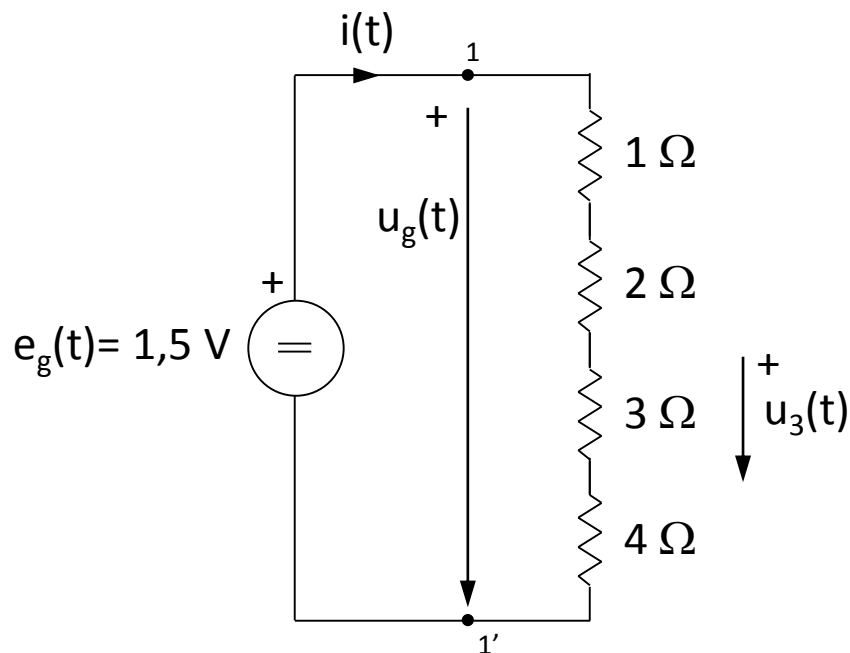


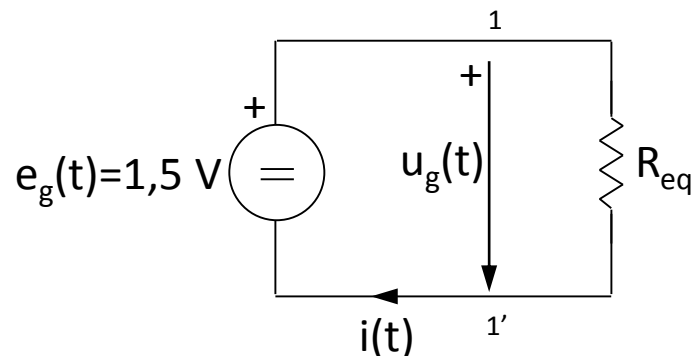
## 2.1.1.4. Fuentes independientes

Calcular la tensión  $u_3(t)$  aplicando el divisor de tensión



$$u_3(t) = +1,5 \text{ V} \frac{3 \Omega}{1 + 2 + 3 + 4 \Omega} = 0,45 \text{ V}$$

Comprobación utilizando circuito equivalente



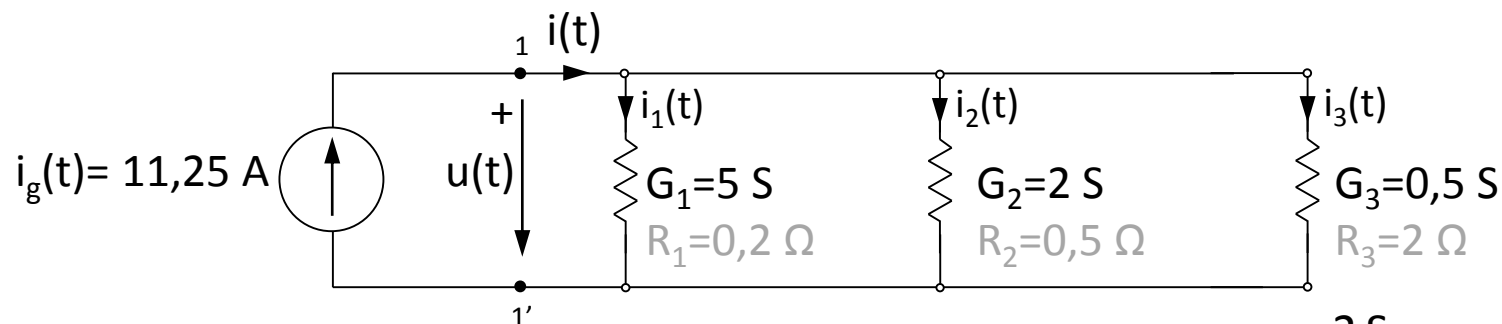
$$R_{eq} = 1 + 2 + 3 + 4 \Omega = 10 \Omega$$

$$i(t) = + \frac{u_g(t)}{R_{eq}} = \frac{1,5 \text{ V}}{10 \Omega} = 0,15 \text{ A}$$

$$u_3(t) = +3 \Omega \cdot i(t) = 0,45 \text{ V}$$

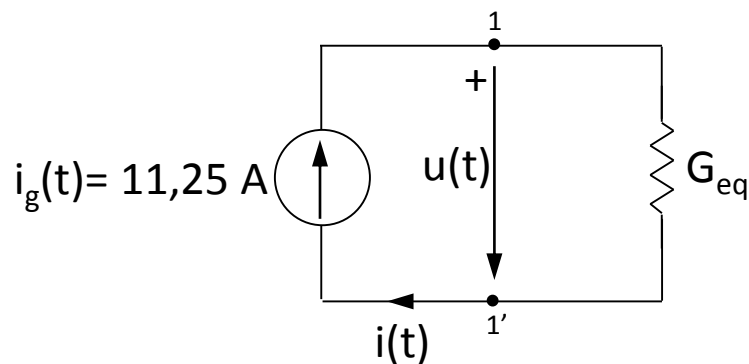
## 2.1.1.4. Fuentes independientes

Calcular la intensidad  $i_2(t)$  aplicando el divisor de corriente



$$i_2(t) = 11,25 \text{ A} \frac{2 \text{ S}}{5 + 2 + 0,5 \text{ S}} = 3 \text{ A}$$

Comprobación utilizando circuito equivalente



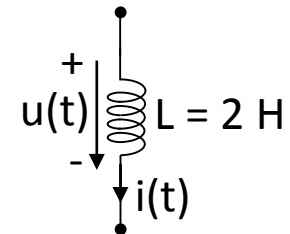
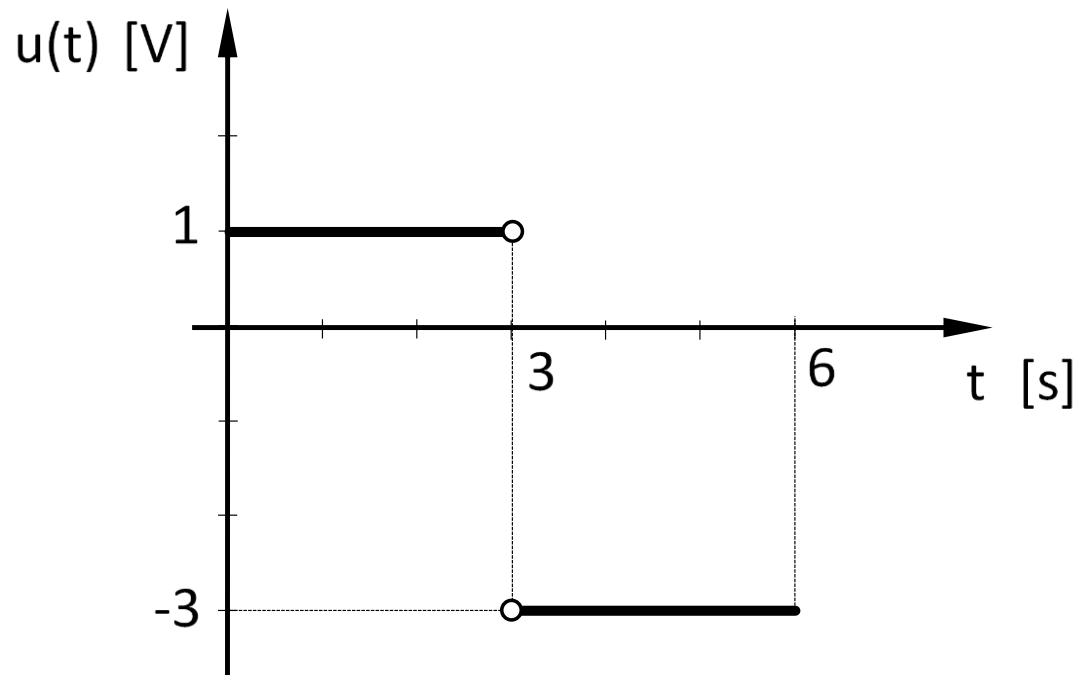
$$G_{eq} = 5 + 2 + 0,5 \text{ S} = 7,5 \text{ S}$$

$$u(t) = \frac{i(t)}{G_{eq}} = \frac{11,25 \text{ A}}{7,5 \text{ S}} = 1,5 \text{ V}$$

$$i_2(t) = G_2 \cdot u(t) = 2 \text{ S} \cdot 1,5 \text{ V} = 3 \text{ A}$$

## Problema 2.11/2.14 (◆◆)

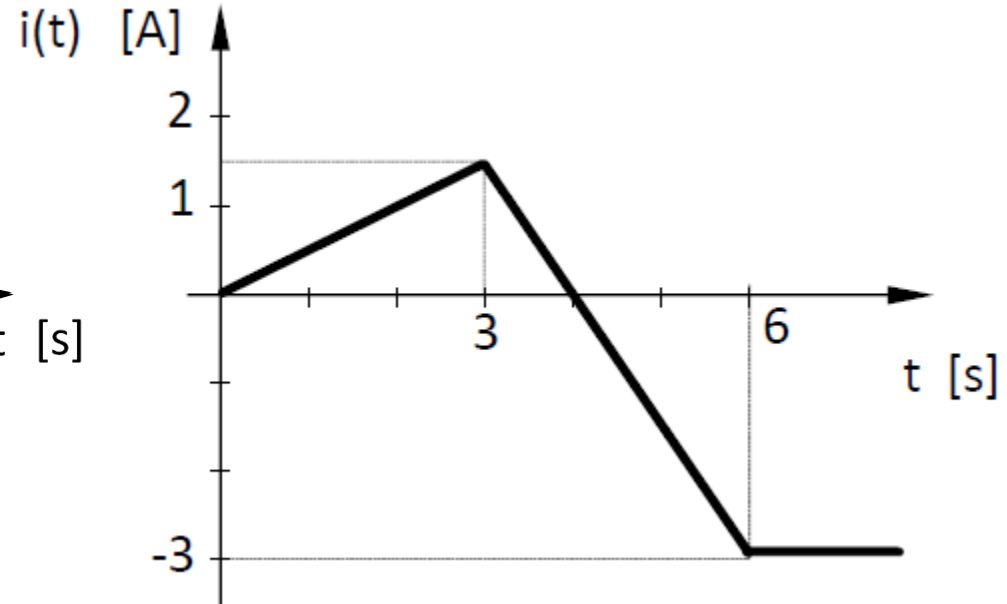
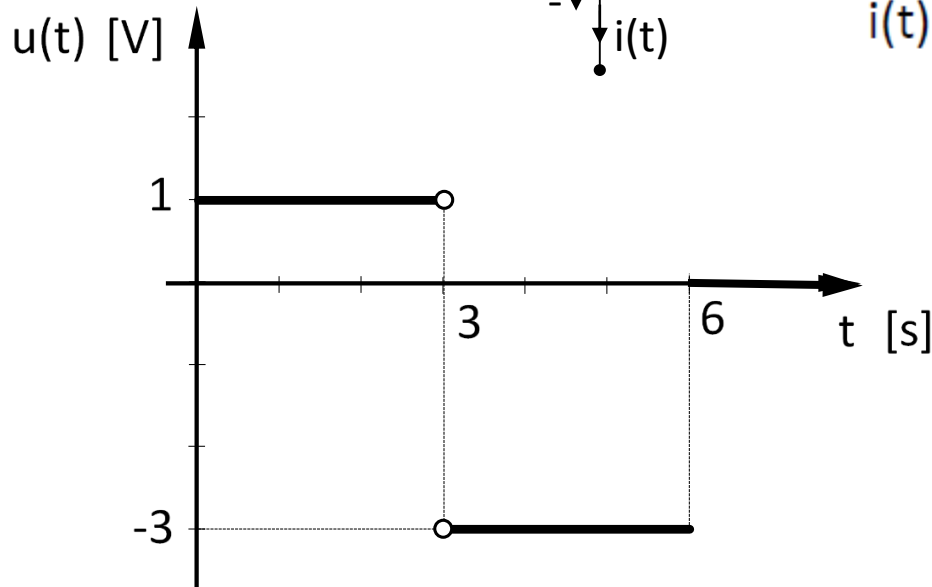
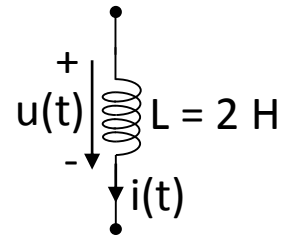
La gráfica de la figura corresponde a forma de onda de la tensión aplicada en bornes de una bobina de 2 H de coeficiente de autoinducción. Obtener la expresión de la intensidad que circula por ella y representarla. Suponer que inicialmente no circula intensidad por la bobina.



# Problema 2.11/2.14 (◆◆)

Tensión aplicada a la bobina:

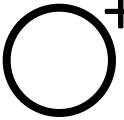




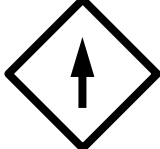
Corriente por la bobina:



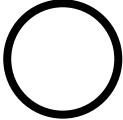
$$\dot{u}(t) = \pm L \frac{di(t)}{dt} ?$$


## 2.1.1.4. Fuentes

### FIJAN entre sus bornes una...


- **TENSIÓN:**   $e_g(t)$    $e_g(t)$   Batería: 
- **CORRIENTE:**   $i_g(t)$  

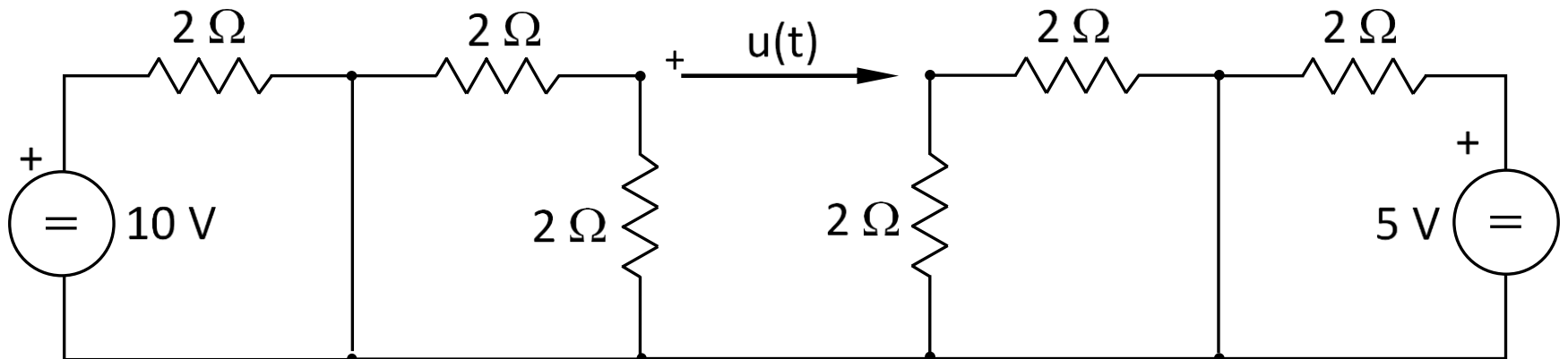
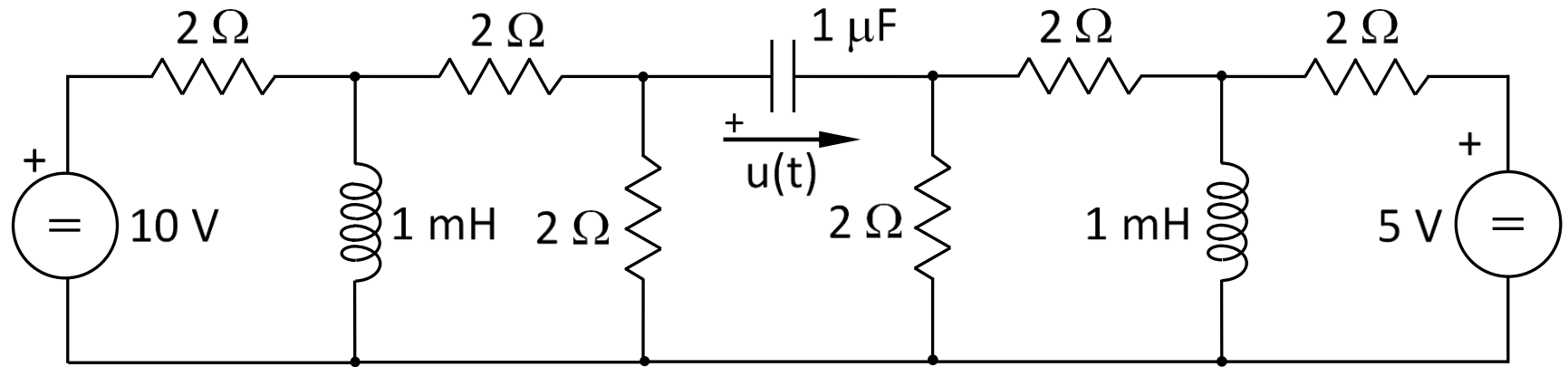
### ¿De qué FORMA dependen del resto del circuito?

 fuente **INDEPENDIENTE** del resto de corrientes y tensiones del circuito. Valor: constante o una expresión que sólo depende del tiempo

 fuente **DEPENDIENTE** de otra tensión o corriente del circuito. Valor: constante que multiplica una tensión o una corriente de otra parte del circuito.

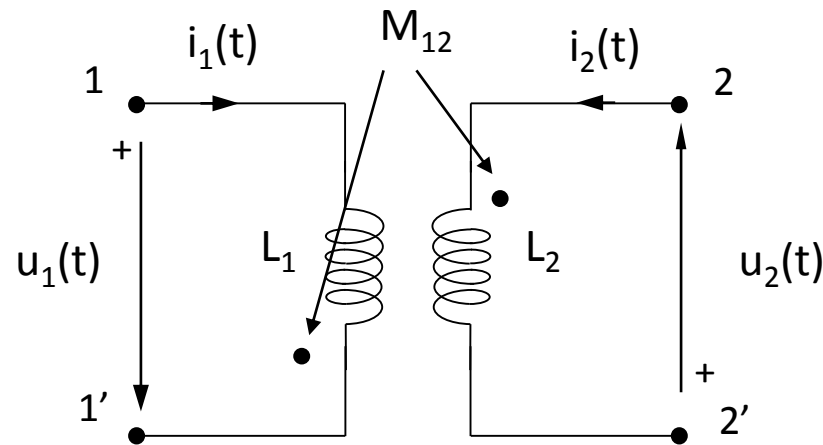
# Problema 2.13/2.16 (◆◆)

- El circuito de la figura se encuentra en estado estacionario, calcular el valor de  $u(t)$ . 



## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

- *Ejemplo 1: Escribir las ecuaciones de las bobinas acopladas para las referencias de tensión e intensidad y los terminales del esquema.*

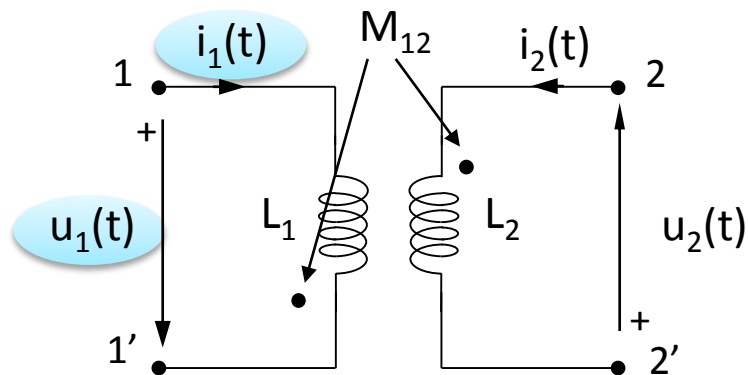


$$u_1(t) = \text{¿±?} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} \text{¿±?} M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = \text{¿±?} L_2 \frac{di_2(t)}{dt} \text{¿±?} M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

- *Ejemplo 1: Signo que acompaña a  $L_1$*



La tensión  $u_1(t)$  y la corriente  $i_1(t)$  van en el mismo sentido (de 1 a 1') → **término  $L_1$  con SIGNO +**

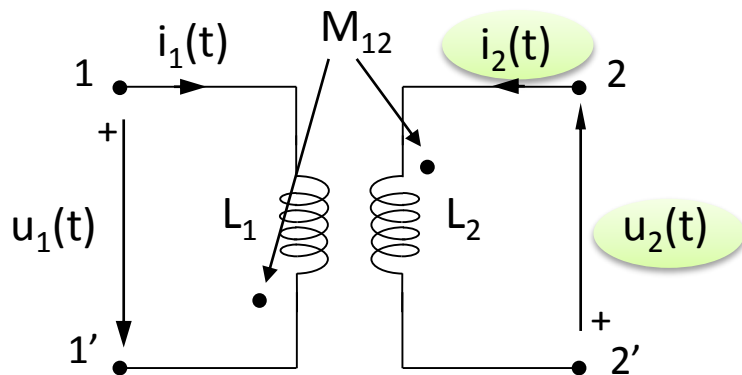
$$u_1(t) = + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$



## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

- *Ejemplo 1: Signo que acompaña a  $L_2$*



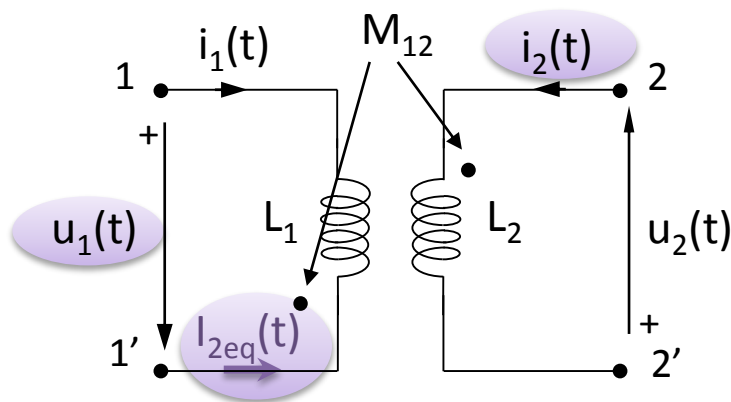
La tensión  $u_2(t)$  y la corriente  $i_2(t)$  van en sentido contrario ( $i_2$  va de 2 a 2' y  $u_2$  al revés)  
→ término  $L_2$  con **SIGNO -**

$$u_1(t) = + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

### • Ejemplo 1: Signo que acompaña a $M_{12}$



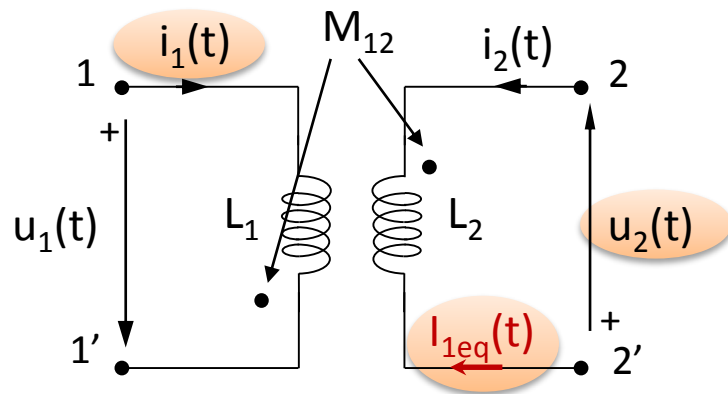
- $i_2(t)$  entra por un punto  $\rightarrow$   $i_{2eq}(t)$  entra por el otro punto
- La tensión  $u_1(t)$  y la corriente  $i_{2eq}(t)$  van en sentido contrario ( $i_{2eq}$  va de 1' a 1 y  $u_1$  al revés)  $\rightarrow$  término  $M_{12}$  con **SIGNO -**

$$u_1(t) = + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

- *Ejemplo 1: Signo que acompaña a  $M_{21}$*



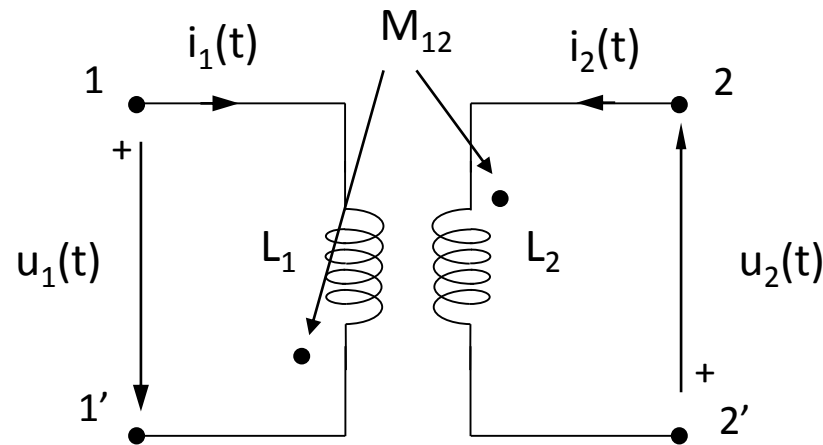
- $i_1(t)$  sale por un punto  $\rightarrow$   
 $i_{1eq}(t)$  sale por el otro punto.
- La tensión  $u_2(t)$  y la corriente  $i_{1eq}(t)$  van en el mismo sentido (de 2' a 2')  
 $\rightarrow$  término  $M_{21}$  con **SIGNO +**

$$u_1(t) = + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

- Solución del ejemplo 1: Escribir las ecuaciones de las bobinas acopladas para las referencias de tensión e intensidad y los terminales.

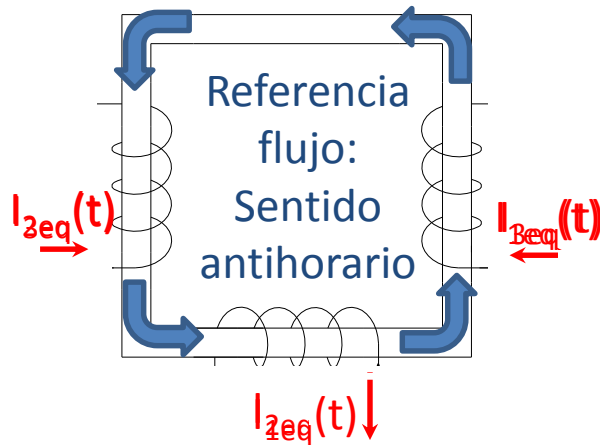


$$u_1(t) = + L_1 \frac{di_1(t)}{dt} - M_{12} \frac{di_2(t)}{dt}$$

$$u_2(t) = - L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{21} \frac{di_1(t)}{dt}$$

## 2.1.2.1. Bobinas acopladas magnéticamente

### • Problema 2.4:



### Comprobación

- Si los términos  $L_i$  y  $L_j$  tienen el **MISMO SIGNO** (dos + o dos -), los términos mutuos  $M_{ij}$  y  $M_{ji}$  tienen el **MISMO SIGNO** entre ellos (dos + o dos -, aunque el signo de  $M_{ij}$  puede o no coincidir con el signo de  $L_i$ ).
- Si los términos  $L_i$  y  $L_j$  tienen **SIGNOS CONTRARIOS** (+ y -), los términos mutuos  $M_{ij}$  y  $M_{ji}$  tienen **SIGNOS CONTRARIOS** entre ellos (+ y -, aunque el signo de  $M_{ij}$  puede o no coincidir con el signo de  $L_i$ ).

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M_{12} \frac{di_2(t)}{dt} + M_{13} \frac{di_3(t)}{dt} \\
 u_2(t) &= M_{21} \frac{di_1(t)}{dt} + L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M_{23} \frac{di_3(t)}{dt} \\
 u_3(t) &= M_{31} \frac{di_1(t)}{dt} + M_{32} \frac{di_2(t)}{dt} + L_3 \frac{di_3(t)}{dt}
 \end{aligned}$$

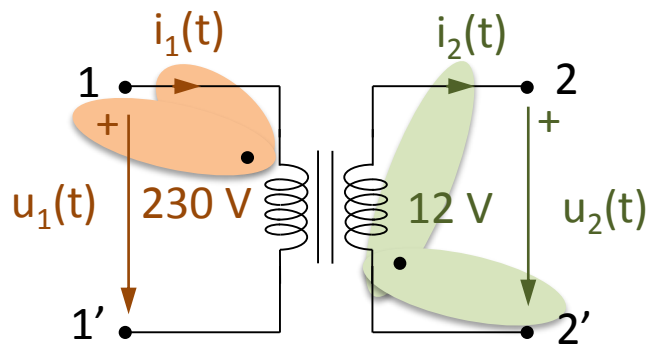
# *Signos en las ecuaciones de definición del transformador ideal*

# Ecuaciones transformador ideal

- *Relación de tensiones:* 
$$\frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \pm \frac{N_1}{N_2}$$
  - Si ambas referencias de tensión parten de o ambas llegan a terminales correspondientes, signo “+”. En caso contrario, signo “-”.
  - Las referencias de corriente no afectan a los signos de las ecuaciones de tensión.
- *Relación de corrientes:* 
$$N_1 \cdot i_1(t) \pm N_2 \cdot i_2(t) = 0$$
  - Si ambas referencias de intensidad entran o ambas salen por terminales correspondientes, signo “+”. En caso contrario, signo “-”.
  - Las referencias de tensión no afectan a los signos de las ecuaciones de la corriente.

# Ecuaciones transformador ideal

- En transformadores reales, es habitual conocer las tensiones nominales de cada bobinado del transformador en vez del número de espiras.
- Si conocemos las tensiones asignadas de los devanados  $U_{1N}$  y  $U_{2N}$  en vez del número de espiras  $N_1$  y  $N_2$   
→ Se sustituye el número de espiras  $N_1$  y  $N_2$  por la tensión nominal  $U_{1N}$  y  $U_{2N}$ .

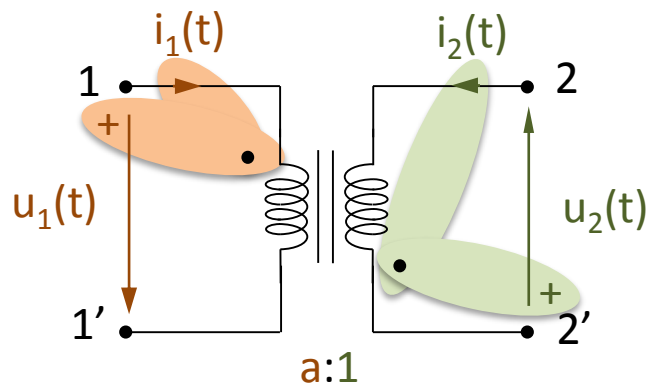


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = -\frac{230}{12} \\ 230 i_1(t) + 12 i_2(t) = 0 \end{array} \right.$$



# Ecuaciones transformador ideal

- Si conocemos la relación de transformación “ $a$ ” en vez del número de espiras  $N_1$  y  $N_2$ 
  - $N_1$  se sustituye por la relación de transformación ( $a$ )
  - $N_2$  se sustituye por 1.

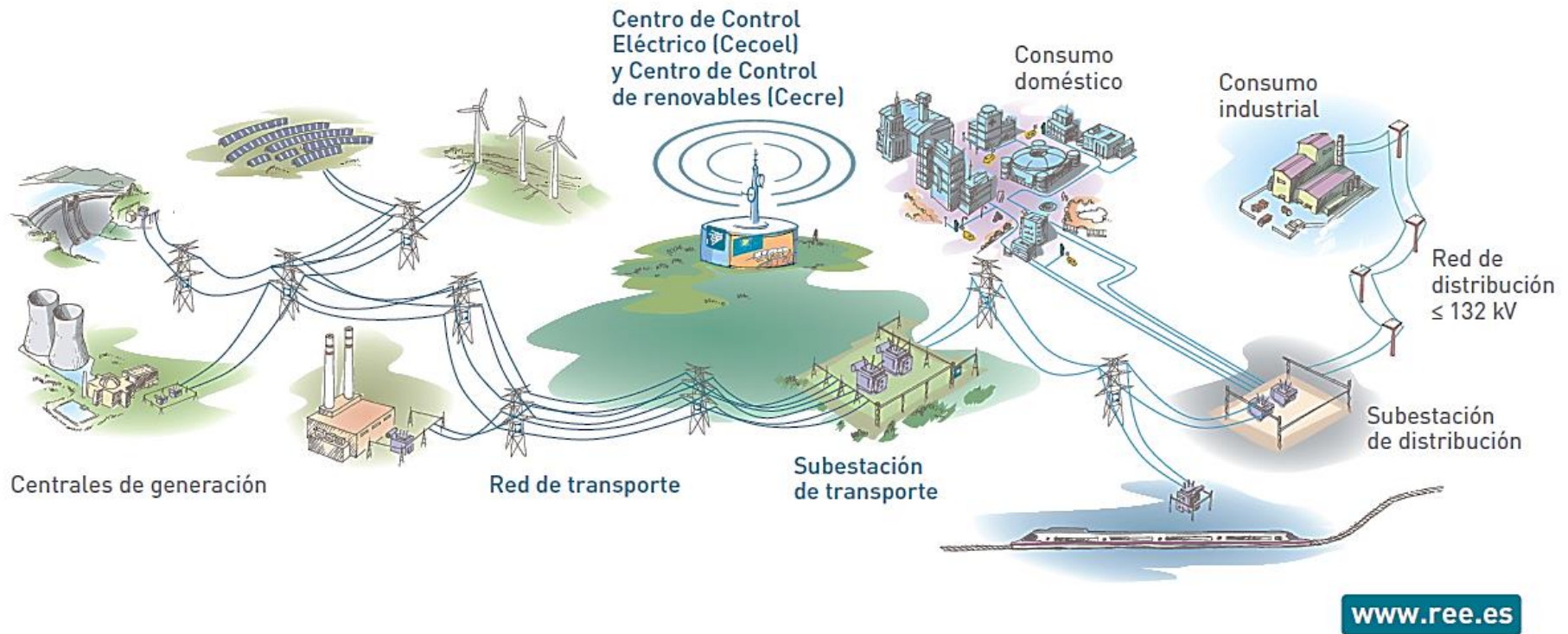


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = + \frac{a}{1} \\ a i_1(t) - 1 i_2(t) = 0 \end{array} \right.$$



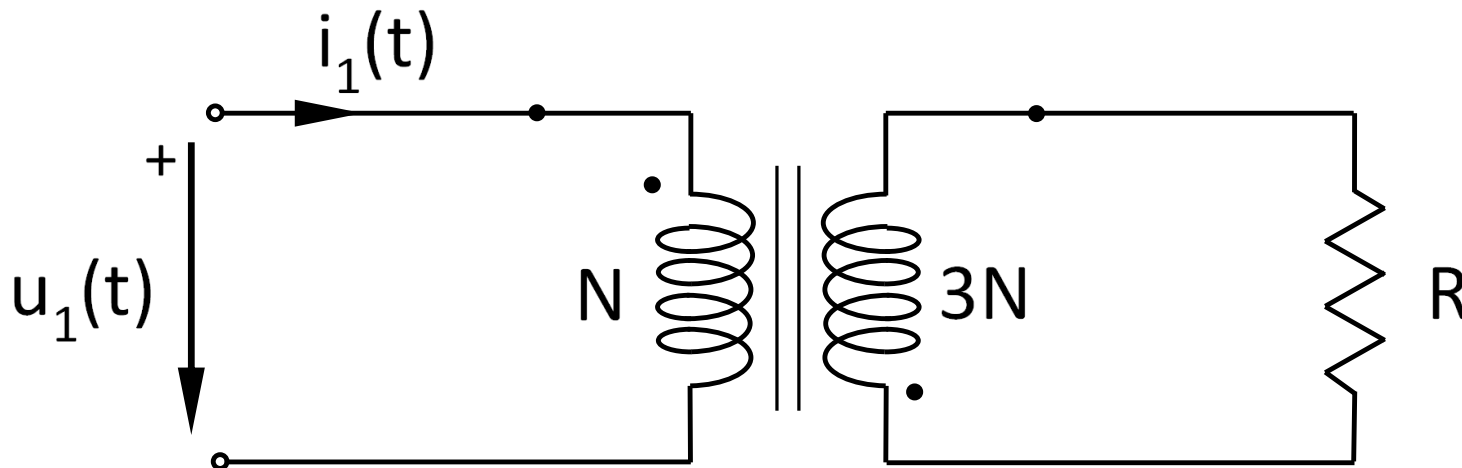
*Transformador hermético de llenado integral.*

**Red Eléctrica** opera y supervisa en tiempo real las instalaciones de generación y de transporte del sistema eléctrico español.

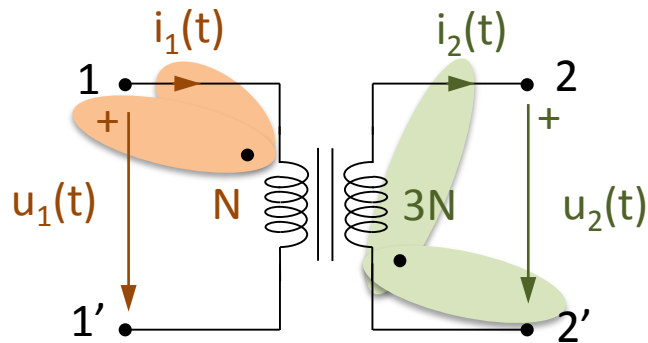


## Problema 2.19 a)

a) Encontrar la relación entre  $u_1(t)$  e  $i_1(t)$  en el circuito de la figura.



# Ecuaciones transformador ideal



$$\begin{cases} \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = -\frac{N}{3N} \\ N i_1(t) + 3N i_2(t) = 0 \end{cases}$$

$$R \quad \begin{matrix} + \\ \downarrow \\ u_2(t) = R i_2(t) \end{matrix}$$

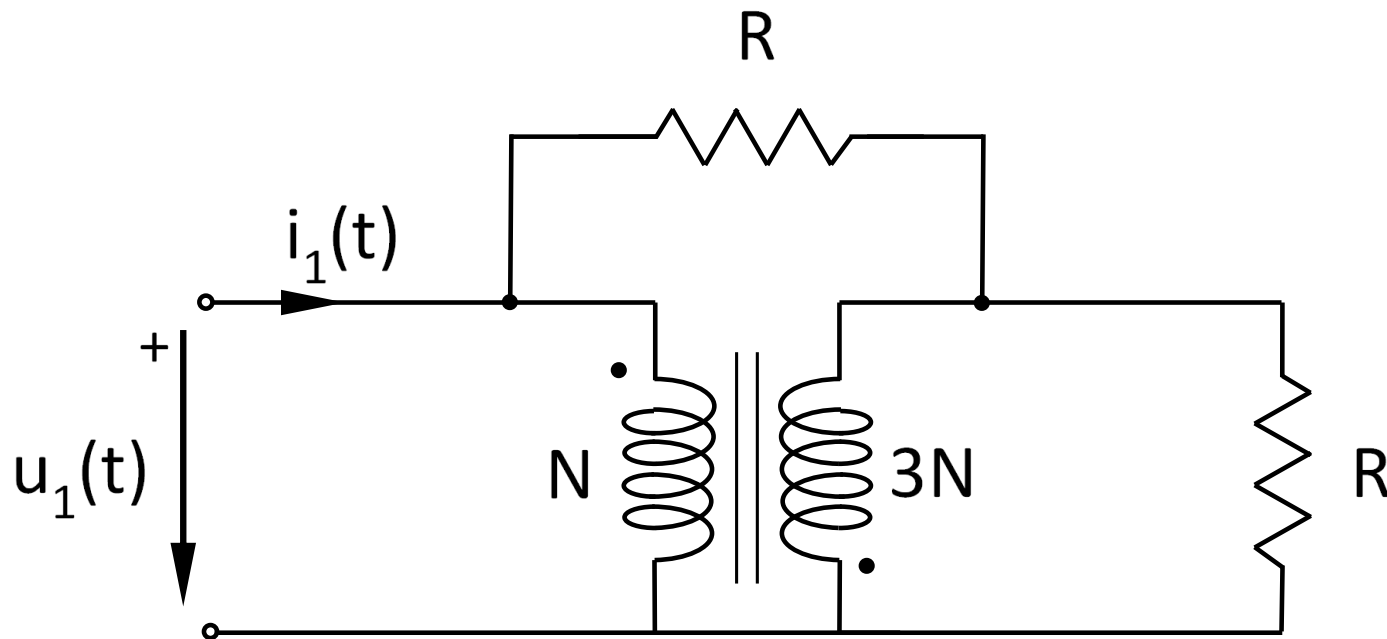
4 incógnitas, 3 ecuaciones

Eliminando todas las incógnitas excepto  $u_1(t)$  e  $i_1(t)$  se obtiene:

$$u_1(t) = (R/9) i_1(t)$$

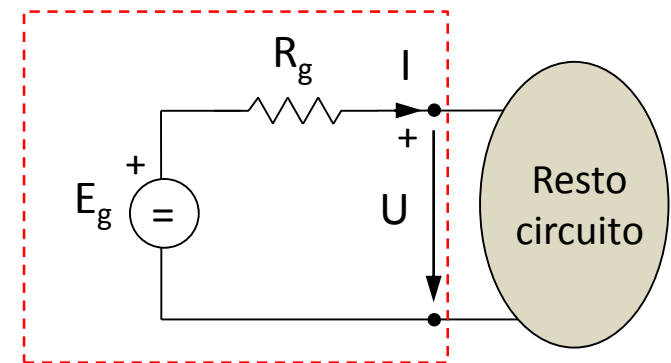
## Problema 2.19 b)

b) Encontrar la relación entre  $u_1(t)$  e  $i_1(t)$  en el circuito de la figura.

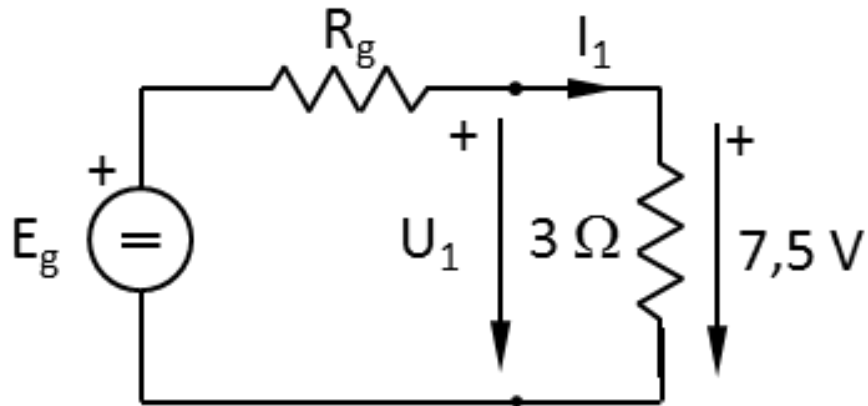


# Problema de fuente real

- Si en bornes de una fuente real de tensión continua se conecta una resistencia de  $3 \Omega$ , la tensión que se mide es  $7,5 \text{ V}$ .
- Si en bornes de esa misma fuente real se conecta una resistencia de  $1 \Omega$ , se mide una tensión de  $5 \text{ V}$ .
- Determinar los valores de los elementos que modelan la fuente de tensión.

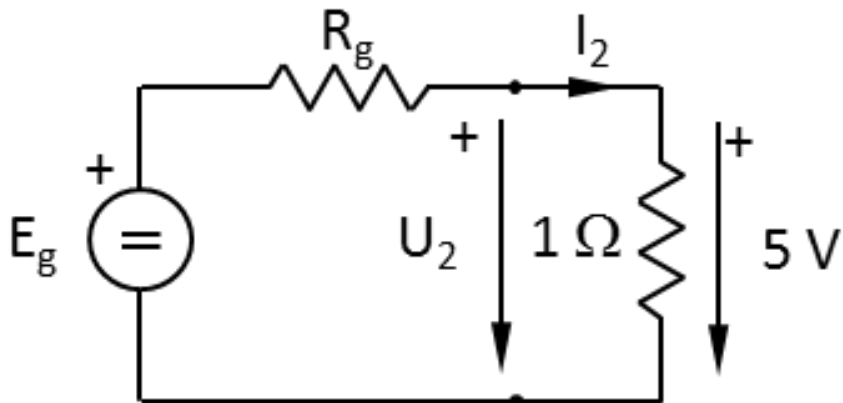


Circuito equivalente de una  
fuente real de tensión continua



$$7,5 = E_g - R_g I_1$$

donde  $I_1 = 7,5 \text{ V} / 3 \Omega = 2,5 \text{ A}$



$$5 = E_g - R_g I_2$$

donde  $I_2 = 5 \text{ V} / 1 \Omega = 5 \text{ A}$

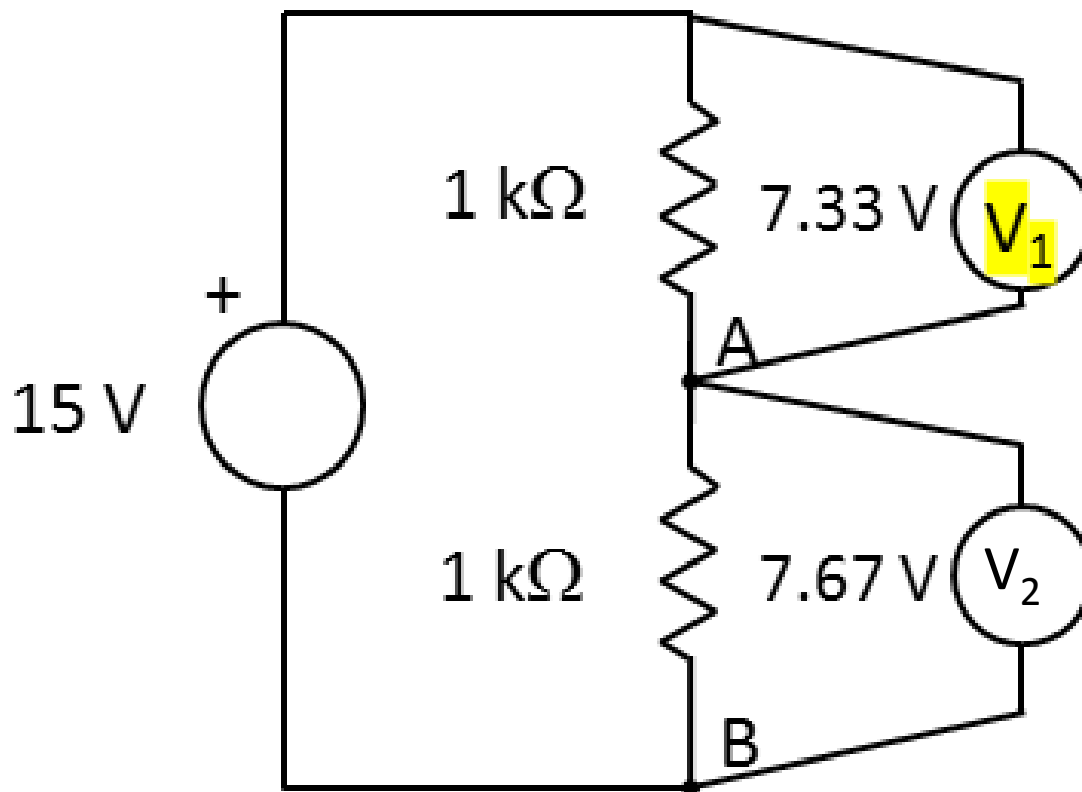
Resolviendo el sistema se obtiene:  $E_g = 10 \text{ V}$      $R_g = 1 \Omega$



# Problema de voltímetros reales

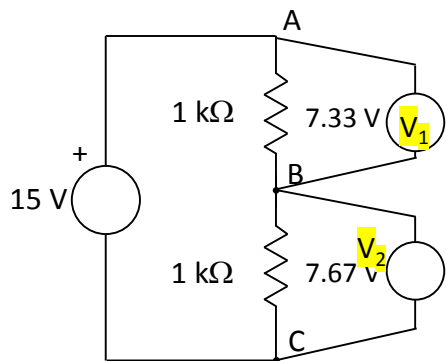
En el circuito de la figura se conectan los voltímetros reales  $V_1$  y  $V_2$ . Determinar la resistencia del voltímetro  $V_2$  sabiendo que:

- La resistencia interna del voltímetro  $V_1$  es  $10\text{k}\Omega$ .
- La lectura de los voltímetros  $V_1$  y  $V_2$  es  $7,33\text{ V}$  y  $7,67\text{ V}$  respectivamente.

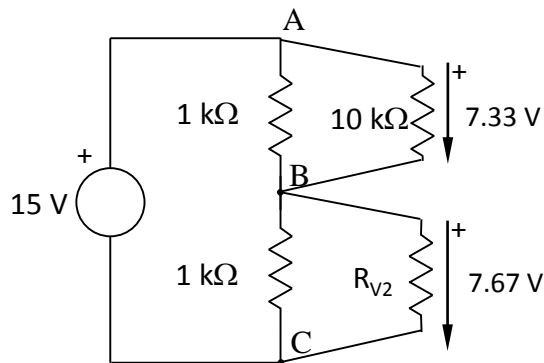


# Problema de voltímetros reales

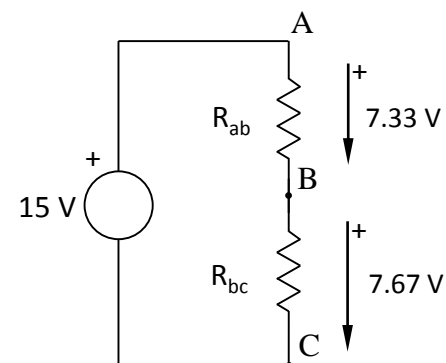
## Diagrama



## Equivalente



## Agrupación Resistencias



$$\frac{1}{R_{ab}} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{10000} \rightarrow R_{ab} = 909,09 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{bc}} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{R_{V2}}$$

El valor de  $R_{bc}$  se puede obtener aplicando el divisor de tensión o cualquier otro método:

$$7.33 = 15 \frac{909,09}{909,09 + R_{bc}} \rightarrow R_{bc} = 951,25 \Omega \rightarrow \frac{1}{951,25} = \frac{1}{1000} + \frac{1}{R_{V2}}$$

$$\frac{1}{R_{V2}} = \frac{1}{951,25} - \frac{1}{1000} \rightarrow \text{Resistencia del voltímetro 2: } R_{V2} = 19516 \Omega$$

# Multímetro de prácticas:

voltímetro, amperímetro, óhmetro, capacitímetro...



Resistencias



Intensidades continuas  
(200 mA - 10 A)



Intensidades continuas  
(0 - 200 mA)



Tensiones continuas



Tensiones alternas



Intensidades alternas  
(200 mA - 10 A)



Intensidades alternas  
(0 - 200 mA)

# Representación de elementos reales

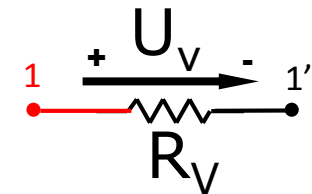
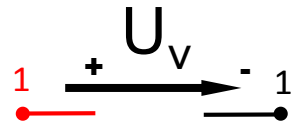
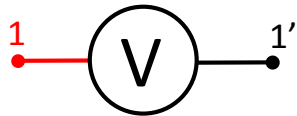
## Símbolo

## Equivalente IDEAL

## Equivalente REAL



Voltímetro:



Amperímetro:

