

Tema 6 - Anexo 4

Números complejos con calculadoras CASIO FX-570/991 y similares

Extracto manual calculadora CASIO

FX-570 o 991 SPX CLASSWIZ



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Para realizar cálculos con números complejos, en primer lugar introduzca el modo Complejos. Para introducir números complejos, puede utilizar coordenadas rectangulares ($a+bi$) o polares ($r\angle\theta$). Los resultados se mostrarán de acuerdo al ajuste Complejos en el menú de configuración.

$$(1 + i)^4 + (1 - i)^2 = -4 - 2i \text{ (Complejos: } a+bi)^*$$

$$\boxed{(} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{x^{\square}} \boxed{4} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{1} \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{x^{\square}} \boxed{=} \quad -4 - 2i$$

$$2\angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i \text{ (Unidad angular: Grado sexag (D), Complejos: } a+bi)$$

$$2 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(\angle)} \boxed{45} \boxed{=} \quad \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2\angle 45 \text{ (Unidad angular: Grado sexag (D), Complejos: } r\angle\theta)$$

$$\boxed{\sqrt{\square}} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\square}} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{ENG}} \boxed{(i)} \boxed{=} \quad 2\angle 45$$

* Cuando se eleva un número complejo a una potencia de entero usando la sintaxis $(a+bi)^n$, el valor de la potencia puede estar dentro del siguiente rango: $-1 \times 10^{10} < n < 1 \times 10^{10}$.

Nota

- Si desea introducir y mostrar los resultados en coordenadas polares, especifique la unidad angular antes de iniciar el cálculo.
- El valor θ del resultado está definido en el intervalo $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$.
- Si ha seleccionado E Línea/S Línea o E Línea/S Decim, el resultado se verá como a y bi (o r y θ) en líneas separadas.

Extracto manual calculadora CASIO

FX-570 o 991 SPX CLASSWIZ



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Ejemplos de cálculo en modo Complejos

Obtener el complejo conjugado (Conjg) de $2 + 3i$ (Complejos: $a+bi$)

$$\text{OPTN } \boxed{2} \text{ (Conjugado) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 2-3i$$

Obtener el valor absoluto (Abs) y el argumento (Arg) de $1 + i$ (Unidad angular: Grado sexag (D))

$$\text{SHIFT } \boxed{()} \text{ (Abs) } 1 \boxed{+} \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{=} \quad \sqrt{2}$$
$$\text{OPTN } \boxed{1} \text{ (Argumento) } 1 \boxed{+} \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 45$$

Extraer la parte real (ReP) y la imaginaria (ImP) de $2 + 3i$

$$\text{OPTN } \boxed{3} \text{ (Parte real) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 2$$
$$\text{OPTN } \boxed{4} \text{ (Parte imaginaria) } 2 \boxed{+} 3 \text{ ENG } \boxed{(i)} \boxed{)} \boxed{=} \quad 3$$

Uso de un comando para especificar el formato del resultado

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2\angle 45$, $2\angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ (Unidad angular: Grado sexag (D))

$$\sqrt{\square} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \sqrt{\square} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \text{ ENG } \boxed{(i)} \text{ OPTN } \boxed{\blacktriangledown} \boxed{1} \boxed{(\blacktriangleright r \angle \theta)} \boxed{=} \quad 2\angle 45$$
$$2 \text{ SHIFT } \text{ ENG } \boxed{(\angle)} 45 \text{ OPTN } \boxed{\blacktriangledown} \boxed{2} \boxed{(\blacktriangleright a+bi)} \boxed{=} \quad \sqrt{2} + \sqrt{2}i$$

Extracto manual calculadora "gris"

CASIO FX-570 ES y FX-991 ES



Centro Universitario
de la Defensa Zaragoza

Cálculos con números complejos (CMPLX)

Para realizar cálculos con números complejos, presione primeramente **MODE** **2** (CMPLX) para ingresar al modo CMPLX. Para ingresar números complejos puede utilizar coordenadas rectangulares ($a+bi$) o polares ($r\angle\theta$). Los resultados se mostrarán de acuerdo al formato de números complejos elegido en el menú de configuración.

$(2 + 6i) \div (2i) = 3 - i$ (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **2** **+** **6** **ENG** **(i)** **)** **÷** \square **2** **ENG** **(i)** **)** **=** **3-i**

$2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH** **Deg** (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **2** **SHIFT** **(↵)** **(∠)** **45** **=** $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$ **MATH** **Deg** (formato de números complejos: $r\angle\theta$)
 \square **√** **2** **▶** **+** \square **√** **2** **▶** **ENG** **(i)** **=** **2∠45**

Nota: • Si desea ingresar y mostrar los resultados en coordenadas polares, especifique la unidad angular antes de iniciar el cálculo. • El valor θ del resultado está definido en el intervalo $-180^\circ < \theta \leq 180^\circ$. • Si ha seleccionado el display Linear, el resultado se verá como a y bi (o r y θ) en líneas separadas.

Ejemplos de cálculo en modo CMPLX

$(1 - i)^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ **MATH** (formato de números complejos: $a + bi$)
 \square **1** **-** **ENG** **(i)** **)** **⁻¹** **=** $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

$(1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 0$ **MATH**
 \square **1** **+** **ENG** **(i)** **)** **²** **+** \square **1** **-** **ENG** **(i)** **)** **²** **=** **0**

Obtener el complejo conjugado de $2 + 3i$ (formato de número complejo: $a + bi$)
 \square **SHIFT** **2** (CMPLX) **2** (Conj) **2** **+** **3** **ENG** **(i)** **)** **=** **2-3i**

Obtener el valor absoluto y el argumento de $1 + i$ **MATH** **Deg**
 Valor absoluto: \square **SHIFT** **(hyp)** (Abs) **1** **+** **ENG** **(i)** **=** $\sqrt{2}$
 Argumento: \square **SHIFT** **2** (CMPLX) **1** (arg) **1** **+** **ENG** **(i)** **)** **=** **45**

3-i Uso de un comando para especificar el formato del resultado

Pueden ingresarse cualquiera de dos comandos especiales ($\blacktriangleright r\angle\theta$ o $\blacktriangleright a+bi$) al finalizar un cálculo para especificar el formato en el que se muestran los resultados. El comando anula la configuración del formato de números complejos existente en la calculadora.

$\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$, $2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH** **Deg**
 \square **√** **2** **▶** **+** \square **√** **2** **▶** **ENG** **(i)** **SHIFT** **2** (CMPLX) **3** ($\blacktriangleright r\angle\theta$) **=** **2∠45**
 \square **2** **SHIFT** **(↵)** **(∠)** **45** **SHIFT** **2** (CMPLX) **4** ($\blacktriangleright a+bi$) **=** $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

Almacenar $A + Bi$ y luego determinar $\sqrt{3} + i$, $1 + \sqrt{3}i$ mediante coordenadas polares ($r\angle\theta$) **Deg**

MODE 2 (CMPLX)	CMPLX 0 Math
ALPHA (↵) (A) + ALPHA (↵) (B) ENG (i)	A+Bi $\blacktriangleright r\angle\theta$
SHIFT 2 (CMPLX) 3 ($\blacktriangleright r\angle\theta$)	
CALC √ 3) = 1 =	2∠30
CALC (o) = 1 = √ 3) =	2∠60

Para salir del modo CALC: **AC**

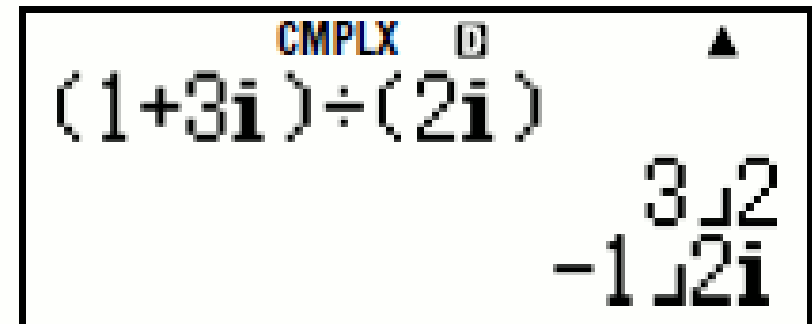
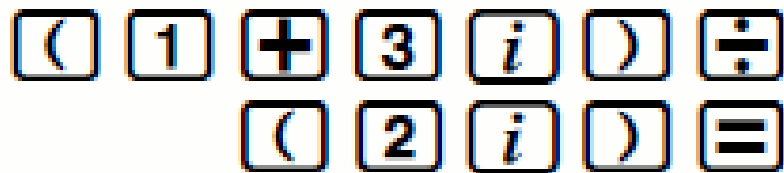
Ejemplo: división de complejos

(calculadora CASIO FX-570 y similares)

Calcular $\frac{1+j3}{j2}$ por el medio tradicional y utilizando las utilidades para complejos de la calculadora

$$\begin{aligned}\frac{1+j3}{j2} &= \frac{\sqrt{1^2+3^2} \angle \tan^{-1}(3/1)}{\sqrt{0^2+2^2} \angle \cotan^{-1}(0/2)} = \frac{\sqrt{10} \angle 71.56^\circ}{2 \angle +90^\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{10}}{2} \angle 71.56^\circ - 90^\circ = 1,581 \angle -18,43^\circ = \frac{3}{2} - j\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Calculadora CASIO:



¡No olvidar los paréntesis del denominador!

$(1+3i) / 2i = i \cdot [(1+3i) / 2]$ en algunos modelos

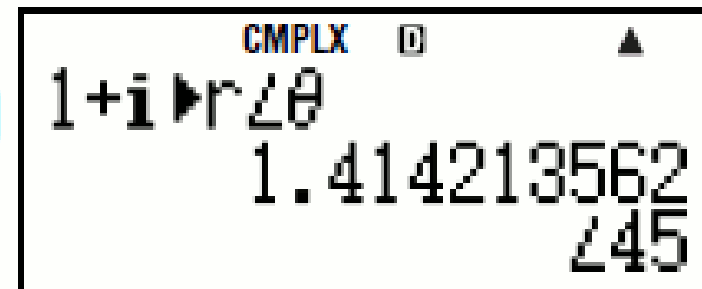
Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Escribir $1+j$ en formato polar

$$1 + j = \sqrt{1^2 + 1^2} \left| \tan^{-1}(1 / 1) \right. = \sqrt{2} \left| 45^\circ \right.$$

Modelo ES:

1 **+** **i**
SHIFT **2** (CMPLX) **3** (**▶** $r \angle \theta$) **=**



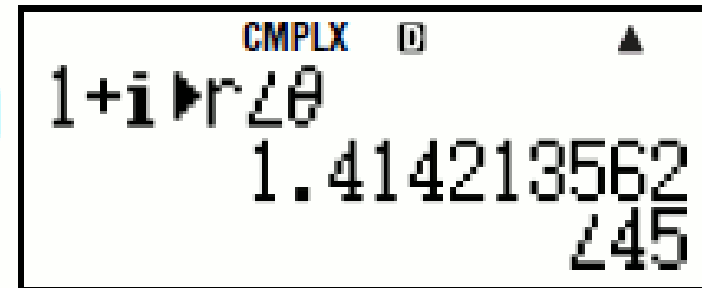
En las calculadoras **CLASSWIZ** (fx-570SPX y fx-991SPX), las funciones complejas pasan de **SHIFT** **2** al botón **OPTN**. Las funciones de expresión en formato polar o rectangular están “escondidas” en la pantalla segunda **▼**.

Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Escribir $1+j$ en formato polar

$$1 + j = \sqrt{1^2 + 1^2} \left| \tan^{-1}(1 / 1) \right. = \sqrt{2} \left| 45^\circ \right.$$

[SHIFT] **[2]** (CMPLX) **[3]** ($\blacktriangleright r \angle \theta$) **[=]** **[1]** **[+]** **[i]**

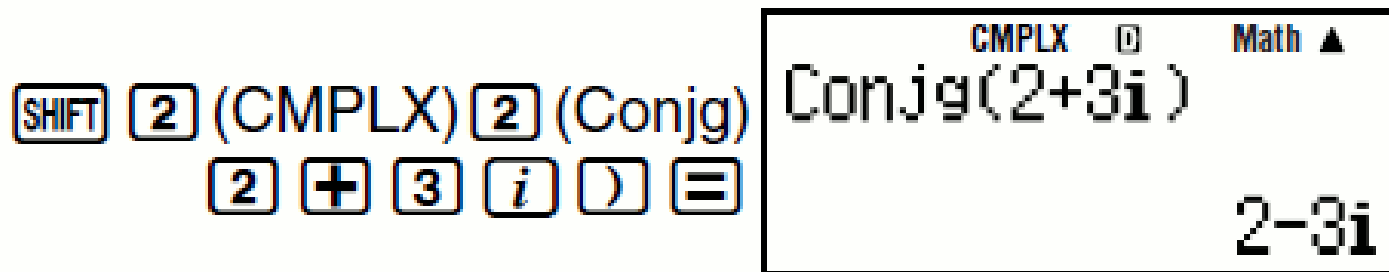



En las calculadoras **CLASSWIZ** (fx-570SPX y fx-991SPX), las funciones complejas pasan de **[SHIFT]** **[2]** al botón **[OPTN]**. Las funciones de expresión en formato polar o rectangular están “escondidas” en la pantalla segunda **[▽]**.

Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Conjugar $2+j3$

$$\text{Conj}(2 + j3) = 2 + j(-3) = 2 - j3$$



Nota: la representación por defecto se puede cambiar de forma binómica a forma polar en la segunda pantalla  del menú de configuración de la calculadora.

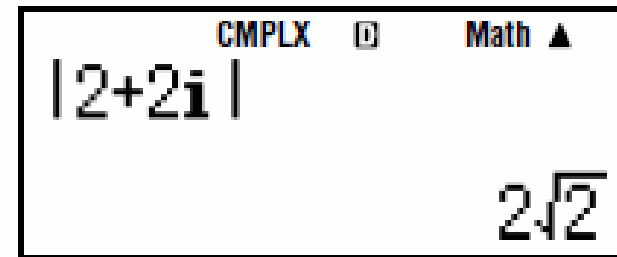
Ejemplo: conversión entre forma binómica y polar

Obtener el módulo y argumento de $2+j2$ sin utilizar la tecla $\rightarrow r \angle \theta$ ni cambiar la configuración de la calculadora.

$$2 + j2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \left| \tan^{-1}(2 / 2) = \sqrt{8} \right| +45^\circ$$

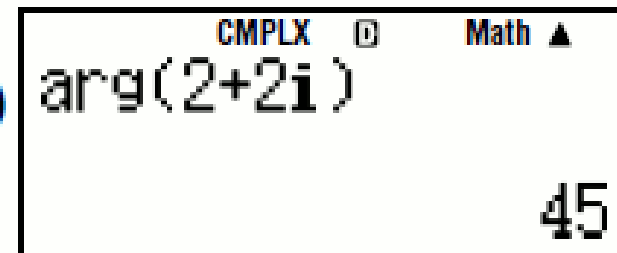
*1

SHIFT hyp (Abs) 2 +
2 i =





*2


SHIFT 2 (CMPLX) 1 (arg)
2 + 2 i) =




Ejemplos de cálculo en modo CMPLX

 $(1 - i)^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ **MATH** (formato de números complejos: $a + bi$)
 $\boxed{(\text{) } 1 \boxed{=} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^{-1}} \boxed{=} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$


 $(1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 0$ **MATH**
 $\boxed{(\text{) } 1 \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^2} \boxed{+} \boxed{(\text{) } 1 \boxed{-} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{\text{x}^2} \boxed{=} 0$

 Obtener el complejo conjugado de $2 + 3i$ (formato de número complejo: $a + bi$)
 $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{(\text{CMPLX})} \boxed{2} \boxed{(\text{Conjg})} \boxed{2} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} 2-3i$

 Obtener el valor absoluto y el argumento de $1 + i$ **MATH Deg**
Valor absoluto: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{hyp}} \boxed{(\text{Abs})} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} \sqrt{2}$
Argumento: $\boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{(\text{CMPLX})} \boxed{1} \boxed{(\text{arg})} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{)} \boxed{=} 45$

Uso de un comando para especificar el formato del resultado

Pueden ingresarse cualquiera de dos comandos especiales ($\blacktriangleright r\angle\theta$ o $\blacktriangleright a+bi$) al finalizar un cálculo para especificar el formato en el que se muestran los resultados. El comando anula la configuración del formato de números complejos existente en la calculadora.

 $\sqrt{2} + \sqrt{2}i = 2 \angle 45$, $2 \angle 45 = \sqrt{2} + \sqrt{2}i$ **MATH Deg**
 $\boxed{\sqrt{\text{ }}} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{+} \boxed{\sqrt{\text{ }}} \boxed{2} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{\text{ENG}} (\text{) } (i) \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{(\text{CMPLX})} \boxed{3} \boxed{(\blacktriangleright r\angle\theta)} \boxed{=} 2\angle 45$
 $2 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{(\text{) } (\angle)} \boxed{45} \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{2} \boxed{(\text{CMPLX})} \boxed{4} \boxed{(\blacktriangleright a+bi)} \boxed{=} \sqrt{2} + \sqrt{2}i$

Variables (A, B, C, D, E, F, M, x, y)

Puede asignar valores a las variables y utilizar las variables en los cálculos.

Asignar el resultado de $3 + 5$ a la variable A

$3 + 5 \text{ STO } (\leftarrow) (A)$ 8

Multiplicar el contenido de la variable A por 10

(Continuación) $\text{ALPHA } (\leftarrow) (A) \times 10 \text{ = } *1$ 80

Recuperar los contenidos de la variable A

(Continuación) $\text{SHIFT } \text{STO} (\text{RECALL}) *2$

A=8	B= $\sqrt{2}$
C=3.14159265	D=0.42857142
E=1 $\sqrt{3}$	F= $\sqrt{7}$
M=7.2115 $\times 10^{10}$	x=7 $\sqrt{3}$
y=2°15'18"	

$(\leftarrow) (A) \text{ =}$ 8

Borrar los contenidos de la variable A

0 $\text{STO } (\leftarrow) (A)$ 0

*1 Para introducir una variable como se muestra aquí: presione ALPHA y a continuación presione la tecla que corresponda al nombre de la variable deseada. Para introducir x como el nombre de la variable, puede presionar $\text{ALPHA } \square (x)$ o \times .

*2 Presionando $\text{SHIFT } \text{STO} (\text{RECALL})$ se muestra una pantalla que visualiza los valores asignados actualmente a las variables A, B, C, D, E, F, M, x, e y. En esta pantalla, los valores se muestran siempre usando "Normal 1" Formato número. Para cerrar la pantalla sin recuperar un valor de variable, presione AC .

Memoria independiente (M)

Puede sumar o restar resultados de un cálculo a la memoria independiente. El indicador “M” aparece en el display cuando la memoria independiente contiene algún valor distinto de cero.

Borrar el contenido de M	0 [STO] [M+] (M)	0
Sumar el resultado de 10×5 a M	(Continuación) 10 [\times] 5 [M+]	50
Restar el resultado de $10 + 5$ de M	(Continuación) 10 [+] 5 [SHIFT] [M+] (M–)	15
Recuperar el contenido de M	(Continuación) [SHIFT] [STO] (RECALL) [M+] (M) [\equiv]	35

Nota: La variable M es utilizada para la memoria independiente. También puede activar M y utilizarla en un cálculo que está introduciendo.

Borrado del contenido de todas las memorias

La memoria Ans, la memoria independiente y los contenidos de las variables se mantienen aun si presiona **[AC]**, cambia el modo de cálculo o apaga la calculadora. Los contenidos de la memoria PreAns se mantienen incluso si presiona **[AC]** y apaga la calculadora sin salir del modo Calcular.

Extracto manual calculadora CASIO FX-115 MS

Para ingresar este símbolo:	Realice esta operación de tecla:	Unidad
f (femto)	SHIFT f	10^{-15}

- Para los valores visualizados, la calculadora selecciona el símbolo de ingeniería que hace que la parte numérica del valor caiga dentro de la gama de 1 a 1000.
- Los símbolos de ingeniería no pueden usarse cuando se ingresan fracciones.
- Ejemplo:** $9 \div 10 = 0,9$ m (mili)

MODE 1 (Disp) 1 Eng
 $0.$
 9 \div 10 $=$ $9 \div 10$ m
 $900.$

Cuando los símbolos de ingeniería están activados, aun un cálculo estándar (no de ingeniería) resulta en que los resultados se visualicen usando los símbolos de ingeniería.

SHIFT ENG 0.9
 ENG $9 \div 10$ m
 $900.$

Cálculos con números complejos CPLX

Cuando desea realizar cálculos que incluyen números complejos, utilice la tecla MODE para ingresar el modo CPLX.

CPLX MODE 2

- El ajuste de la unidad angular actual (Deg, Rad, Gra) afecta los cálculos del modo CPLX. Puede almacenar una expresión en la memoria CALC mientras se encuentra en el modo CPLX.
- Tenga en cuenta que en el modo CPLX, solamente puede usar las variables A, B, C y M. Las variables D, E, F, X e Y son usadas por la calculadora, que cambia frecuentemente sus valores. No debe usar estos valores en sus expresiones.

S-7

- El indicador "R↔" en la esquina derecha superior de una presentación de resultado de cálculo, indica un resultado con número complejo. Presione SHIFT Re-Im para alternar la presentación entre la parte real y parte imaginaria del resultado.
- Puede usar la función de repetición en el modo CPLX. Sin embargo, como los números complejos están almacenados en la memoria de repetición en el modo CPLX, se utiliza más memoria que lo normal.

Ejemplo: $(2+3i) + (4+5i) = 6+8i$

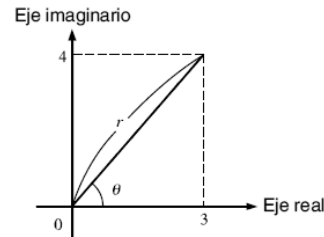
(Parte real 6) 2 $+$ 3 i $+$ 4 $+$ 5 i $=$
 (Parte imaginaria 8i) SHIFT Re-Im

Valor absoluto y cálculo de argumento

Suponiendo que el número imaginario expresado por la forma rectangular $z = a + bi$ se representa como un punto en el plano gausiano, puede determinarse el valor absoluto (r) y argumento (θ) del número complejo. La forma polar es $r \angle \theta$.

Ejemplo 1: Determinar el valor absoluto (r) y el argumento (θ) de $3+4i$ (Unidad angular: Deg)

($r = 5$, $\theta = 53,13010235^\circ$)



($r = 5$) SHIFT Abs C 3 $+$ 4 i $=$

($\theta = 53,13010235^\circ$) SHIFT arg C 3 $+$ 4 i $=$

- El número complejo también puede ser ingresado usando la forma polar $r \angle \theta$.

S-8

Ejemplo 2: $\sqrt{2} \angle 45 = 1 + i$

(Unidad angular: Deg) $\sqrt{2}$ SHIFT \angle 45 $=$
 SHIFT Re-Im

Presentación de forma rectangular ↔ forma polar

Puede usar la operación descrita a continuación para convertir un número complejo de forma rectangular a su forma polar, y un número complejo de forma polar a su forma rectangular. Presione SHIFT Re-Im para alternar la presentación entre el valor absoluto (r) y argumento (θ).

Ejemplo: $1 + i \leftrightarrow 1,414213562 \angle 45$

(Unidad angular: Deg) 1 $+$ i SHIFT $\rightarrow r \angle \theta$ $=$ SHIFT Re-Im
 $\sqrt{2}$ SHIFT \angle 45 SHIFT $\rightarrow a+bi$ $=$ SHIFT Re-Im

- Puede seleccionar la forma rectangular ($a+bi$) o forma polar ($r \angle \theta$) para visualizar los resultados de cálculos con números complejos.

MODE 1 (Disp) ▶

1 ($a+bi$): Forma rectangular

2 ($r \angle \theta$): Forma polar (indicada por " $r \angle \theta$ " sobre la presentación)

Conjugación de un número complejo

Para cualquier número complejo z en donde $z = a+bi$, su conjugación (\bar{z}) es $\bar{z} = a-bi$.

Ejemplo: Determinar la conjugación del número complejo $1,23 + 2,34i$ (Resultado: $1,23 - 2,34i$)

SHIFT Conj C 1 $+$ 23 $+$ 2 $+$ 34 i $=$
 SHIFT Re-Im

S-9