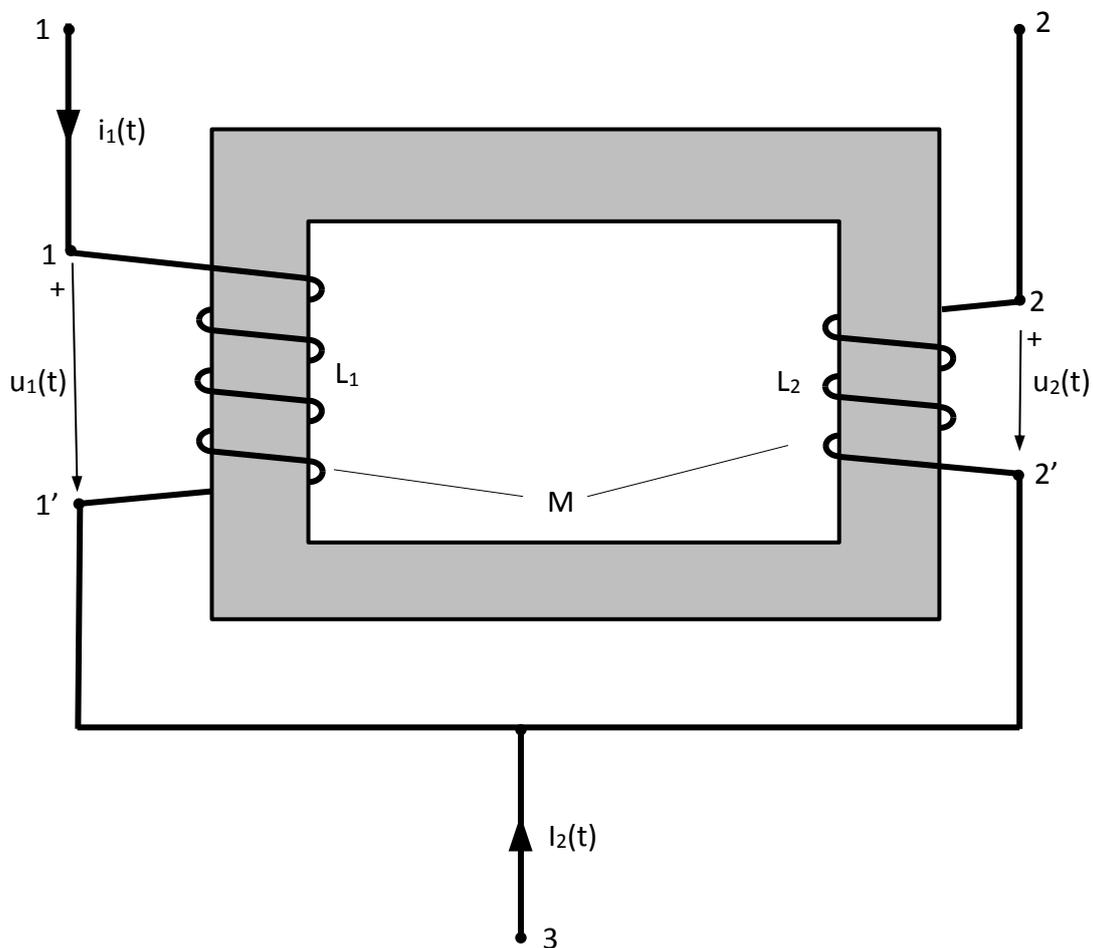
Sección:

Prueba 1. Curso 2021/22

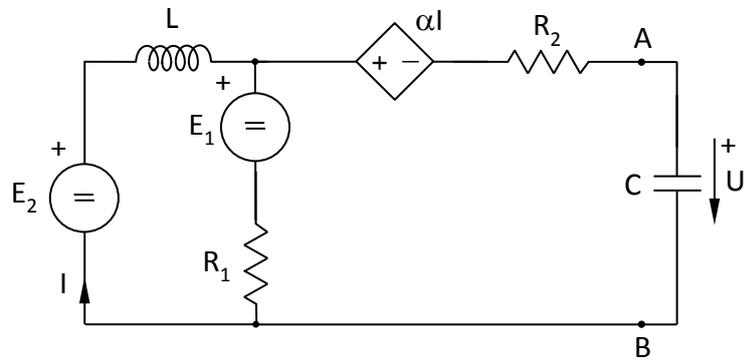
(Duración de la prueba: 45 min)

Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

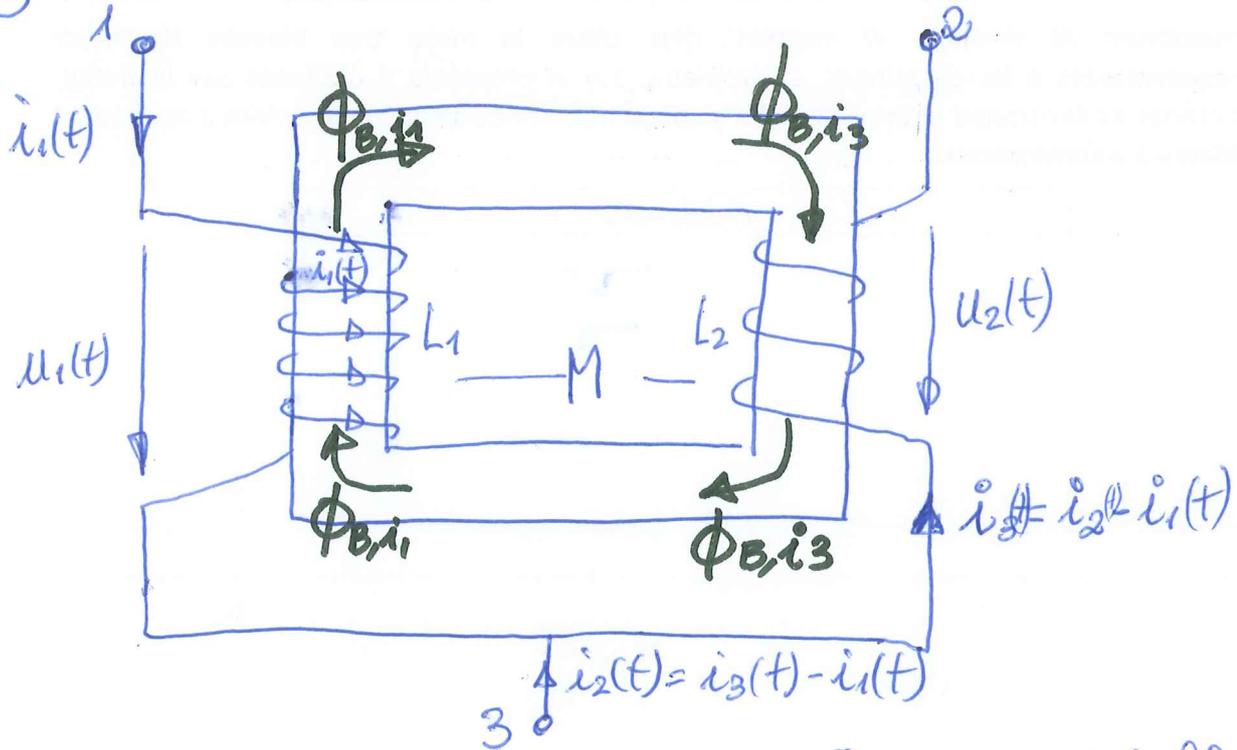
- a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.
- b) Para las referencias indicadas en la figura, escribir las ecuaciones de las tensiones $u_1(t)$ y $u_2(t)$ en función de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$ y de los parámetros anteriores.



Cuestión 2: Dado el circuito de la figura, determinar el valor de la tensión U . Todas las fuentes del circuito son de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.
(5 puntos)

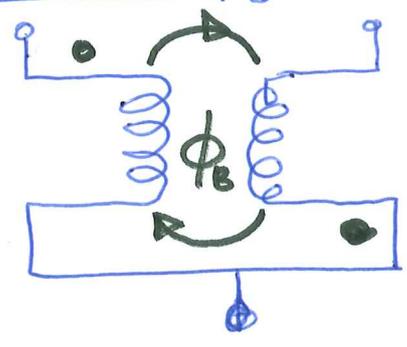


a)



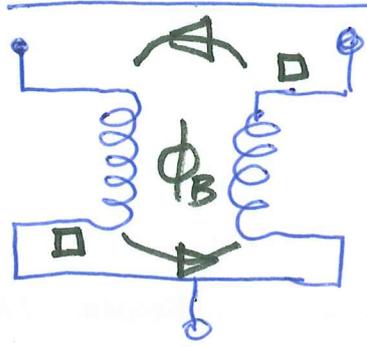
Según tomemos como referencia ^{para} el sentido del flujo magnético en sentido horario o antihorario, existen dos pares de terminales equivalentes.

OPCIÓN SENTIDO Φ_B HORARIO



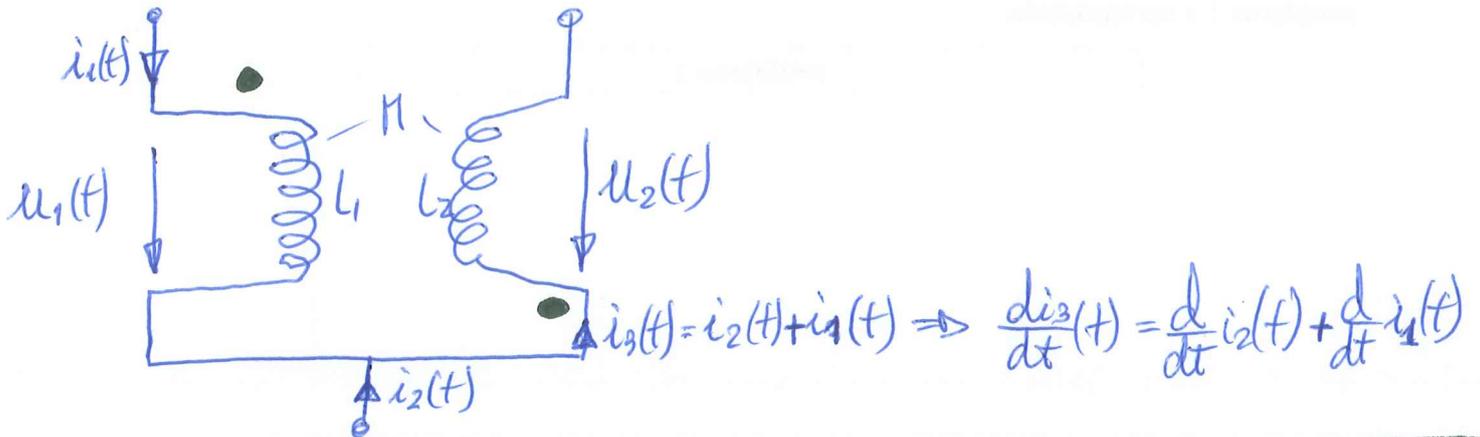
La corriente entrando por los terminales marcados con \bullet crea flujo magnético Φ_B en sentido horario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales EQUIVALENTES.

OPCIÓN SENTIDO Φ_B ANTIHORARIO



La corriente entrando por los terminales marcados con \square crea flujo magnético Φ_B en sentido antihorario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales equivalentes.

b) Tomando como corriente auxiliar $i_3(t) = i_2(t) - i_1(t)$, las tensiones en las bobinas son

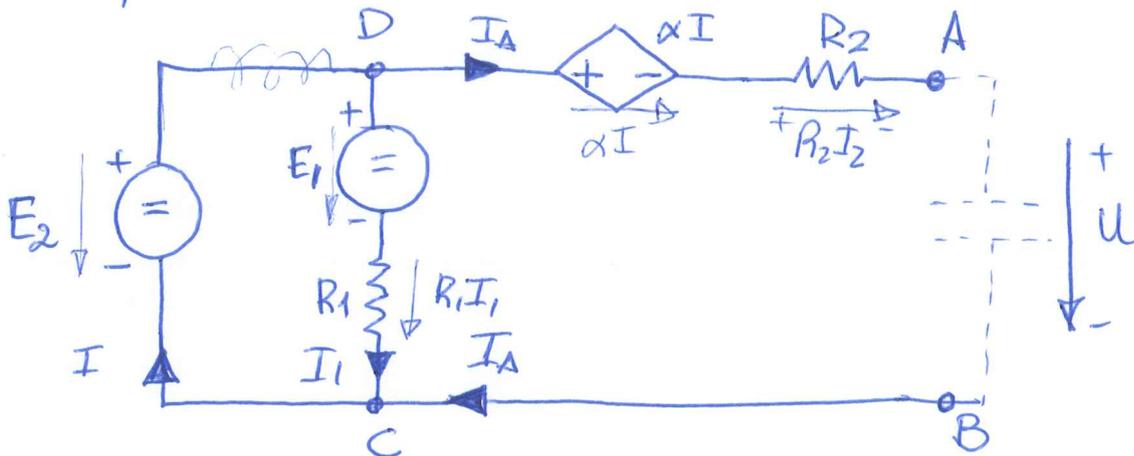


$$u_1(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_3(t)}{dt} = (L_1 + M) \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt} = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - (L_2 + M) \frac{di_1(t)}{dt}$$

2022, PC1, 1a, C2

El circuito se encuentra en régimen estacionario y las fuentes indptes. son de valor constante \Rightarrow todas las tensiones y corrientes son constantes (es un circuito de "corriente continua").
 \Rightarrow sustituyo las bobinas por cortocircuitos y los condensadores por circuitos abiertos.



LKI en nudos A o B $\Rightarrow I_A = 0$

LKI en nudo C $\Rightarrow I_1 + \cancel{I_A} = I \Rightarrow I_1 = I$

LKT $\begin{matrix} \text{D} \\ \text{C} \end{matrix}$ $E_1 + RI_1 - E_2 = 0 \Rightarrow I_1 = I = \frac{E_2 - E_1}{R_1}$

LKT $\begin{matrix} \text{D} \\ \text{C} \end{matrix}$ $+ \alpha I + \cancel{R_2 I_2} + U - R_1 I_1 - E_1 = 0$

$\Rightarrow U = (R_1 - \alpha)I + E_1 = \left(1 - \frac{\alpha}{R_1}\right)(E_2 - E_1) + E_1$

$$U = \left(1 - \frac{\alpha}{R}\right)E_2 + \frac{\alpha}{R}E_1$$

Nombre:

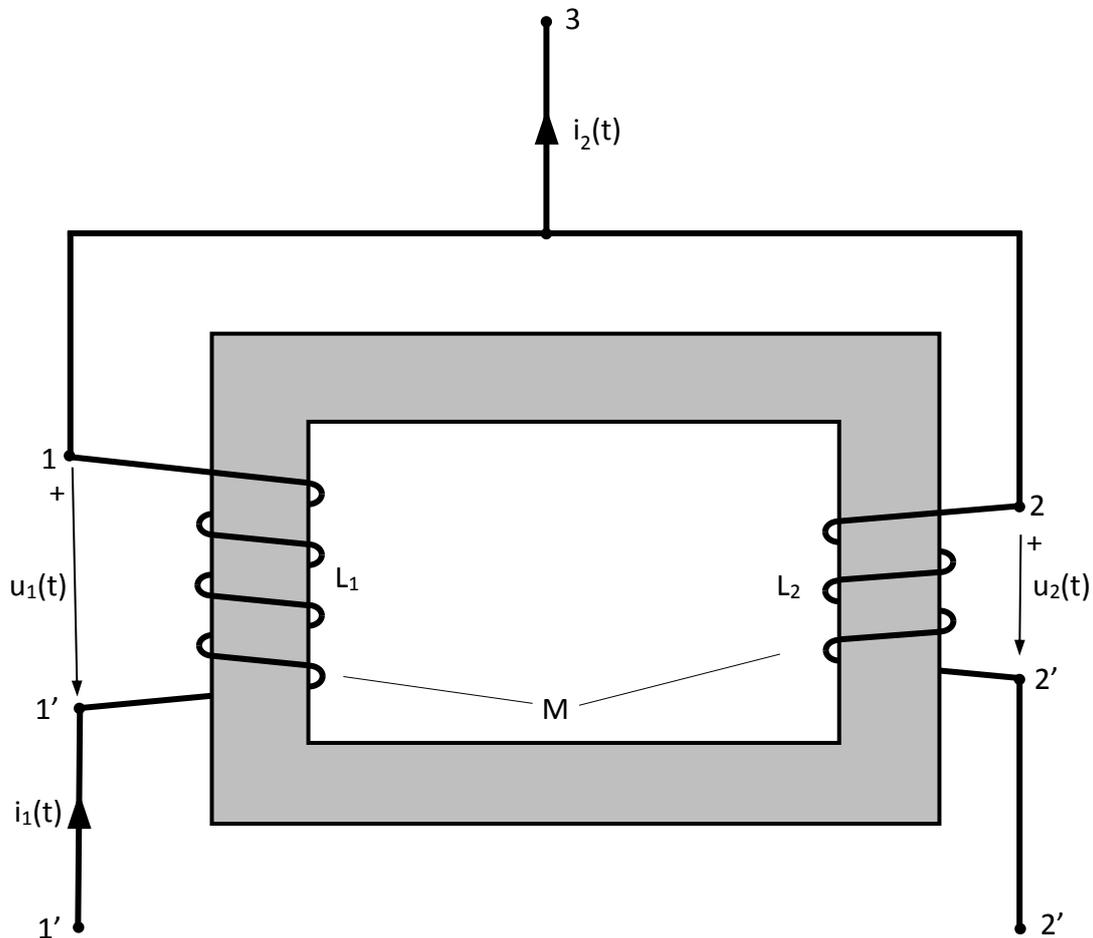
Sección:

Prueba 1. Curso 2021/22

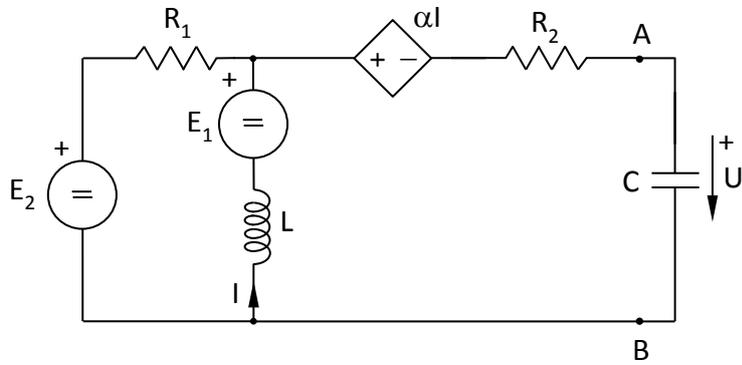
(Duración de la prueba: 45 min)

Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

- a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.
- b) Para las referencias indicadas en la figura, escribir las ecuaciones de las tensiones $u_1(t)$ y $u_2(t)$ en función de las intensidades $i_1(t)$ e $i_2(t)$ y de los parámetros anteriores.

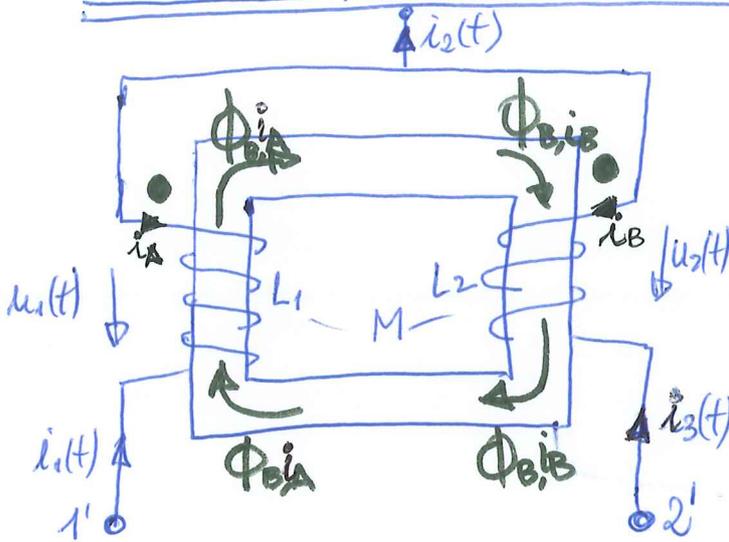


Cuestión 2: Dado el circuito de la figura, determinar el valor de la tensión U . Todas las fuentes del circuito son de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.
(5 puntos)



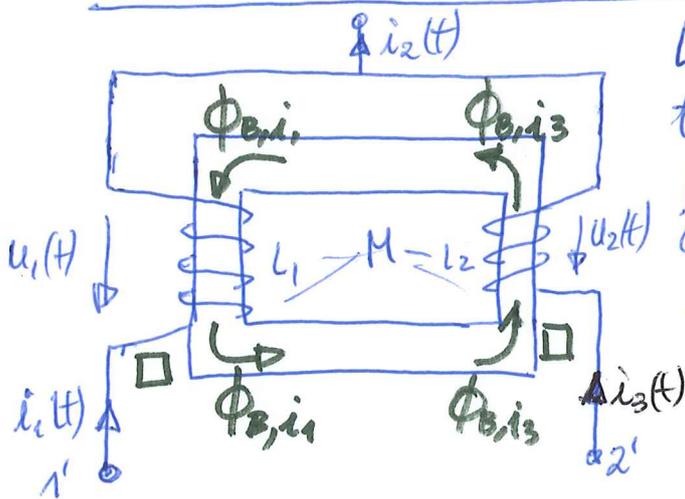
a) Según tomemos la referencia del flujo magnético Φ_B en sentido horario o antihorario, existen dos posibles elecciones de terminales equivalentes.

OPCIÓN Φ_B EN SENTIDO HORARIO



Las corrientes i_A e i_B , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos $\Phi_{B,iA}$ y $\Phi_{B,iB}$ en sentido horario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales equivalentes que marcamos con los símbolos \bullet .

OPCIÓN Φ_B EN SENTIDO ANTIHORARIO



Las corrientes i_1 e i_3 , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos $\Phi_{B,i1}$ y $\Phi_{B,i3}$ en sentido antihorario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales equivalentes, que marco con los símbolos \square para distinguirlos de la primera opción

b) Tomando $i_3(t) = i_2(t) - i_1(t)$

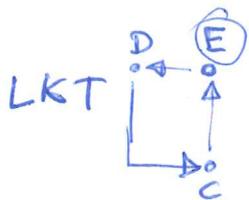
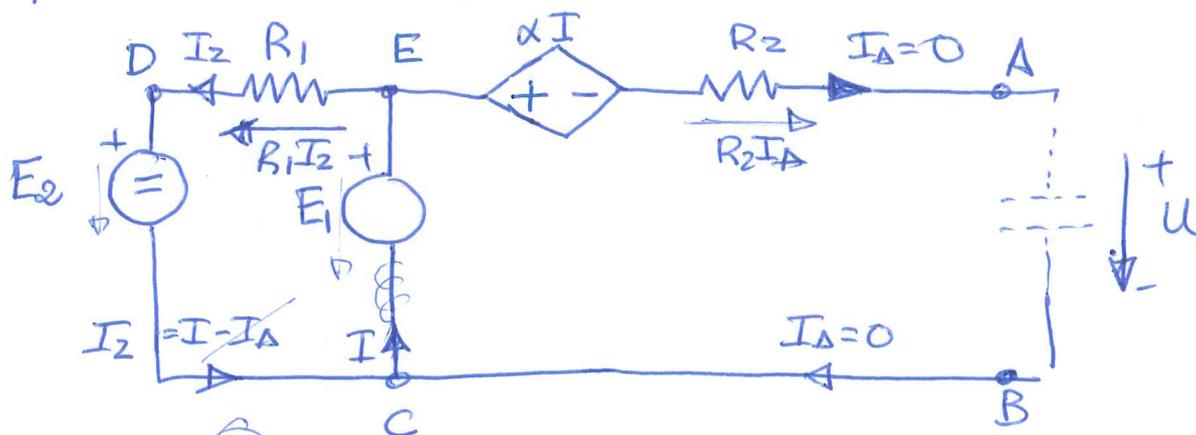
como corriente auxiliar $\Rightarrow \frac{di_3(t)}{dt} = \frac{di_2(t)}{dt} - \frac{di_1(t)}{dt}$

$$u_1(t) = -L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_3}{dt} = (M - L_1) \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt}$$

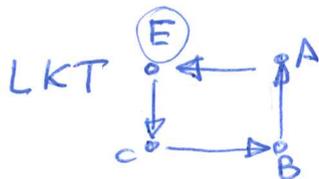
$$u_2(t) = -L_2 \frac{di_3}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = (L_2 - M) \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt}$$

2022, PC 1, 1b, C2

El circuito se encuentra en régimen estacionario y las fuentes independientes son de valor constante \Rightarrow todas las tensiones y corrientes son constantes (es un circuito de "corriente continua")
 \Rightarrow sustituyo las bobinas por cortocircuitos y los condensadores por circuitos abiertos.



$$R_1 I_2 + E_2 - E_1 = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - E_2}{R_1}$$



$$E_1 + 0 - U - R_2 I_A - \alpha I = 0 \Rightarrow U = E_1 - R_2 I_A - \alpha I$$

LKI en nudo C: $I_A + I_2 = I$

Entre A y B hay un circuito abierto (Condensador c.c.) $\Rightarrow I_A = 0$

$$\Rightarrow I_2 = I$$

$$\Rightarrow U = E_1 - \alpha \frac{E_1 - E_2}{R_1} = E_1 - \frac{\alpha}{R_1} E_1 + \frac{\alpha}{R_1} E_2$$

Nombre:

Sección:

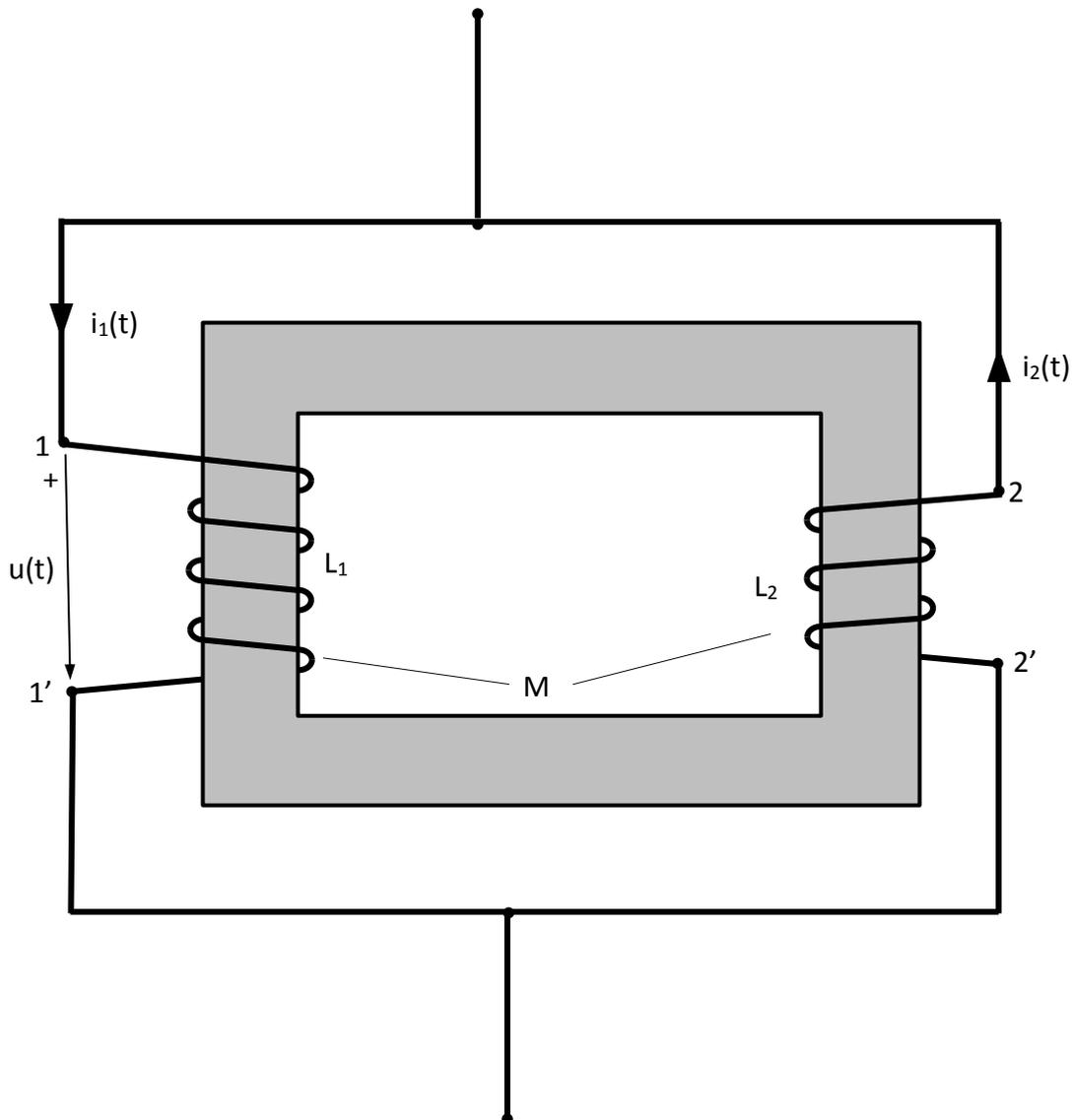
Prueba 1. Curso 2021/22

(Duración de la prueba: 45 min)

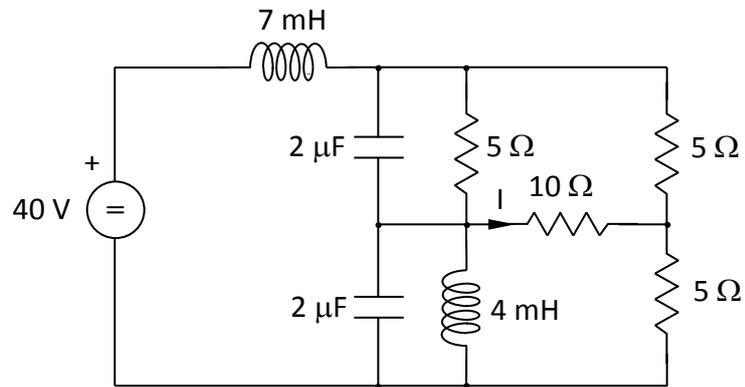
Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\frac{di_1(t)/dt}{di_2(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.

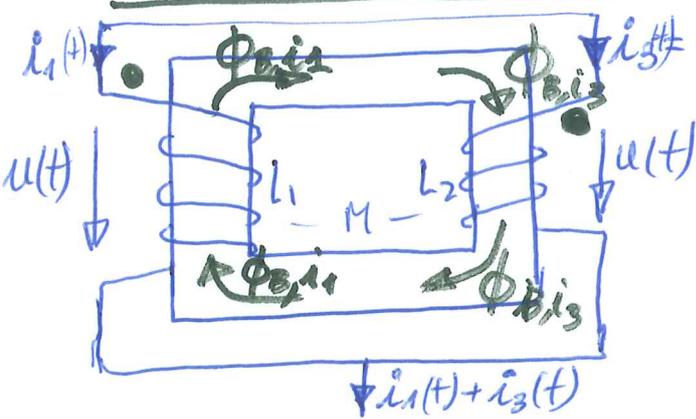


Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y la referencia indicada en él, determinar el valor de la intensidad I . La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario. (5 puntos)



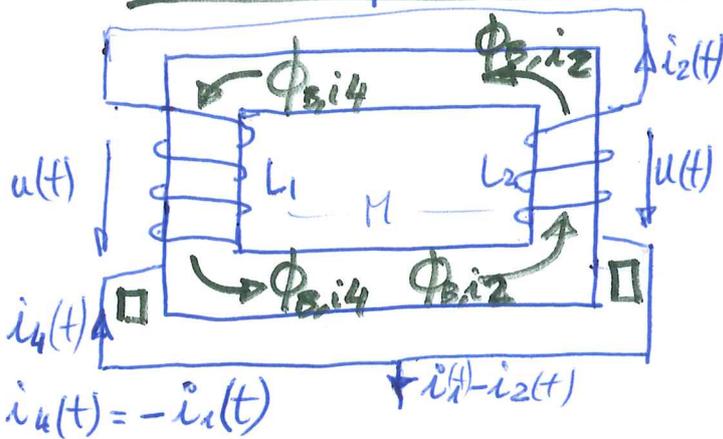
a) Según tomemos en sentido horario o antihorario la referencia del flujo magnético Φ_B , existen dos posibles elecciones de terminales equivalentes.

OPCIÓN Φ_B EN SENTIDO HORARIO



las corrientes i_1 e i_3 , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos Φ_{B,i_1} y Φ_{B,i_3} en sentido horario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales equivalentes que marco con \bullet

OPCIÓN Φ_B EN SENTIDO ANTIHORARIO



las corrientes i_4 e i_2 , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos Φ_{B,i_4} y Φ_{B,i_2} en sentido antihorario en ambas bobinas \Rightarrow son terminales equivalentes que marco con \square

b) Tensión $u(t) = u_1(t) = u_2(t)$, por estar en paralelo;

$$u(t) = +L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u(t) = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} = -L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$$

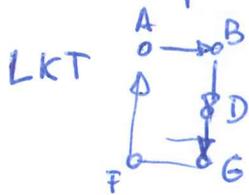
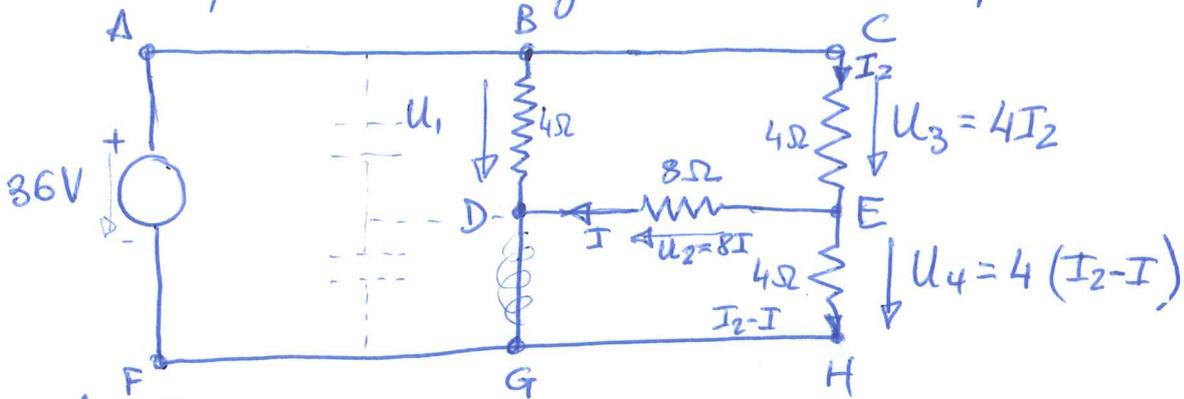
$$(L_1 - M) \frac{di_1(t)}{dt} = (M - L_2) \frac{di_2(t)}{dt}$$

La Relación entre las variaciones de corriente de $i_1(t)$ y $i_2(t)$ es:

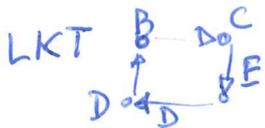
$$\frac{\frac{di_1(t)}{dt}}{\frac{di_2(t)}{dt}} = \frac{M - L_2}{L_1 - M}$$

2022, PC 1, 2b, C2

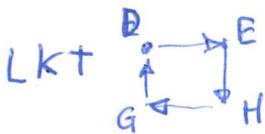
El circuito se encuentra en régimen estacionario y la única fuente es de valor constante \Rightarrow todas las tensiones y corrientes son constantes (es un circuito de "corriente continua") \Rightarrow sustituyo las bobinas por cortocircuitos y los condensadores por circuitos abiertos.



$$U_1 + 0 - 36 = 0 \Rightarrow U_1 = 36 \quad \textcircled{I}$$



$$U_3 + 8I - U_1 = 0 \Rightarrow 4I_2 + 8I = 36 \quad \textcircled{II}$$



$$-8I + 4(I_2 - I) = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{12}{4}I = 3I \quad \textcircled{III}$$

\textcircled{III} sustituyo \textcircled{III} en $\textcircled{II} \Rightarrow 20I = 36 \Rightarrow \boxed{I = 1,8A}$

\Rightarrow

Nombre:

Sección:

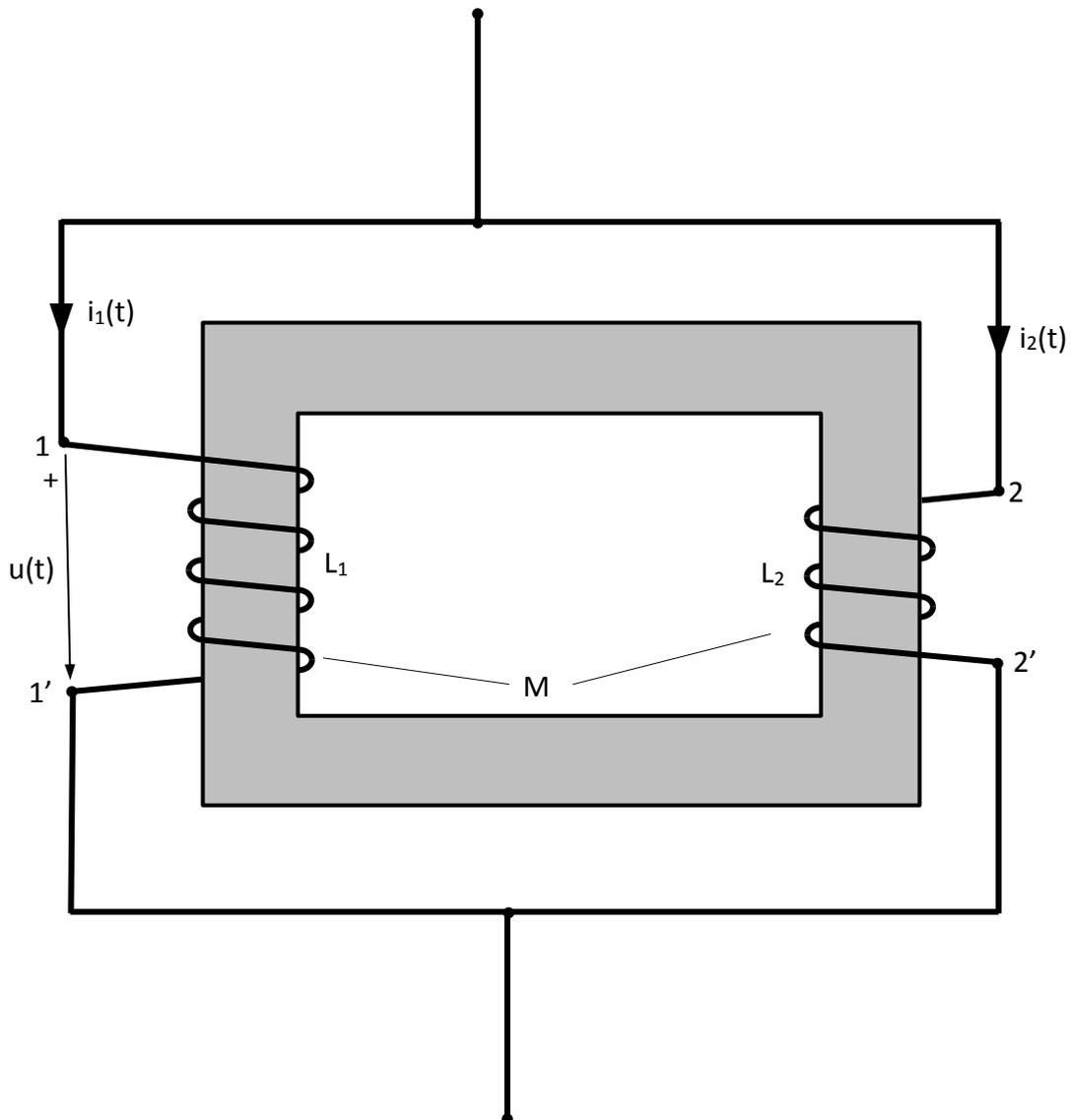
Prueba 1. Curso 2021/22

(Duración de la prueba: 45 min)

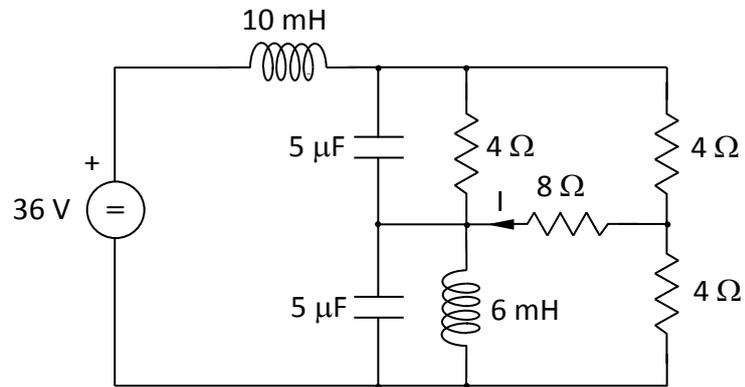
Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\frac{di_1(t)/dt}{di_2(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.

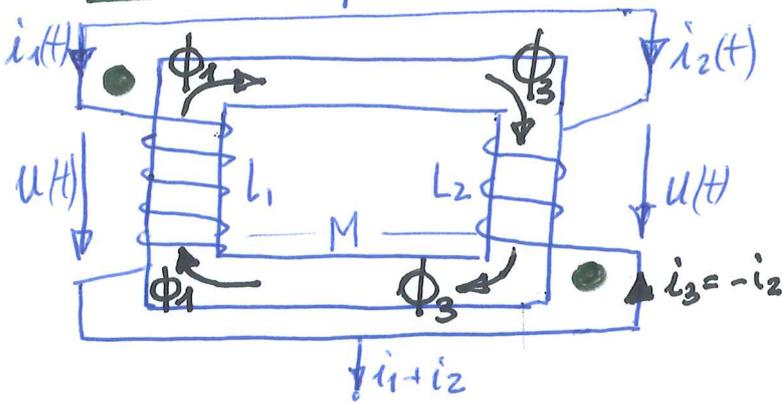


Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y la referencia indicada en él, determinar el valor de la intensidad I . La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.
(5 puntos)



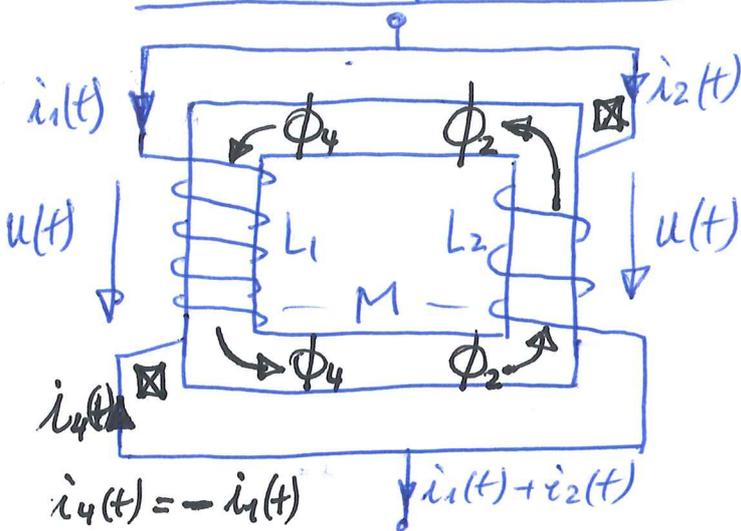
a) Existen dos posibles elecciones de terminales equivalentes según tomemos la referencia del flujo magnético en sentido horario o antihorario

OPCIÓN Φ EN SENTIDO HORARIO



Las corrientes i_1 e i_3 , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos Φ_1 y Φ_3 en sentido horario \Rightarrow son terminales equivalentes y \Rightarrow los marco con \bullet

OPCIÓN Φ EN SENTIDO ANTIHORARIO



Las corrientes i_2 e i_4 , cuando toman valores positivos, crean flujos magnéticos Φ_2 y Φ_4 en sentido antihorario \Rightarrow son terminales equivalentes o correspondientes \Rightarrow los marco con \boxtimes

b) Por estar en paralelo, $u(t) = u_1(t) = u_2(t)$

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} \\ u(t) &= L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} &= \\ &= L_2 \frac{di_2(t)}{dt} - M \frac{di_1(t)}{dt} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (L_1 + M) \frac{di_1(t)}{dt} = (L_2 + M) \frac{di_2(t)}{dt}$$

La relación entre las variaciones de las corrientes $i_1(t)$ y $i_2(t)$ es:

$$\boxed{\frac{\frac{di_1(t)}{dt}}{\frac{di_2(t)}{dt}} = \frac{L_2 + M}{L_1 + M}}$$

Nombre:

Sección:

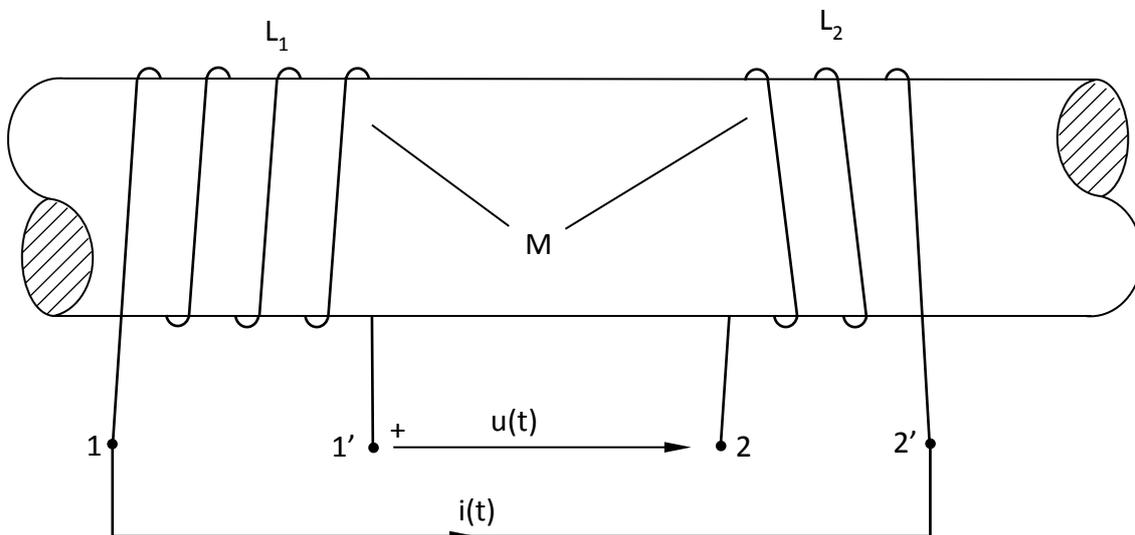
Prueba 1. Curso 2021/22

(Duración de la prueba: 45 min)

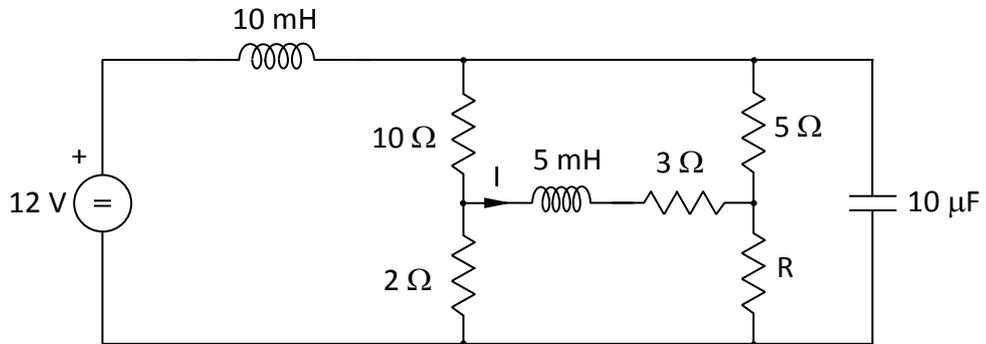
Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\frac{u(t)}{di(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.

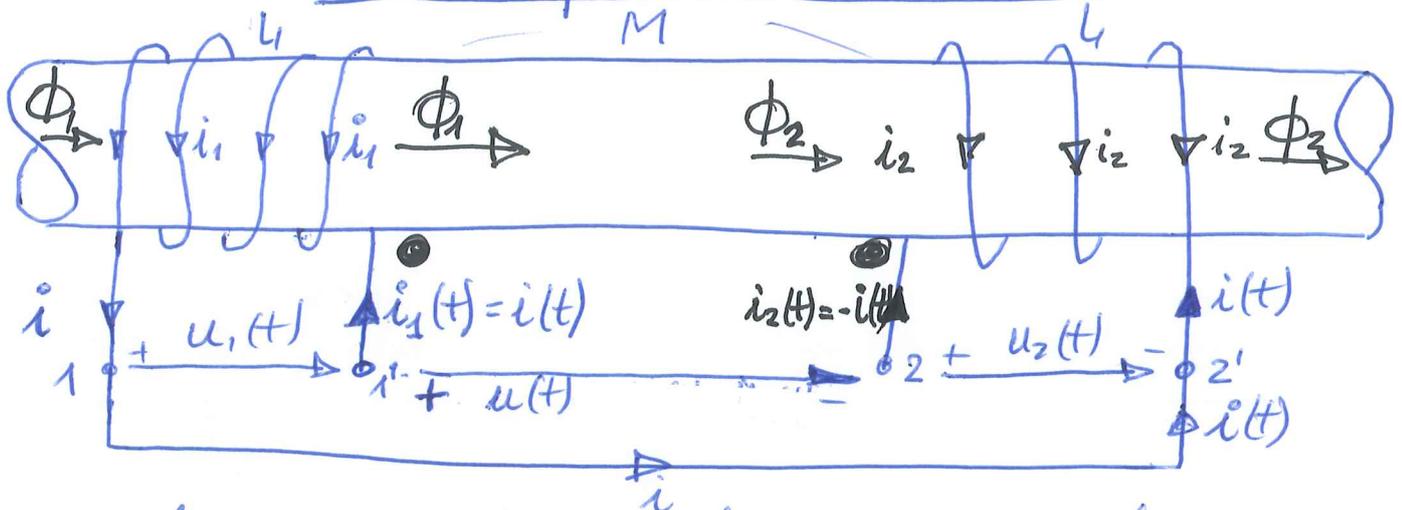


Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y sabiendo que la intensidad $I = 0$, determinar el valor de la resistencia R . La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.
(5 puntos)



a) Existen dos posibles elecciones de terminales equivalentes según tomemos la referencia del flujo magnético a derechas o a izquierdas.

OPCIÓN Φ HACIA LA DERECHA



Cuando toman valores positivos las corrientes i_1 e i_2 crean flujos magnéticos Φ_1 y Φ_2 en el mismo sentido \Rightarrow son terminales equivalentes o correspondientes \Rightarrow los identifico con la marca \bullet

b) Para obtener la relación $\frac{u(t)}{\frac{di(t)}{dt}}$ defino las tensiones auxiliares $u_1(t)$ y $u_2(t)$ y las relaciones $\frac{di(t)}{dt}$ con $u(t)$ aplicando LKT



$$u_1(t) + u(t) + u_2(t) = 0$$

$$\Rightarrow u(t) = -u_1(t) - u_2(t)$$

$$u_1(t) = -L_1 \frac{di(t)}{dt} + M \frac{di(t)}{dt} = (M - L_1) \frac{di(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = -L_2 \frac{di(t)}{dt} + M \frac{di(t)}{dt} = (M - L_2) \frac{di(t)}{dt}$$

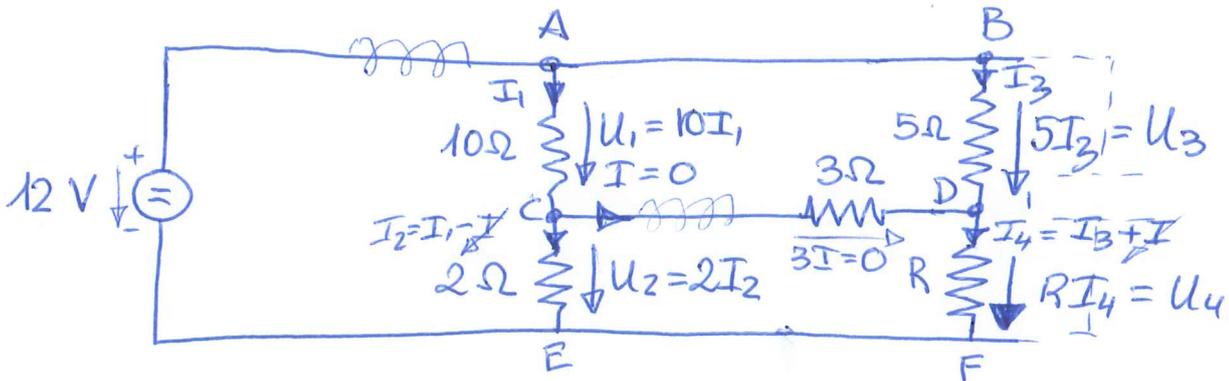
$$\Rightarrow u(t) = -u_1(t) - u_2(t) = (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di(t)}{dt}$$

\Rightarrow

$$\boxed{\frac{u(t)}{\frac{di(t)}{dt}} = L_1 + L_2 - 2M}$$

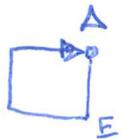
2022, PC1, 3a, C2

El circuito se encuentra en régimen estacionario y la única fuente es de valor constante \Rightarrow todas las tensiones y corrientes son constantes (es un circuito de "corriente continua") \Rightarrow sustituyo las bobinas por cortocircuitos y los condensadores por circuitos abiertos.

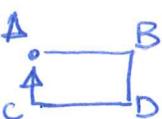


LKI en C: $I_1 = I + I_2 \Rightarrow I_2 = I_1$

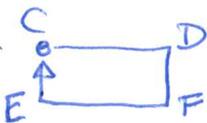
LKI en D: $I_3 + I = I_4 \Rightarrow I_4 = I_3$

LKT  $U_1 + U_2 - 12 = 0 \xrightarrow{\text{Ohm}} 12I_1 = 12 \Rightarrow I_1 = 1A$

$\Rightarrow U_1 = 10V \quad U_2 = 2V$

LKT  $U_3 - 3I - U_1 = 0 \Rightarrow U_3 = 10V$

$\xrightarrow{\text{Ohm}} I_3 = \frac{U_3}{5} = 2A$

LKT  $3I + U_4 - U_2 = 0 \Rightarrow U_4 = U_2 = 2V$

$R = \frac{U_4}{I_4} = \frac{2V}{2A} = 1\Omega$

Nombre:

Sección:

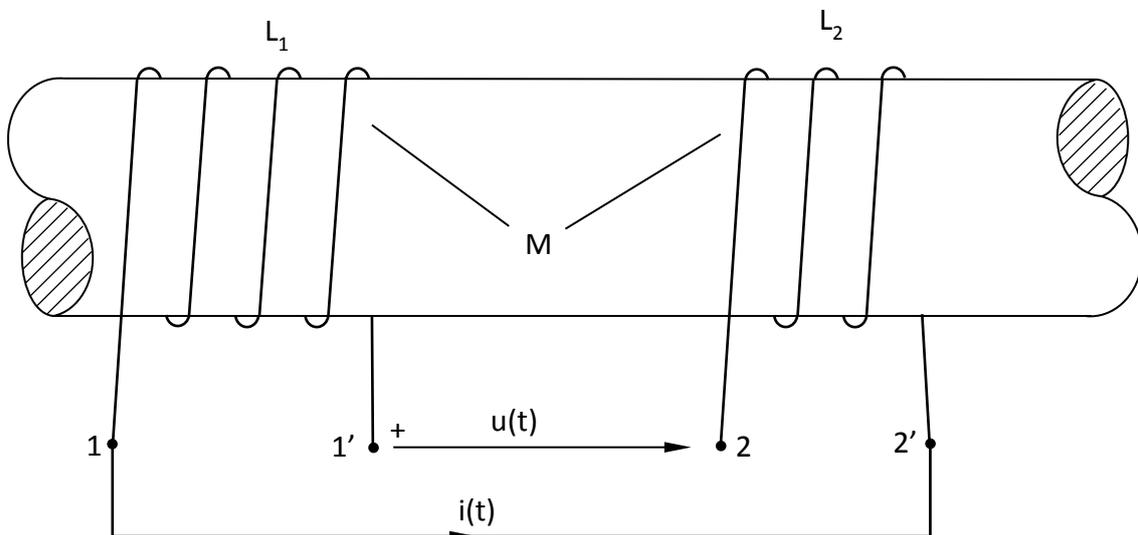
Prueba 1. Curso 2021/22

(Duración de la prueba: 45 min)

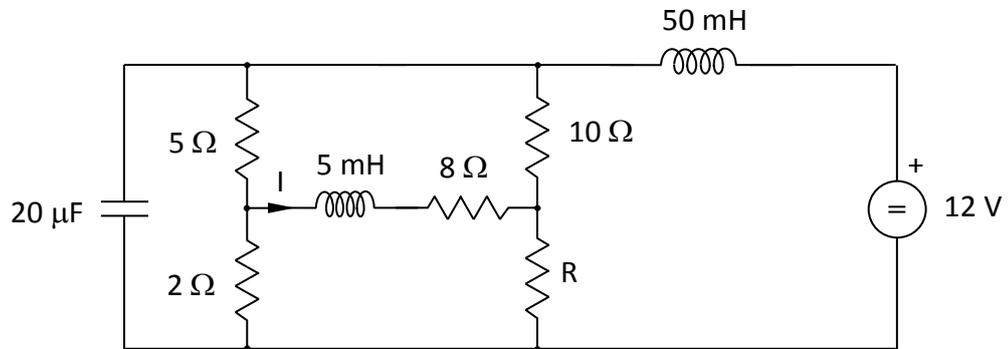
Cuestión 1: Las bobinas acopladas magnéticamente, de parámetros L_1 , L_2 y M , se conectan tal y como se muestra en la figura. (5 puntos)

a) Determinar los terminales correspondientes de estas dos bobinas, justificando el resultado.

b) Para las referencias indicadas en la figura, determinar la relación $\frac{u(t)}{di(t)/dt}$ en función de los parámetros de ambas bobinas.



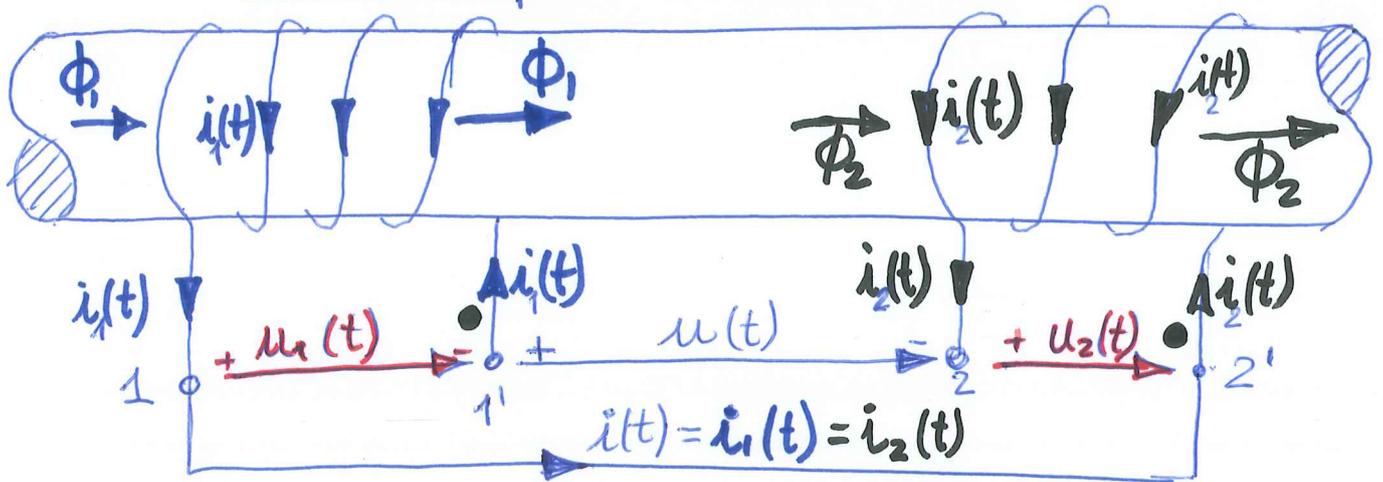
Cuestión 2: Dado el circuito de la figura y sabiendo que la intensidad $I = 0$, determinar el valor de la resistencia R . La fuente del circuito es de corriente continua y el circuito se encuentra en régimen estacionario.
(5 puntos)



2022, PC 1, 3b, 1

a) Existen dos posibles elecciones de terminales correspondientes según tomemos la referencia del flujo magnético Φ a derechas o a izquierdas.

OPCIÓN Φ HACIA LA DERECHA



$i_1(t)$ e $i_2(t)$ crean flujos magnéticos Φ_1 y Φ_2 en el mismo sentido $\Rightarrow i_1(t)$ e $i_2(t)$ entran por terminales correspondientes de las bobinas \Rightarrow Marco con \bullet los terminales 1' y 2'. También son terminales correspondientes 1 y 2 (la corriente entrando por 1 y 2 crea flujo magnético hacia la izquierda en ambas bobinas).

b) Para obtener la relación $\frac{u(t)}{\frac{d}{dt}i(t)}$ defino las tensiones auxiliares $u_1(t)$ y $u_2(t)$

Aplico LKT para relacionar las tensiones:

Trayectoria 1 \rightarrow 1' \rightarrow 2 \rightarrow 2' \rightarrow 1: $u_1(t) + u(t) + u_2(t) = 0$

$$\Rightarrow u(t) = -u_1(t) - u_2(t)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(t) = -L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M \frac{di_2(t)}{dt} \stackrel{i_1(t)=i_2(t)=i(t)}{=} -(L_1+M) \frac{di(t)}{dt} \\ u_2(t) = -M \frac{di_1(t)}{dt} - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = -(L_2+M) \frac{di(t)}{dt} \end{array} \right\} \text{Ecuaciones bobinas acopladas}$$

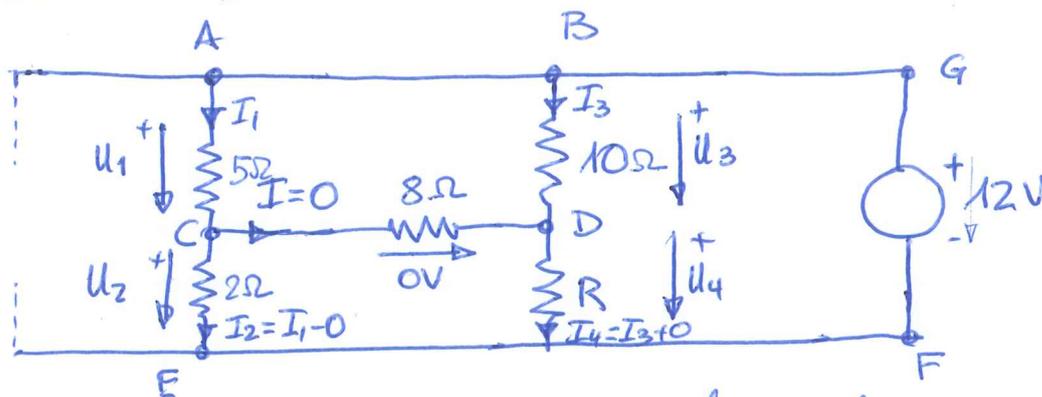
$$\Rightarrow u(t) = -u_1(t) - u_2(t) = +(L_1+M) \frac{di(t)}{dt} + (L_2+M) \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow u(t) = (L_1+L_2+2M) \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{u(t)}{\frac{d}{dt}i(t)} = L_1+L_2+2M}$$

2022, PC1, 3b, C2

- El circuito se encuentra en régimen estacionario y la única fuente es de valor constante \Rightarrow todas las tensiones y corrientes son constantes (es un circuito de "corriente continua") \Rightarrow sustituyo las bobinas por cortocircuitos y los condensadores por circuitos abiertos.



Al no circular corriente por la resistencia de 8Ω , su tensión es nula. También se cumple que $I_2 = I_1 = \frac{12V}{5\Omega + 2\Omega} = \frac{12}{7} A$

y que $I_4 = I_3 + 0 = \frac{12V}{10\Omega + R} A$.

Veamos con más detalle la relación entre las tensiones

LKT $\Rightarrow U_1 + U_2 - 12V = 0 \Rightarrow U_1 + U_2 = 12V$
 $5I_1 + 2I_2 = 12V$

Dado que $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1 = I_2 = \frac{12V}{5\Omega + 2\Omega} = \frac{12}{7} A = 1,714 A$

$\Rightarrow U_1 = 8,5714V \quad U_2 = 3,4286V$

LKT $\Rightarrow U_1 - U_3 = 0 \Rightarrow U_3 = U_1 \Rightarrow I_3 = \frac{U_1}{10\Omega}$
 $I_3 = 0,8571 A$

LKT $\Rightarrow U_2 - U_4 = 0 \Rightarrow U_4 = U_2 = R \cdot I_3$
 $\Rightarrow \boxed{R = \frac{3,4286V}{0,8571A} = 4 \Omega}$