

EJERCICIOS PARA RESOLVER DE FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL

1. Calcular los dominios de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2} + \frac{1}{x+3}$

b) $f(x) = \frac{\sqrt{x^2-25}}{x-6}$

c) $f(x) = \ln \frac{x+1}{(x-1)^2}$

d) $f(x) = e^{x^2-1}$

e) $f(x) = \sqrt{7x-x^2}$

f) $f(x) = \operatorname{sen} \sqrt[3]{x^2-1}$

g) $f(x) = 2 \frac{x}{x^2+3x+2}$

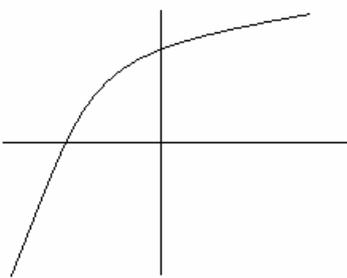
h) $f(x) = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

2. Hallar $f(-2)$, $f(-1)$, $f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $f(3)$ y $a \cdot f(a)$ con $a > 0$, siendo f la función:

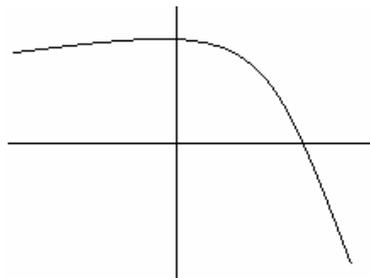
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^3-1} & \text{si } x \leq -1 \\ 3^{-x} + 1 & \text{si } -1 < x < 0 \\ 3x+1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

3. Dadas las siguientes gráficas, indicar cual de ellas corresponde a una función decreciente, convexa y no acotada:

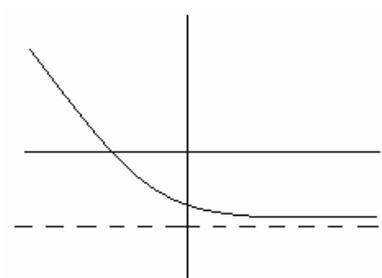
a)



b)



c)



4. Calcular los siguientes límites laterales:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x}{2-x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{2-x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-1}{2^{\frac{1}{x-1}} + 3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-1}{2^{\frac{1}{x-1}} + 3}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2+1}}{x^2}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{x^2+1}}{x^2}$

g) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-x^3}{x^2-1}$

h) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x^3}{x^2-1}$

5. Calcular los límites de las siguientes funciones racionales:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5}{x^3 - 1}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 5x - 3}{7x - 1}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 + x - 1}{6x^7 + x^5 + x}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^2}{x + 1}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2 - 1}{3x^2 + x + 2}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + x^2 - 1}{7x^3 + 2}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^2 + 1}{x^3 + x^2 + 7}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 5}{x + 5}$$

6. Calcular los siguientes límites:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\text{sen } x}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 1} + x}{\sqrt[3]{8x^3 + 7x^2 - 1}}$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \ln x}{x}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+2}{x+3} \right)^{x^2-1}$$

$$\text{f) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x - \sqrt{x^2 + x}$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^{-x}}{\text{arctg}5x}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + x^2 \right)^{\frac{1}{x}}$$

7. Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

$$\text{a) } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 2x^3 - 15 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 - x}$$

e) $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$

f) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ e^x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{x}{x^2 - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

8. Hallar el valor de a para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ax^2 - 2} & \text{si } x < -1 \\ x^3 + x + 3 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$ sea continua en $x = -1$.

9. Estudiar si la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3} & \text{si } x < -2 \\ \sqrt{x+2} + 1 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$ es continua en los siguientes intervalos:

a) $\left(-\frac{3}{2}, 7\right)$

b) $(-4, +\infty)$

c) $[-2, 5]$