

EJERCICIOS RESUELTOS DE PUNTOS Y VECTORES EN EL PLANO

1. Determinar si los vectores $\overline{AB} = (35, -21)$ y $\overline{CD} = (-10, 6)$ tienen la misma dirección. Calcular el módulo de ambos vectores.

Solución

Para determinar si dos vectores tienen la misma dirección basta comprobar si sus componentes son proporcionales.

El cociente de las primeras componentes es $\frac{35}{-10} = -\frac{7}{2}$ y el de las segundas $\frac{-21}{6} = -\frac{7}{2}$, por tanto los vectores tienen la misma dirección.

El módulo de los vectores es:

$$|\overline{AB}| = \sqrt{35^2 + (-21)^2} = \sqrt{1225 + 441} = \sqrt{1666}$$

$$|\overline{CD}| = \sqrt{(-10)^2 + 6^2} = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = \sqrt{4 \cdot 34} = 2\sqrt{34}$$

2. Dado el vector libre $\overline{a} = (5, 3)$ y el punto $A = (4, -1)$, hallar las coordenadas del punto B para que el vector fijo \overline{AB} represente al vector \overline{a} .

Solución

Llamando (x, y) a las coordenadas de B , las componentes del vector \overline{AB} son $(x - 4, y + 1)$.

Para que el vector \overline{AB} represente al vector libre \overline{a} se ha de verificar $(x - 4, y + 1) = (5, 3)$, de donde, $x - 4 = 5$ e $y + 1 = 3$, obteniéndose $x = 9$ e $y = 2$.

Así las coordenadas de B son $(9, 2)$.

3. Calcular el radio de la circunferencia de centro el punto $(8, -2)$ y que pasa por el punto $(1, 4)$.

Solución

El radio de una circunferencia es la distancia del centro a uno cualquiera de sus puntos, por tanto,

$$r = d((8, -2), (1, 4)) = \sqrt{(8 - 1)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{49 + 36} = \sqrt{85}$$

4. Dados los vectores $\overline{a} = (9, 3)$ y $\overline{b} = (-5, 4)$, calcular las coordenadas del vector $2\overline{a} + 3\overline{b}$.

Solución

Basta realizar las operaciones: $2\overline{a} + 3\overline{b} = 2(9, 3) + 3(-5, 4) = (18, 6) + (-15, 12) = (3, 18)$.

5. Dado el vector libre $\overline{a} = (5, 3)$, calcular el vector libre \overline{b} que tiene la misma dirección que \overline{a} , distinto sentido y módulo igual a la unidad.

Solución

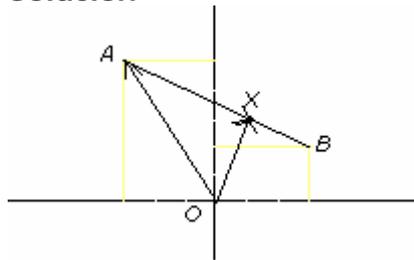
Como \vec{b} tiene la misma dirección que \vec{a} deben ser proporcionales, es decir, $\vec{b} = t \cdot \vec{a} = (5t, 3t)$ para algún valor de t .

Por otra parte, $|\vec{b}| = \sqrt{(5t)^2 + (3t)^2} = \sqrt{25t^2 + 9t^2} = \sqrt{36t^2} = 6|t|$. Para que este módulo sea 1 se ha de verificar $6|t|=1$, de donde, $t = \pm \frac{1}{6}$.

Como \vec{a} y \vec{b} han de tener distinto sentido, es necesario que $t = -\frac{1}{6}$.

Por tanto, $\vec{b} = -\frac{1}{6}(5, 3) = \left(-\frac{5}{6}, -\frac{1}{2}\right)$.

6. Dados los puntos $A = (-3, 5)$ y $B = (3, 2)$ calcular las coordenadas del punto del segmento \overline{AB} cuya distancia a A es el doble de su distancia a B .

Solución

En la figura se observa que $\vec{OX} = \vec{OA} + \vec{AX}$.

Teniendo en cuenta que la distancia de X a A es el doble que la de X a B se tiene $\vec{AX} = \frac{2}{3}\vec{AB}$.

Por tanto, $\vec{OX} = \vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{AB}$ y como $\vec{AB} = (3 - (-3), 2 - 5) = (6, -3)$,

sustituyendo queda $\vec{OX} = (-3, 5) + \frac{2}{3}(6, -3) = (1, 3)$.

Por tanto, las coordenadas buscadas son $(1, 3)$