

EJERCICIOS PARA RESOLVER DE DERIVADAS DE UNA FUNCIÓN REAL

1. Estudiar la continuidad y derivabilidad de las siguientes funciones en sus dominios, y calcular la función derivada:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3} & \text{si } x < -3 \\ x^2 + 2x - 3 & \text{si } -3 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \quad \text{c) } f(x) = |2x+7|$$

2. Hallar a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x \leq 1 \\ \sqrt{x} + 1 & \text{si } x < 1 \end{cases}$ sea continua y derivable en $x = 1$.

3. Calcular la función derivada de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = -3x^5 + x^{-7} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} & \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^3 - 3x^2} & \text{c) } f(x) = \sqrt{3x^2 - 4x + 1} \\ \text{d) } f(x) = (x^2 + 1)e^{-2x} & \text{e) } f(x) = \ln \frac{3-5x}{2x+7} & \text{f) } f(x) = \ln(1 + \sqrt{2x-1}) \end{array}$$

4. Calcular las derivadas de las siguientes funciones en los puntos que se indican:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = x\sqrt{x-2} & \text{en } x = 3 \text{ y en } x = 0 \\ \text{b) } f(x) = e^{1/x} & \text{en } x = 1 \text{ y en } x = 0 \\ \text{c) } f(x) = |3x-1| & \text{en } x = 0 \text{ y en } x = \frac{1}{3} \\ \text{d) } f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} & \text{en } x = 0 \end{array}$$

5. Calcular la ecuación de la recta tangente, si existe, a las curvas dadas por las funciones siguientes en los puntos indicados :

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = -5x^3 + 3x - 1 & \text{en } x = -1 \\ \text{b) } f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}} & \text{en } x = 1 \\ \text{c) } f(x) = \begin{cases} \frac{x+5}{4} & \text{si } x < 3 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 3 \end{cases} & \text{en } x = 3 \\ \text{d) } f(x) = |x+5| & \text{en } x = -5 \end{array}$$

6. Halla los siguientes límites utilizando la regla de L'Hôpital:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{-x^3 + 5x}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2}{\ln(x^3 - 3)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{sen} x}{x^3}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x+1)}{x}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{\ln x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right)$

7. Calcular las derivadas primera, segunda y tercera de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{5x+2}{5x-2}$

b) $f(x) = x^2 e^{1/x}$

c) $f(x) = \ln \frac{\sqrt{x+1}}{2-x}$